



ConBRepro

XII CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO



ESG nas Engenharias

30 a 02
de dezembro **2022**

Aplicações da Simulação Estocástica e do Modelo Holt Winter para a Previsão dos Indicadores Covid-19 na Microrregião de Florianópolis – SC

Tiago Lopes de Souza

Departamento de Engenharia de Produção e Sistemas - UFSC

Ricardo Villarroel Dávalos

Departamento de Engenharia de Produção e Sistemas – UFSC

Diego Cardoso Estumano

Universidade Federal do Pará

Resumo: Desde os primeiros casos de infecção do vírus SARS-Cov-2, usualmente conhecido como COVID-19, até sua proliferação global resultando no estado de situação pandêmica declarado pela Organização Mundial da Saúde (OMS), os diversos governantes tiveram de enfrentar os desafios de reduzir o contágio, oferecer assistência médica aos infectados de forma a assegurar a correta recuperação e reduzir a taxa mortalidade pelos efeitos da infecção. A microrregião de Florianópolis composta por 9 cidades vizinhas possui uma população de 878.852 habitantes, de onde até o final de 2021, havia o total de 177.520 casos confirmados de infecção, e 2.464 mortes segundo o Centro de Operações em Saúde de Santa Catarina (COES-SC). O objetivo deste estudo é aplicar um modelo de simulação estocástico baseado no método de simulação Monte Carlo via cadeias Markovianas (MCMC) e o modelo epidemiológico SEIR (Suscetível, Exposto, Infectado e Recuperado) para a realização de previsões dos principais indicadores da COVID-19 da microrregião de Florianópolis. Para realizar uma análise comparativa dos resultados do modelo proposto aplica-se o modelo não estacionário de previsão de Holt Winters. A principal contribuição desta proposta encontra-se na flexibilidade do modelo SEIR para considerar políticas e/ou programas de prevenção da COVID-19 e testar seus impactos.

Palavras-chave: COVID-19, Monte Carlo via Cadeias Markovianas, Modelos de Previsão, Holt Winter, Modelos Epidemiológicos.

Applications of Stochastic Simulation and the Holt Winter Model for the Forecast of Covid-19 Indicators in the Microregion of Florianópolis – SC

Abstract: From the first cases of Sars-Cov-2 virus infection, usually known as Covid-19, to its global proliferation resulting in the state of pandemic situation declared by the World Health Organization (WHO), the various rulers had to face the challenges of Reduce contagion, offer medical assistance to infected to ensure correct recovery and reduce mortality rates by the effects of infection. The Florianópolis microregion composed of 9 neighboring cities has a population of 878,852 inhabitants, from where until the end of 2021, there were a total of 177,520 confirmed cases of infection, and

2,464 deaths according to the Santa Catarina Health Operations Center (COES- SC). The objective of this study is to apply a stochastic simulation based on the Monte Carlo Markov chains model (MCMC) and the SEIR epidemiological model (susceptible, exposed, infected and recovered) to perform predictions of the main indicators of COVID-19 of the Florianópolis. To perform a comparative analysis of the results of the proposed model applies the non-stationary Holt Winters forecast model. The main contribution of this proposal is in the flexibility of the SEIR model to consider Covid-19 policies and/or prevention programs and test its impacts.

Keywords: COVID-19, Monte Carlo Markov Chains, Forecast Models, Holt Winters, Epidemiological Models.

1. Introdução

A OMS (2020) comenta que em pouco tempo, um surto localizado de COVID-19 evoluiu para uma pandemia global com três características definidoras: Velocidade e escala, gravidade e ruptura social e econômica (os choques nos sistemas de saúde e assistência social e as medidas tomadas para controlar a transmissão tiveram consequências socioeconômicas amplas e profundas).

A infecção pelo COVID-19 pode ocorrer de forma assintomática ou desenvolver sintomas desde brandos a agravantes. Segundo a Organização Mundial da Saúde (OMS) cerca de 80% dos pacientes podem ter sintomas assintomáticos, ou seja, não ocorre nenhum dos sintomas característicos, enquanto 20% dos infectados precisam de atendimento médico para acompanhamento e evitar uma complicação agravante (BARRETO et al, 2020).

Inicialmente, uma das principais medidas para contenção do vírus foi a do isolamento e distanciamento social, fazendo com que as autoridades desenvolvessem políticas para restringir o acesso de pessoas a diversos locais públicos e privados (AQUINO et al., 2020). Com o advento de uma pandemia, a Covid-19, doença causada pela corona vírus SARS-Cov2, certamente tem sido um fator desestabilizante nos aspectos da saúde, do convívio social e no cenário empresarial (ALENCAR, 2020).

O modelo SIR, que modela a disseminação de doenças infecciosas em uma população, separando em estados, ou grupos de suscetíveis, infectados e recuperados, onde cada estado é descrito por uma equação diferencial ordinária (EDO), descrito inicialmente em 1927 (KERMACK; MCKENDRICK, 1927).

Existem diversos modelos baseados no método de Monte Carlo via Cadeias Markovianas (MCMC) para o desenvolvimento de diversos tipos de sistemas de previsões, e são escolhidas de acordo com as características e o volume dos dados que se pretende analisar, segundo Robert e Casella (2010). Além disto, para a convergência do método de modo eficaz e redução do esforço de simulação, existem diversos algoritmos que podem ser aplicados como Metropolis-Hasting ou o método de Gibbs (LIANG, LIU, CARROLL, 2010).

Os métodos estatísticos para séries temporais são baseados de acordo com a observação de dados passados para encontrar os padrões característicos e aplica-las em previsões futuras, como citado por Henning et al (2010).

Segundo Makridakis et al (1998), a série temporal tem a possibilidade de obter até quatro características em seu comportamento: a média, a sazonalidade, quando padrões de variações se repetem em intervalos relativamente constantes, a cíclica, onde os padrões exibem variações ascendentes ou descendentes e a característica de tendência, que ocorre quando a série apresenta um comportamento descendente ou ascendente por um período de tempo (PELLEGRINI e FOGLIATTO, 2001).

O centro de operações de emergência e em saúde de Santa Catarina (COES-SC) é uma estrutura organizacional que tem como objetivo promover a resposta coordenada por meio

da articulação e da integração dos atores envolvidos. A sua estrutura permite a análise dos dados e informações para eventuais tomadas de decisões dos gestores e técnicos, na definição de estratégias e ações adequadas e oportunas para o enfrentamento de emergências em saúde pública.

Desta forma, este projeto tem como objetivo delinear, a partir do método de simulação estocástica simplificado de MCMC e também pelo modelo de Holt Winters a previsão dos principais indicadores da COVID-19 na microrregião de Florianópolis e, apoiar na tomada de decisões de acordo com os resultados obtidos.

Para a realização deste estudo, o artigo foi organizado inicialmente pela fundamentação teórica dos modelos utilizados na pesquisa, seguido pela metodologia aplicada, obtenção e análise dos resultados e por fim, as conclusões.

2. Fundamentação Teórica

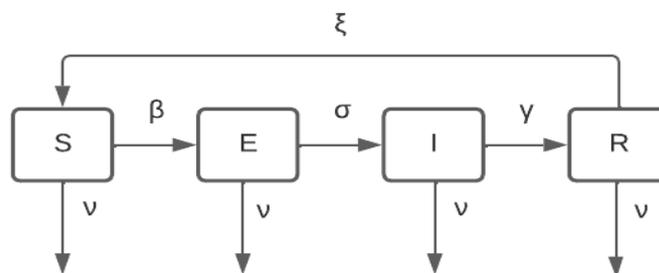
2.1 Modelo Epidemiológico SEIR

Keeling e Rohani (2008) citam que o alcance das consequências de uma pandemia pode ser expresso por um modelo matemático, podendo prever o comportamento da doença, e também comportamento dadas as ações de prevenção e, ou vacinas.

O modelo SEIR (suscetível, exposto, infectado e recuperado), é uma variação do modelo SIR, com o acréscimo de outro estado possível denominado exposto. O modelo mais adequado para utilização é definido de acordo com a complexidade dos fatores atrelados à doença em questão (RUSTAN e HANDAYANI, 2020).

O sistema pode ser representado pela seguinte cadeia de estados:

Figura 1 – Diagrama SEIR



Fonte: Autores (2022)

O modelo epidemiológico SEIR possui parâmetros definidos pelas equações diferenciais ordinárias conforme:

$$\frac{dS}{dt} = \mu N - \frac{\beta SI}{N} + \xi R - \nu S \quad (1)$$

$$\frac{dE}{dt} = \frac{\beta SI}{N} - (\sigma + \nu)E \quad (2)$$

$$\frac{dI}{dt} = \sigma E - (\gamma + \nu)I \quad (3)$$

$$\frac{dR}{dt} = \gamma I - (\xi + \nu)R \quad (4)$$

Onde μ representa a taxa de natalidade da população, β a taxa de transmissão, σ a taxa de infecção, γ a taxa de recuperação, ν a taxa de mortalidade e ξ a taxa de recontaminação.

Neste modelo onde o total da população representada por N está dividida em quatro estados: suscetíveis (S), expostos (E), infectados (I) e recuperados (R), a proporção de indivíduos em cada estado é representado respectivamente pelas equações de 1 a 4, descritas acima, e desta forma:

$$N=S(t)+ E(t)+ I(t)+ R(t). \quad (5)$$

2.2 Simulação Monte Carlo via cadeias Markovianas

O conceito do modelo MCMC parte da característica das cadeias de Markov, onde o estado atual do sistema depende somente do estado anterior a ele, ou seja, o sistema não possui memória a longo prazo, e através desta abordagem o modelo se desenvolve estrutura de cada amostra randômica gerada, que depende apenas da anterior, para então percorrer todo o espaço amostral até que uma distribuição estacionaria ou de equilíbrio seja alcançada (LUENGO et al, 2020).

Sob o enfoque bayesiano, a inferência considera informações prévias à coleta dos dados (informações à priori) sobre os parâmetros a serem previstos, além da informação é realizada a partir de distribuições de probabilidades mais atualizadas, isto é, a distribuição a posteriori dos parâmetros de interesse. Ambas as informações, distribuição de probabilidade à priori e a da função de verossimilhança são combinadas gerando a distribuição de probabilidade à posteriori sobre os parâmetros de interesse (GAMERMAN; LOPES, 2006).

O MCMC é utilizado para se obter a distribuição a posteriori é através de uma simulação estocástica de uma amostra da distribuição a posteriori e sob algumas condições, esta amostra é oriunda da distribuição de interesse. Neste contexto, é fundamental que uma análise de convergência seja conduzida, juntamente com um tratamento da amostra resultante (RIBEIRO; GOBBI; LEITE, 2017).

A aplicação do MCMC para fazer previsões dos principais indicadores da pandemia incorpora alguns modelos epidemiológicos como por exemplo o SIR (Comportamentos Sensível, Infectado e Removido), SIRD (Comportamentos Sensível, Infectado, Removido e Morto), crescimento populacional baseado na Lei de Malthus, etc. (SILVA, 2021; SILVA, 2018).

Além disso, para apoiar a convergência e/ou reduzir o esforço computacional de uma aplicação do método MCMC existem diversos tipos de algoritmos, tais como o de Metropolis-Hasting, de Gibbs, de HMC (Hamiltonian Monte Carlo ou Hybrid Monte Carlo), dentre outros (LIANG; LIU; CARROLL, 2010).

A implementação do modelo MCMC pode ser aplicada através do algoritmo de Metropolis-Hasting, que auxilia o modelo a convergir de maneira mais eficiente (GAMERMAN e LOPES, 2006).

2.3 Modelo de Holt Winters

Séries Temporais realizam a análise sobre a forma padrão passada dos dados para em seguida projetar os resultados futuros. Isto funciona bem para situações estáveis em que as condições são esperadas permanecerem as mesmas. A maioria dos métodos de previsões são quantitativos e concentram dados históricos das variáveis de interesse. Estes métodos são baseados numa análise dos dados históricos relativos à série temporal de uma variável específica e/ou possivelmente outras relacionadas à série temporal e, também examina as relações de causa e efeito da variável com outras variáveis relevantes (HYNDMAN e ATHANASOPOULOS, 2021).

O modelo de Holt Winters para efeitos sazonais aditivos é apropriado para modelagem de dados onde a amplitude do ciclo sazonal não é dependente do nível local da série, de forma que permanece constante ao longo do tempo (VERÍSSIMO et al, 2013).

Dado um modelo cuja série sazonal s_t , é formada pela soma do nível, tendência, fator sazonal e um erro aleatório, de forma:

$$Z_t = L_t + T_t + S_t + \epsilon_t \quad t=1, 2, \dots \quad (6)$$

Os valores futuros projetados da série são efetuados segundo a função do método:

$$Z_{t+n} = L_t + nT_t + S_{t-s+n} \quad n=1, 2, \dots \quad (7)$$

De forma que Z_{t+n} representa a previsão para n períodos a frente ($t+n$).

Há também as funções características para estimar o nível, tendência e os valores do fator sazonal correspondente ao último período de sazonalidade, dada pelas seguintes equações:

$$L_t = \alpha(Z_t - S_{t-s}) + (1 - \alpha)(L_{t-1} + T_{t-1}) \quad 0 < \alpha < 1 \quad (8)$$

$$T_t = \beta(L_t - L_{t-1}) + (1 - \beta)T_{t-1} \quad 0 < \beta < 1 \quad (9)$$

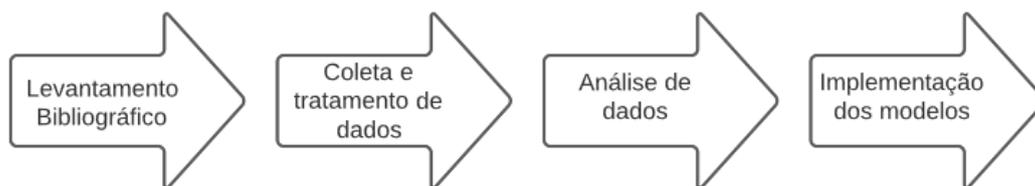
$$S_t = \gamma(Z_t - L_t) + (1 - \gamma)S_{t-s} \quad 0 < \gamma < 1 \quad (10)$$

Onde, α , β e γ são constantes de suavização que modificam o peso relativo do nível (L_t), da tendência (T_t) e da sazonalidade (S_t).

3. Material e métodos

A metodologia utilizada para a realização da pesquisa pode ser considerada um estudo de caso, e segundo Miguel (2007), um estudo de caso pode ser considerado um estudo de natureza empírica, que investiga um determinado fenômeno, geralmente contemporâneo, dentro de um contexto real de vida, quando as fronteiras entre o fenômeno e o contexto em que ele se insere não são claramente definidos. O esquema abaixo representa as etapas utilizadas para a realização da pesquisa:

Figura 2 – Fluxo de atividades



Fonte: Autores (2022)

Inicialmente foi realizado um estudo bibliográfico relacionado aos modelos de simulação baseados no método de Monte Carlo via cadeias Markovianas em artigos relacionados e livros especializados, da mesma forma foi estudado os métodos de convergência como Metropolis-Hasting para sua aplicação no modelo MCMC, além disso, foi estudado formas de simulação para empregar o modelo. Em seguida foi revisado as bibliografias acerca dos modelos epidemiológicos, como o modelo SIR (suscetível, infectado e recuperado) e suas variações, como o utilizado neste estudo, o modelo SEIR. Por fim, foram levantados materiais que abordassem o modelo de previsão de Holt Winters e seus métodos de aplicação.

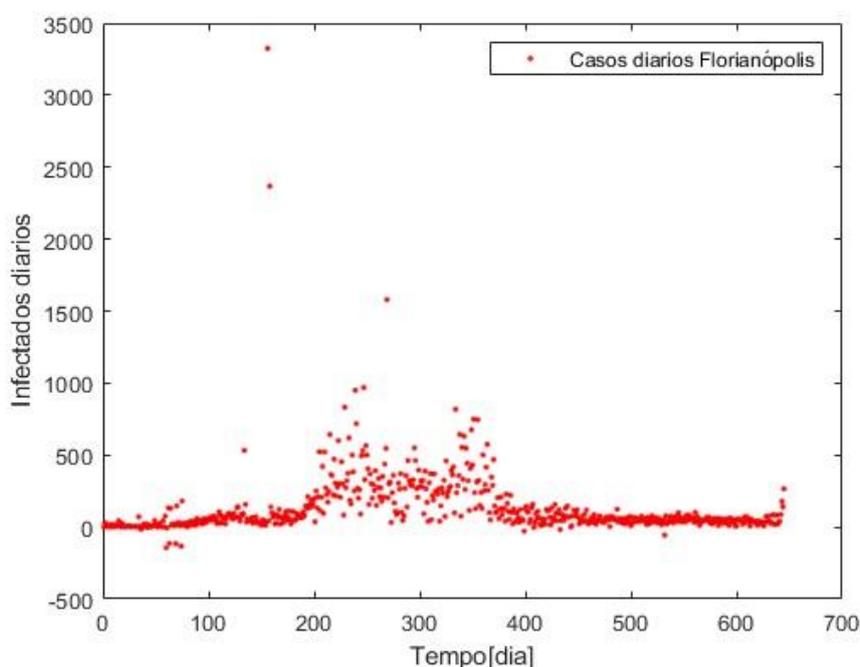
4. Previsão dos Indicadores Covid-19 na Microrregião de Florianópolis – SC

4.1 Dados e Descrição do Proposta

Para a realização da simulação, inicialmente foi necessário obter os dados relacionados ao COVID-19 para a região de estudo em específico, no caso as cidades que compõem a microrregião de Florianópolis, formada pelos municípios de Antônio Carlos, Biguaçu, Florianópolis, Governador Celso Ramos, Palhoça, Paulo Lopes, Santo Amaro da Imperatriz, São José e São Pedro de Alcântara. Foi efetuado a consulta das informações através do banco de dados do Ministério da Saúde, o dataSUS (2022), para em seguida realizar a filtragem através do software MS-Excel e recolher as informações necessárias como, quantidade de infectados e quantidade de mortalidade. Para fins de comparações com os resultados dos modelos foi selecionado os dados a partir de 10 de março de 2020 até 31 de julho de 2021, de tal forma que seja evidenciado o pico mais elevado de casos diários de COVID-19 na microrregião estudada.

Analisando os dados diários de infecção na capital de Santa Catarina é possível observar algumas discrepâncias que destoam do padrão característico da evolução de infecção:

Figura 3 – Casos infectados diários em Florianópolis



Fonte: Autores (2022)

há a ocorrência de alguns casos diários que extrapolaram excessivamente a tendência dos casos, e para que não ocasionar um desvio nas análises foi optado por realizar a interpolação destes pontos. A relação de casos diários do dia 26 de agosto de 2020 foi alterado de 3325 casos para 39, os 2368 casos diários do dia 31 de agosto foram modificados para 90, foi alterado também o dia 20 de dezembro de 2020, onde 1580 casos foi interpolado para 375 casos diários de infecção.

Para a simulação do modelo estocástico baseado no Método de Monte Carlo via Cadeias Markovianas, foi utilizado o *software* MatLab. O algoritmo utiliza a função *fminsearch* para calcular os mínimos das funções e assim obter o valor da variável independente das equações diferenciais do modelo SEIR. Neste algoritmo foi utilizado o modelo de Metropolis-Hastings descrito por Towers (2022) com o total de 1000 iterações, para o método chegar em uma distribuição de probabilidade que se aproxime dos dados para que seja possível ajustar os parâmetros e assim fazer com que o modelo converja corretamente.

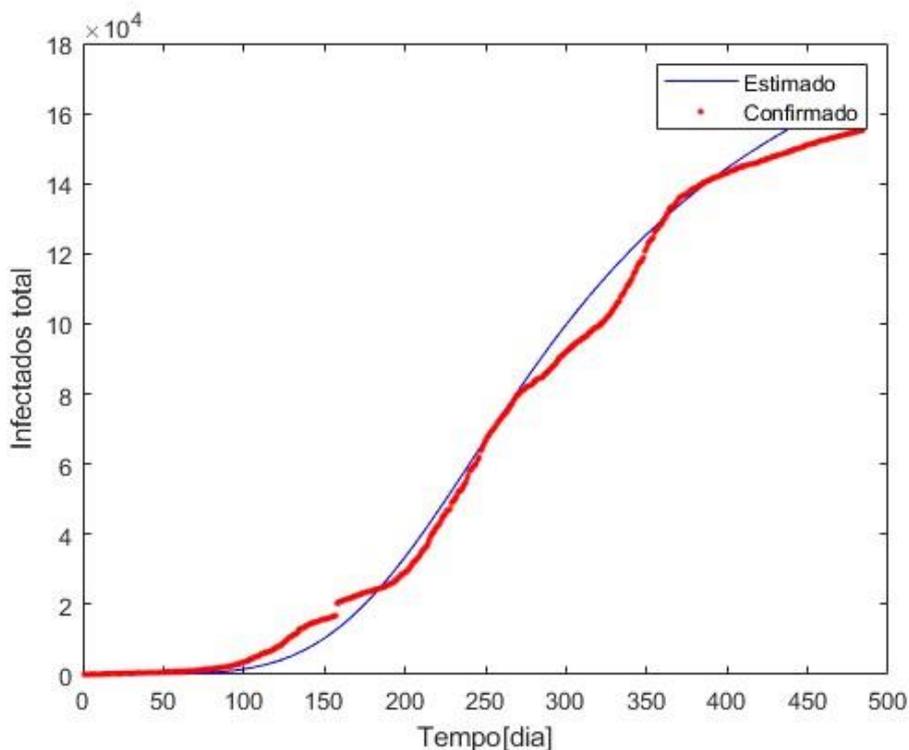
Para a aplicação do modelo de previsão de Holt Winters foi utilizado o modelo de programação não linear, através da ferramenta *Solver* do *software* MS-Excel, para identificar os coeficientes de suavização α , β e γ , que minimiza a função e assim encontrar

a solução ótima. Na ferramenta *Solver* o objetivo definido foi a minimização do erro quadrático médio, levando em consideração as restrições dos coeficientes de suavização, onde o intervalo deve estar entre 0 e 1.

4.2 Principais Resultados

Referente a simulação do modelo estocástico proposto, a figura 4 ilustra os resultados onde é possível observar a curva evolutiva dos infectados totais desde o dia 27 março de 2020 até o dia 23 de julho de 2021, bem como curva estimada pelo modelo. O resultado estimado demonstra uma aproximação delineada dos dados reais, que por sua vez possui uma flutuação que pode ser explicado por diversos fatores como, dificuldade ou atraso de obtenção dos dados reais.

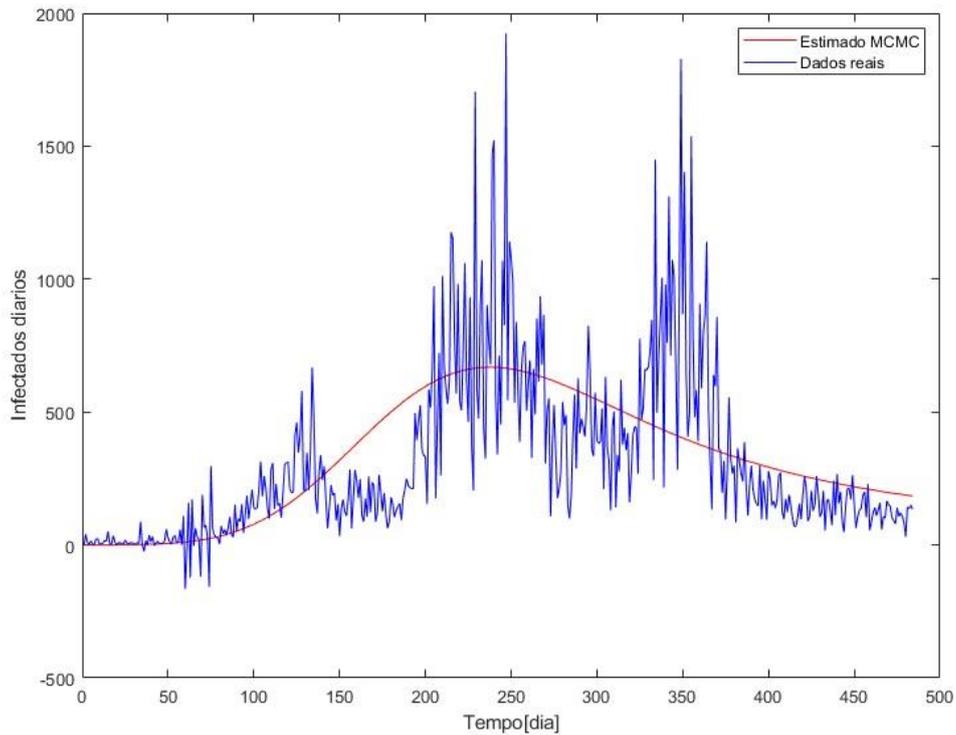
Figura 4 – Infectados totais estimados e confirmados



Fonte: Autores (2022)

Analisando a curva da figura 5, que apresenta a evolução de infectados diários é possível observar que segundo o modelo de simulação, a Microrregião de Florianópolis atingiu seu pico diário de infecção no dia 250, ou seja, aproximadamente dezembro de 2020. A curva resultante do modelo SEIR simulada através do método MCMC tende a margear os dados característicos de infecção diária.

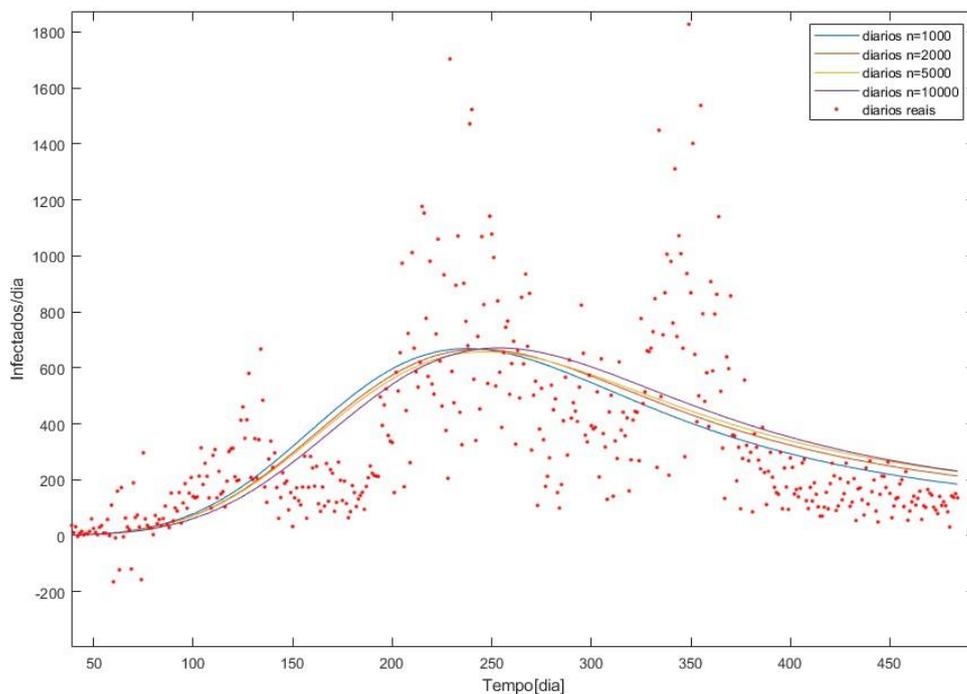
Figura 5 – Infectados diários estimados e reais



Fonte: Autores (2022)

Para fins de comparação foi efetuado a simulação do modelo MCMC proposto com diferentes quantidades de iterações para observar a consequência destas alterações no resultado final. Foi utilizado inicialmente 1000 iterações, em seguida 2000, em sequência 5000, e por fim, 10000 iterações. A figura a seguir ilustra a variação destas simulações.

Figura 6 – Comparação entre os resultados simulados

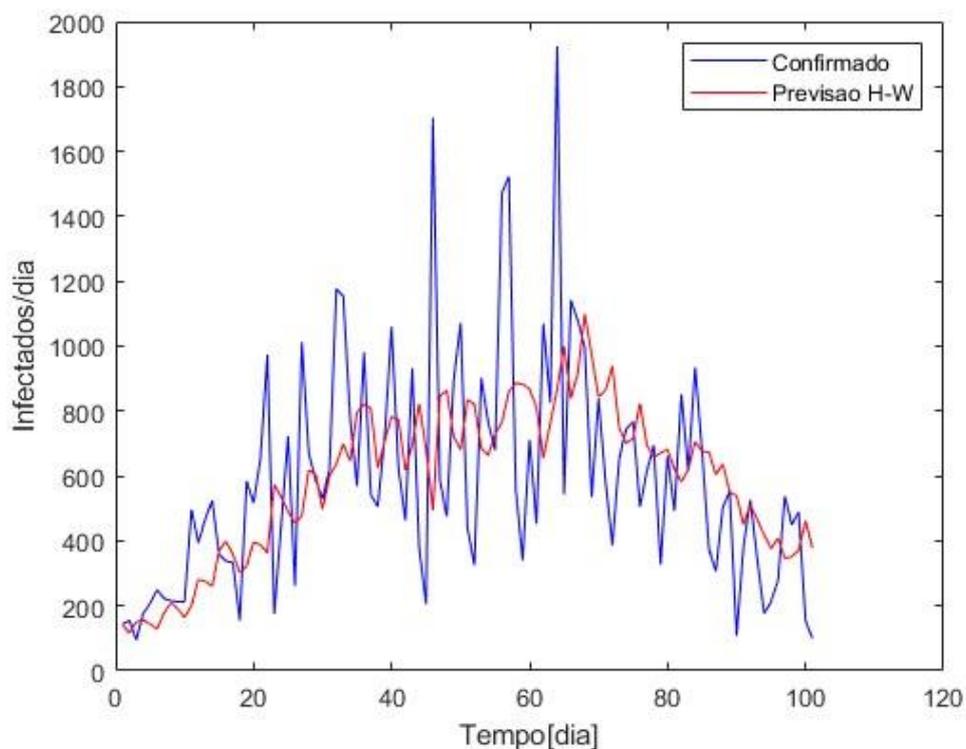


Fonte: Autores (2022)

Como pode ser visto na figura 6, a variação de números de iterações no modelo não obteve alterações muito significativas, onde as curvas características resultantes das simulações com diversos valores de iterações apresentaram similaridades, fato que pode ser consequência do método de Metropolis-Hasting ter características de convergência bastante rápida, e desta forma não necessitando uma quantidade alta de iterações para se chegar ao resultado esperado.

Utilizando o método de previsão de Holt Winters na base de dados reais. Pela solução da ferramenta *Solver*, os parâmetros encontrados que melhor descrevem as características reais da curva foram: alpha (α) com valor 0,172; beta (β) sendo 0 e gama (γ) igual a 0,047. A figura 7 apresenta uma faixa em que houve o ápice de infectados diários, onde o dia 60 no eixo vertical do gráfico representa o mês de dezembro de 2020, faixa de tempo escolhida pela variação significativa de casos infectados e que consecutivamente dificultam os procedimentos operacionais de apoio por parte do COES-SC. Comparando ambas curvas é possível observar a característica do método de Holt Winters que tende a prever a curto prazo e acompanhar a sazonalidade da curva real de forma amortecida.

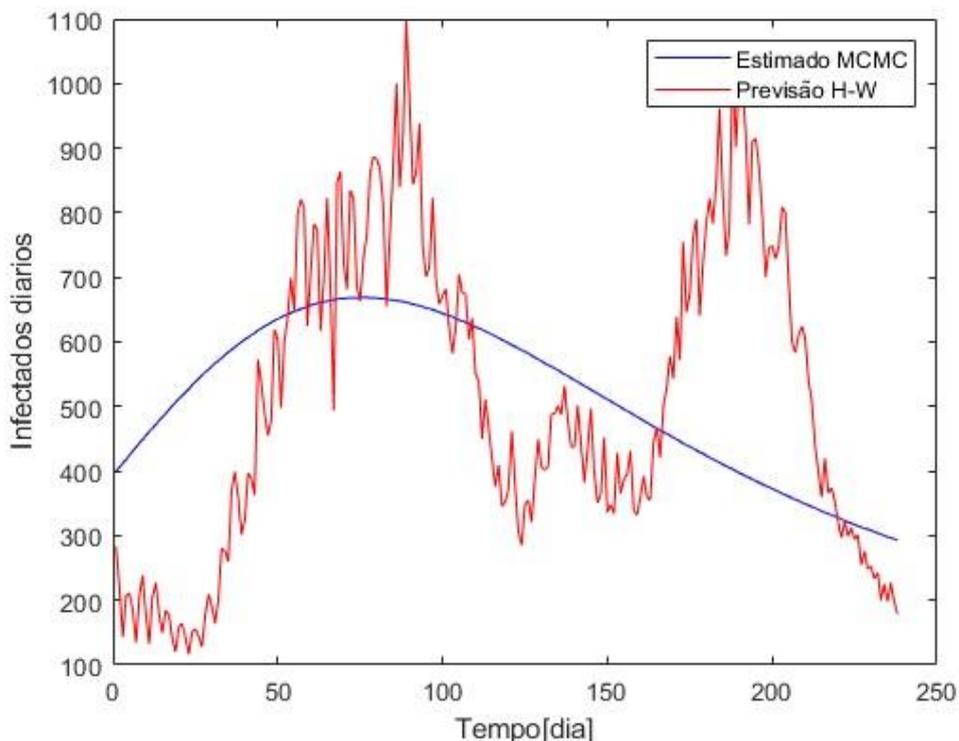
Figura 7 – Pico infectados reais e modelo Holt Winters



Fonte: Autores (2022)

Traçando o gráfico comparativo dos modelos de Monte Carlo via cadeias Markovianas e Holt Winters, com enfoque no período de maior incidência de casos diários, entre 05 de setembro de 2020 a 30 de abril de 2021, é possível observar pela figura 8 a diferença característica entre os modelos estudados, de onde a curva do modelo de Holt Winters tende a seguir as variações dos casos reais de forma amortizada, enquanto o modelo MCMC segue um padrão de distribuição normal coincidindo seu pico com o período de maior quantidade de casos.

Figura 8 – Modelo MCMC e modelo Holt Winters



Fonte: Autores (2022)

5. Conclusões

O estudo buscou aplicar o modelo de simulação através do processo estocástico de Monte Carlo via cadeias Markovianas, que tem por característica gerar amostras aleatórias por uma distribuição de probabilidade, e foi utilizado como base o modelo epidemiológico SEIR que tem a capacidade de modelar o comportamento de uma doença através quatro parâmetros, o índice de suscetíveis, de expostos, de infectados e recuperados, por meio de equações diferenciais ordinárias, além disso, foi aplicado o método algorítmico de Metropolis-Hasting para facilitar a convergência do modelo de modo eficaz e desta forma reduzir o esforço computacional.

Para fins de comparação foi utilizado o modelo de simulação de previsão baseado na técnica de Holt Winters, onde este método estatístico para series temporais tem como característica a observação dos dados passados de forma a encontrar os padrões característicos e aplicar em previsões futuras.

O intuito desta pesquisa foi aplicar os modelos de simulações para delinear os padrões característicos relacionados a disseminação do vírus denominado usualmente por COVID-19 e através dos resultados ter um parâmetro do comportamento da doença e desta forma auxiliar na tomada de decisões de gestores técnicos, para eventuais estratégias e ações oportunas para o enfrentamento de emergências em saúde pública.

Pelos resultados obtidos é possível observar a eficácia do modelo de simulação MCMC, através da sua curva característica em relação aos dados reais, que descreve o comportamento de infectados, bem como os resultados do método de Holt Winters que expressa sua curva característica de forma amortizada.

Referências

- ALENCAR, I. D. S. de. **Covid-19 e os impactos nas relações de trabalho**. 2020. Disponível em: <<https://jus.com.br/artigos/86087/covid-19-e-os-impactos-nas-relacoes-de-trabalho>>. Acesso em: 14 jul. 2022..
- AQUINO, Estela M. L. et al. Medidas de distanciamento social no controle da pandemia de COVID-19: potenciais impactos e desafios no Brasil. **Ciência & Saúde Coletiva**, [S.L.], v. 25, n. 1, p. 2423-2446, jun. 2020. FapUNIFESP (SciELO). Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1590/1413-81232020256.1.10502020>>. Acesso em: 12 ago. 2022.
- BARRETO, M et al. O que é urgente e necessário para subsidiar as políticas de enfrentamento da pandemia de COVID-19 no Brasil? **Revista Brasileira de Epidemiologia**, v. 23, 2020. Disponível em: <<https://doi.org/10.1590/1980-549720200032>>. Acesso em 15 ago. 2022.
- GAMERMAN, D.; LOPES, H. F. **Markov chain Monte Carlo**: stochastic simulation for Bayesian inference. CRC Press, 2006.
- HYNDMAN, R.J.; ATHANASOPOULOS, G. **Forecasting**: principles and practice, 3rd edition, OTexts: Melbourne. 2021. Disponível em: <<https://otexts.com/fpp3/>>. Acesso em: 20 jan.2022.
- HENNING E.; ALVES C.C.; KONRATH, A.C. Previsão de vendas de rodízios para móveis em uma empresa de médio porte. In: **ICPR AMERICAS** - 5th Americas International Conference on Production Research, Bogotá, Colômbia, 2010.
- KEELING, M; ROHANI, P. "**What are mathematical models?**". Modeling Infectious Diseases in Humans and Animals, 2nd ed., chapter 1.4, New Jersey, USA, Princeton University Press, 2008.
- KERMACK, William Ogilvy; MCKENDRICK, A. G. A contribution to the mathematical theory of epidemics. **Proceedings Of The Royal Society Of London. Series A, Containing Papers Of A Mathematical And Physical Character**, [S.L.], v. 115, n. 772, p. 700-721, ago. 1927. The Royal Society. <http://dx.doi.org/10.1098/rspa.1927.0118>.
- LIANG, F. LIU, C. CARROLL, R. J., **Advanced Markov Chain Monte Carlo Methods**: Learning from Past Samples, John Wiley & Sons, 2010, 357p.
- LUENGO, D., MARTINO, L., BUGALLO, M., ELVIRA, V., SÄRKKÄ, S. A survey of Monte Carlo methods for parameter estimation. **EURASIP Journal on Advances in Signal Processing**, v. 2020, p. 1-62, 2020.
- MAKRIDAKIS, S.; WHEELWRIGHT, S.; HYNDMAN, R.J. **Forecasting Methods and Applications**. 3. ed. New York: John Wiley & Sons, 1998.
- MIGUEL, Paulo Augusto Cauchick. Estudo de caso na engenharia de produção: estruturação e recomendações para sua condução. **Production**, v. 17, n. 1, p. 216-229, 2007.
- OMS, Organização Mundial da Saúde, **Estratégia atualizada COVID-19**, Disponível em: <<https://www.ufrgs.br/coronavirus/wp-content/uploads/2020/05/OMS-Estrat%C3%A9gia-Atualizada-14-de-abril.pdf>>. Acesso em: 06 abr. 2021.
- PELLEGRINI, F.R.; FOLIATTO, F.S. Passos para Implantação de Sistemas de Previsão de Demanda -Técnicas e Estudo de Caso. **Revista Produção**, v. 11, n. 1, p. 43-64, 2001.
- PINTO, T. M.; SANTOS, S. B.; DIAS, C. S.; MOURA, C. H. R. D.; VIEGAS, B. M.; MACÊDO, E. N.; ESTUMANO, D. C. Estimativa de parâmetros usando a técnica Monte Carlo via Cadeia de Markov aplicados a modelos epidemiológicos para Covid-19 no estado do Pará. **Conjecturas**, [S. l.], v. 22, n. 1, p. 750–764, 2022. DOI: 10.53660/CONJ-527-814.

RIBEIRO, R. A.; GOBBI, F. M.; LEITE, E. A. Simulação Monte Carlo via Cadeias de Markov Aplicada à Previsão Hidrológica Probabilística, **Simpósio de Métodos Numéricos em Engenharia**, UFPR, 2017.

ROBERT, C.; CASELLA, G. Introducing Monte Carlo Methods with R. **USA: Springer Science & Business Media**, 2010.

RUSTAN, R.; HANDAYANI, L. the Outbreak'S Modeling of Coronavirus (Covid-19) Using the Modified Seir Model in Indonesia. **Spektra: Jurnal Fisika dan Aplikasinya**, v. 5, n. 1, p. 61–68, 2020.

SILVA, M., R. **Usando o modelo SIRD para caracterizar a disseminação da COVID-19 nos estados do Paraná, Rio Grande do Sul e Santa Catarina**. Disponível em: <<https://preprints.scielo.org/index.php/scielo/preprint/view/764/1039>>, Acesso em: 17 ago. 2022.

SILVA. N. **Modelos Epidemiológicos SIR Contínuo com Estratégias de Vacinação como Método de Controle Epidêmico**, Universidade Federal de Viçosa, Minas Gerais, 2018.

TOWERS, S. “**Markov Chain Monte Carlo parameter optimization method**”, 2014. Disponível em: <sherrytowers.com/2014/07/15/markov-chain-monte-carlo-parameteroptimization-method/>. Acesso em: 8 jul. 2022.

VERÍSSIMO, Andrey Jonas et al. Métodos estatísticos de suavização exponencial HOLT-WINTERS para previsão de demanda em uma empresa do setor metal mecânico. **Revista Gestão Industrial**, [S.L.], v. 8, n. 4, p. 154-171. 2013.