



ConBRepro

XIII CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO



IA nas Engenharias

29 nov. a 01
de dezembro 2023

Modelo matemático de programação inteira para a nucleação de alunos no transporte escolar: desenvolvimento e aplicação

Natália Varela da Rocha Kloeckner
PPGA – Universidade de São Paulo
CCSA – Universidade Presbiteriana Mackenzie

Thiago Costa Holanda
FEAACS – Universidade Federal do Ceará

Resumo: A gestão do transporte escolar possui considerada relevância para o alcance da educação às diferentes esferas da sociedade, uma vez que representa para alguns alunos o único meio de acesso e permanência no ambiente escolar. Programas governamentais como o Programa Nacional de Transporte Escolar, visa à contribuição financeira para aquisição de ônibus para os municípios. Contudo, a medida não representa uma solução em si mesma, pois antes de se ofertar o serviço, há a necessidade de rotear o percurso que o ônibus deve fazer a fim de atender satisfatoriamente a todos os alunos demandantes. Isso reflete diretamente no desempenho dos resultados econômicos, operacionais e sociais das instituições envolvidas. Nesse estudo, aborda-se o problema de Nucleação de Alunos no Transporte Escolar, que consiste em alocar cada aluno, em sua respectiva série, na escola mais próxima possível de sua residência, considerando a capacidade que cada série possui para atendimento da demanda. Logo, trata-se de otimizar os agrupamentos formados de tal modo a reduzir o percurso de traslado do aluno para a escola, o que resulta em uma otimização de tempo, redução do custo da viagem, melhor bem-estar do aluno e incremento do processo de aprendizagem. Logo, o objetivo desse trabalho consiste em desenvolver um modelo matemático para agrupar os alunos, por série, em cada escola. A formulação proposta foi aplicada em um estudo de caso na cidade de Maranguape, no Ceará, apresentando resultados consistentes, como a destinação ótima de 78% dos alunos. Limitações e estudos futuros são indicados ao final do estudo.

Palavras-chave: Transporte Escolar, Nucleação de alunos, Problema de Agrupamento Multi Capacitado

Integer programming mathematical model for student nucleation on school transport: development and application

Abstract: The management of school transport is important for the reach of education to different spheres of society, as it represents for some students the only means of accessing and remaining in the school environment. Government programs in Brazil, such as the National School Transport Program, aim to provide financial contributions for the acquisition of buses for municipalities. However, the measure does not represent a solution in itself, as before offering the service, there is a need to route the route that the bus must take in order to satisfactorily serve all student requests. This directly reflects the performance of the economic, operational and social results of the institutions involved. In this study, the problem of Student Nucleation in School Transport is addressed, which consists of allocating each student, in their respective grade, to the school closest to their residence as possible, considering the capacity that each grade has to meet demand. Therefore, it is about optimizing the groups formed in such a way as to reduce the student's transportation route to school, which results in time optimization, reduced travel costs, better student well-being and an increase in the process. of learning. Therefore, the objective of this work is to develop a mathematical model to group students, by grade, in each school. The proposed formulation was applied in a case study in the city of Maranguape, in the state of Ceará, presenting consistent results, such as the optimal allocation of 78% of students. Limitations and future studies are indicated at the end of the study.

Keywords: School Transport, Student Nucleation, Multi-Capacity Grouping Problem

1. Introdução

A gestão do transporte escolar é um instrumento de considerável relevância para frequência e permanência do aluno em ambiente escolar, dado que representa para alguns alunos o único meio de acesso à escola (SINDSEP, 2020).

A Portaria Ministerial nº 955, de 21 de junho de 1994, criou o Programa Nacional de Transporte Escolar (PNTE), impôs a contribuição financeira aos municípios e organizações não governamentais na aquisição de ônibus escolares voltados ao transporte diário de alunos de escolas públicas na zona rural. Contudo, a obrigatoriedade do transporte escolar pelo Estado para todos os municípios e o Distrito Federal, regida pela Lei nº 9.394/96, não representa uma solução em si mesma, pois além da disponibilidade do transporte, incorre aos municípios, também, a necessidade de rotear o percurso que cada ônibus deve fazer (MEC, 1996).

Dessa forma, para satisfazer as restrições quanto à capacidade dos ônibus, ao tempo de duração da viagem (caminho percorrido/qualidade do traslado), ao atendimento total da demanda, bem como ao atendimento do tempo de início e término das aulas é necessário alcançar a eficiência a este serviço aos estudantes.

O Problema de Roteamento do Transporte Escolar, também conhecido por School Bus Routing Problem – SBRP foi inicialmente postulado como a atribuição de cada aluno a um ônibus escolar para otimizar a utilização do veículo na coleta e retorno de cada estudante à escola ou residência (NEWTON; THOMAS, 1969). Posteriormente, tal modelo incentivou o aparecimento de outras abordagens e técnicas para a solução do problema, como a da resposta a necessidade de aplicações em casos com premissas e restrições específicas. Tais abordagens foram instituídas por Bennett e Gazis (1972), Gavish e Shlifer (1979), Dulac et al. (1980), Hargroves e Demetsky (1981), Chapleau et al. (1985), Laporte et al. (1989), Bowerman et al. (1995), Fügenschuh (2009), Park e Kim (2010), Ledesma e González (2012), Park et al. (2012) e Schittekat et al. (2013).

O Problema de Nucleação de Alunos, Student Nucleation Problem – SNP, um dos problemas originados pelo SBRP, tem-se tornado evidente por meio de alternativas ao controle e qualidade dos custos e educação promovidos pelas políticas públicas dos municípios (SALES et al, 2018).

Diante disso, este estudo consiste em responder o seguinte problema de pesquisa: como nuclear alunos em escolas multicapacitadas?

Já o seu objetivo concentra-se em desenvolver e aplicar um modelo matemático de programação inteira para a nucleação de alunos no transporte escolar.

Como hipótese, tem-se que o uso de um modelo de programação inteira pode permitir a nucleação de alunos em escolas multicapacitadas, automatizando o processo de tomada de decisão e obtendo soluções de custo mínimo.

O método de estudo de caso com dados pertinentes referentes ao município de Maranguape, no Estado do Ceará, foi utilizado para conduzir o cenário de aplicação do modelo proposto.

O presente artigo pretende contribuir com a apresentação de uma alternativa para a aplicação do problema de nucleação de alunos no transporte escolar nos municípios.

A estrutura desse trabalho é composta por quatro seções, além dessa introdução. A segunda seção apresenta uma breve discussão sobre o problema de nucleação no transporte escolar, o que contempla a definição do problema e a apresentação do respectivo modelo matemático, formulado para este estudo. A terceira seção, intitulado estudo de caso, descreve a instância de aplicação do modelo matemático. Já a quarta seção consiste na apresentação da análise e discussão dos resultados. Por fim, a quinta seção apresenta as conclusões, limitações e sugestões para estudos futuros.

2. O problema de nucleação no transporte escolar

O Problema de Nucleação de Alunos (PNA), também conhecido por *Student Nucleation Problem* – SNP, corresponde a um problema de agrupamento no qual a partir da escolha de um critério, como, por exemplo, o da distância, pode-se definir ou quantificar o quão perto ou distante encontra-se um aluno da escola (KLOECKNER, 2015).

Admite-se que o conceito de nucleação escolar e nucleação de alunos são equivalentes, uma vez que a nucleação escolar corresponde à junção de escolas menores em uma estrutura maior. Tais estruturas são inerentes a nucleação de alunos, ou seja, a formação de *clusters* (agrupamentos) de alunos que residam a menor distância do local da escola (Pólo) (KLOECKNER, 2015).

Desta forma, a nucleação de alunos ou nucleação escolar, corresponde a um problema de agrupamento no qual a partir da escolha de um critério, como, por exemplo, o da distância, pode-se definir ou quantificar o quão perto ou distante encontra-se um aluno da escola.

O problema de nucleação proposto no presente trabalho pode ser visto como um Problema de Agrupamento Multicapacitado (*Multi-Capacitated Clustering Problem* – MCCP), o qual além de buscar agrupar os alunos (elementos) em escolas (*clusters*) próximas a suas residências, satisfaz a restrição de diferentes capacidades de alocação de alunos por série.

O problema de agrupamento de conjuntos constitui-se em um problema combinatório NP-Completo (WELSH; POWELL, 1967; GAREY; JOHNSON, 1979; MULVEY; BECK, 1984; OSMAN; CHRISTOFIDES, 1994), no qual a característica de resolução do problema em sua otimalidade pode não ser satisfeita – uma vez que, de acordo com o seu porte e as características da instância podem necessitar de bastante recurso computacional. Alternativamente, utiliza-se com tempo polinomial aceitável, algoritmos (métodos) que retornam soluções próximas do ótimo, tais como as heurísticas e meta-heurísticas. Podendo ainda lograr, por meio de tais métodos, a eficiência no uso dos recursos envolvidos no problema, bem como a redução dos custos e melhoria do nível de serviço ofertado.

2.1 Definição do problema

O SNP tem como objetivo definir em uma rede de m indivíduos de características distintas, p agrupamentos, dentre n possíveis candidatos a *cluster*, que maximizem a similaridades desses objetos dentro de cada *cluster*. Como não existe na literatura vigente abordagens do MCCP, o desenvolvimento desta definição tem como base o CCP (*Capacitated Clustering Problem*) tradicional.

Proposto por Mulvey e Beck (1984), o CCP tem como objetivo minimizar a soma das distâncias entre cada indivíduo e a mediana do seu *cluster*. Para isso, dado um agrupamento de m indivíduos e suas respectivas demandas, particionam-se esses indivíduos em p *clusters* mutuamente exclusivos, limitando a capacidade de cada *cluster* e resultando, por conseguinte, no valor mínimo da soma das distâncias entre os pontos e a mediana de seus respectivos *clusters*.

O CCP pode também ser relacionado a um problema de localização. Isso, pois dado que as medianas dos *clusters* podem ser interpretadas como instalações prestadoras de serviços, e os indivíduos e suas alocações, como uma relação de clientes e instalações (ANDRADE; CUNHA, 2011).

2.2 Modelo Matemático proposto

O problema objeto desse estudo consiste em destinar os alunos que cursam determinada série, às escolas mais próximas quanto possível de sua residência, necessitando para isso que na escola de destino haja capacidade para alocar tal aluno na sua respectiva série. A notação matemática usada para formulação do modelo SNP é apresentada a seguir.

Nos conjuntos, apresentam-se: M : conjunto dos alunos; N : conjunto das localizações das escolas; P : conjunto de séries de ensino para alunos.

Como parâmetros, tem-se: d_{ij} : distância entre o aluno i e a escola j ; q_{ik} : matriz da demanda do aluno i para a série k , a qual cursa; f_j : custo de instalação da escola j ; w_{jk} : capacidade da escola j alocar o aluno na série k .

Já as variáveis de decisão consistem em x_{ij} : variável binária 0-1, que assume o valor 1 se o aluno i é alocado na escola j , sendo 0 caso contrário. E, y_j : variável binária 0-1, que assume o valor 1 se a escola j é usada, sendo 0 caso contrário.

Já a função objetivo do modelo matemático é

$$\text{Minimizar } Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n d_{ij} \cdot x_{ij} + \sum_{j=1}^n f_j y_j \quad (1)$$

Sujeita às restrições:

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, \forall i = 1, \dots, m \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^m q_{ik} \cdot x_{ij} \leq w_{jk}, \forall j = 1, \dots, n; k \in P \quad (3)$$

$$x_{ij} - y_j \leq 0, \forall i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n \quad (4)$$

$$x_{ij}, y_j \in \{0,1\} \quad \forall i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n \quad (5)$$

A função objetivo (1) a ser minimizada representa o custo total de nucleação dos alunos às escolas. O primeiro termo da função objetivo refere-se ao custo de transporte do aluno i para a escola j , enquanto o segundo termo refere-se ao custo fixo da escola j . O conjunto de restrições do tipo (2) impõe que cada aluno i seja vinculado a uma única escola j . Já o conjunto de restrições do tipo (3) garante que a alocação dos alunos respeitará a capacidade das escolas, por série. O conjunto de restrições do tipo (4) garante que o aluno i será alocado à escola j se, e somente se, ela fizer parte da solução ótima. Por fim, o conjunto de restrições do tipo (5) diz respeito ao caráter binário das variáveis de decisão do modelo.

3. Estudo de caso: aplicação do modelo matemático desenvolvido

A essência do estudo de caso é a sua tentativa de esclarecer uma decisão ou um conjunto de decisões, identificando o motivo por que foram tomadas, como foram implementadas e quais os resultados foram atingidos.

A implementação da formulação para o SNP, proposta neste trabalho, usando dados reais (advindos do estudo de caso), possibilita averiguar a eficiência de sua solução, bem como permite uma melhor visualização - pelo meio acadêmico e social. Isso permite analisar a aplicabilidade e características que poderão ser utilizadas pelas secretarias de educação dos municípios que quiserem utilizar essa ferramenta.

Diante do exposto e do comprometimento da secretaria do município disponibilizar os dados requeridos para este trabalho, escolheu-se aplicar o estudo de caso na cidade de Maranguape, localizado ao norte, no Estado do Ceará, a cerca de 30 km de distância da capital, Fortaleza.

O levantamento dos dados, que primordialmente objetivaram o registro da localização dos alunos e escolas com suas respectivas séries, resultou na obtenção de informações dos endereços de 8.132 alunos, divididos na nova classificação das séries fundamental I e II, ou seja, 1ª à 9ª série, e, distribuídos, por sua vez, em um universo de 51 escolas, estas localizadas em meios rurais ou urbanos.

Assim, de posse de tais endereços, deu-se prosseguimento à tabulação dos dados, que consistiu em determinar as coordenadas UTM (sistema de coordenadas cartesianas bidimensional, o qual representa um ponto qualquer em posição horizontal, utilizando-se para isso da projeção cilíndrica transversal, o que resulta na composição de 60 fusos distintos na superfície da terra) advindas dessas localizações, de forma a calcular as distâncias entre os candidatos a *cluster* (escolas) e os indivíduos (alunos).

4. Análise e discussão dos resultados para otimalidade

A aplicação do modelo considerou a alocação dos 8.132 alunos nas 51 escolas já existentes. Para tal, testou-se o modelo, desenvolvido no presente estudo, ao exemplo fidedigno da capacidade de cada instituição de atender a demanda de cada aluno.

Cabe ressaltar, que o valor do custo de transporte por quilômetro – em conjunto com a distância euclidiana entre os alunos e as escolas, bem como o custo fixo de instalação de um estabelecimento de ensino –, foi estimado considerando valores de mercado e correção monetária (pelo Índice de Preço ao Consumidor Amplo – IPCA).

O modelo SNP foi implementado no *software* CPLEX 12.6. que, conforme o seu fabricante, IBM, é capaz de acelerar o desenvolvimento, bem como a implantação de modelos de otimização, utilizando-se de programação linear. A geração da solução ótima para o modelo SNP no *software*, neste cenário, levou 7 horas e 1 minuto. Já quanto ao sistema operacional, foi utilizado o Windows 10 de 64 Bits, com processador Intel Core i7 – 7500U CPU, 4ª geração, 2.70 GHz e 16 GB de memória RAM.

Como resultado da aplicação do modelo proposto, obteve-se a destinação ótima de 78% dos alunos (6.343). Isso significa que o modelo indicou que a cada 100 alunos, 78 fossem redirecionados para estudar em uma escola que contemple a sua série, e que seja a mais próxima possível da sua residência. Já para 22% dos alunos (1.789), a destinação do modelo foi imprecisa ou inexistente. Isso ocorreu por um problema de indisponibilidade de capacidade da turma ou requisitos da série. Em outras palavras, a turma da escola mais próxima, que poderia receber esse aluno, não o fez por não ter a série que o aluno demandou, ou pelo motivo da sala não comportar mais alunos matriculados.

Ademais, atualmente, busca-se atestar a otimalidade do modelo – desenvolvido e apresentado no corrente estudo – em cenários consequentes ao ilustrado nesse trabalho. Para isso, o modelo encontra-se em testes quanto a verificação de soluções ótimas para a decisão de continuar ou fechar as escolas que atuem muito abaixo da média de capacidade de alunos por turma, bem como quanto a indicação de abrir novas escolas em locais com maior concentração de estudantes demandantes.

A problemática de disponibilidade de escolas e séries com capacidade para alocação de alunos foi tratada nesse estudo como fator limitante a otimalidade de aplicação do modelo. Contudo, dado que se trata de um arcabouço de condições e operações que vencem o escopo proposto nesse trabalho, optou-se por não competir a esse estudo o debate de tais políticas públicas.

5. Conclusão

O modelo de SNP proposto foi aplicado em um estudo de caso, com dados do município de Maranguape – Ceará – tendo como essência preencher a lacuna que dificulta o transporte escolar nas cidades. A tomada de decisão de quais alunos destinar para qual escola, pode resultar em um melhor atendimento aos estudantes, uma melhor eficiência e eficácia de transporte, e em última análise, em um menor custo de operacionalização de ônibus escolares pelo Estado.

Dessa forma, as abordagens propostas neste estudo demonstraram relevância e originalidade ao trabalho no que se refere a: elaboração de um modelo matemático que gera soluções exatas para o problema de nucleação de alunos em escolas multicapacitadas; abordagem e descrição de características sobre o conceito proposto de nucleação de alunos no transporte escolar; e, a validação do modelo desenvolvido em um problema real.

Como limitações, indica-se o não uso da totalidade dos dados enviados pela Secretaria de Educação de Maranguape – Ceará. Dos 10.527 dados disponibilizados, 2.395 apresentaram informações incompletas ou geolocalizações inconsistentes. Além disso, esse estudo optou por não adentrar em discussões sobre demais políticas públicas que envolvem o transporte escolar.

Por fim, para estudos futuros, sugere-se: integrar o modelo com um sistema de informações geográficas, o que viabilizaria a distância viária real, por exemplo, além de georreferenciar corretamente todos os indivíduos do modelo, e; considerar na função objetivo o valor presente líquido no termo inerente ao custo fixo de instalação das facilidades.

Referências

ANDRADE, L. CUNHA. C. Algoritmo de colônia artificial de abelhas para um problema de clusterização capacitado. *In: XLII SBPO. Anais...* Ubatuba, SP, 2011.

BENNETT, B. T.; GAZIS, D. C. School bus routing by computer. **Transportation Research**. vol. 6. p. 317 – 325. Great Britain: 1972.

BOWERMAN, R.; HALL, B. CALAMAI, P. **A multi-objective optimization approach to urban school bus routing**: formulation and solution method. *Transportation Research*. Vol.29. n.2, p.107-123, 1995.

CHAPLEAU, L.; FERLAND, J. -A.; ROUSSEAU, J.-M. Clustering for routing in densely populated areas. **European Journal of Operational Research**. n. 20. v.1. p. 48-57. University of Montreal. Quebec: 1985.

DULAC, G; FERLAND, J. A.; FORGUES, P. A. School bus routes generator in urban surroundings. **Computers and Operations Research**. v.7. p.199 – 213. Elsevier: 1980.

FÜGENSCHUH, A. Solving a school bus scheduling problem with integer programming. **European Journal of Operational Research**. n.193. v.3. p. 867–884. Elsevier: 2009.

GAREY, M. R.; JOHNSON, D. S. **Computers and intractability**: a guide to the theory of NP-Completeness. Macmillan Higher Education: 1979.

GAVISH, B.; SHLIFER, E. An approach for solving a class of transportation scheduling problems. **Europe Journal Operation Research**. v.3. ed.2. p. 122-134. Elsevier: 1979.

HARGROVES, B. T.; DEMETSKY, M. J. A computer Assisted school bus routing strategy: a case study. **Socio-Economic Planning Sciences**. v.15. issue 6. p.341-345. Elsevier: 1981.

LAPORTE, G.; LOUVEAUX, F.; MERCURE, H. Models and exact solutions for a class of stochastic location-routing problems. **European Journal of Operational Research**, n. 39. p. 71-78. Elsevier: North-Holland, 1989.

KLOECKNER, N. V. R. O Problema de nucleação de alunos no transporte escolar. 2015. 57 f. Dissertação (Mestrado em Logística e Pesquisa Operacional) – Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2015.

LEDESMA, J. R.; GONZÁLEZ, J. J. S. A column generation approach for a school bus routing problem with resource constrains. **Computers & Operations Research**. v.40. p. 566-583. Elsevier: Agust, 2012.

MEC. Ministério da Educação. **Lei 9.394/1996**. Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Disponível em: <<http://legislacao.planalto.gov.br/legisla/legislacao.nsf>>. Acessado em: 02 de dezembro de 2013.

MULVEY, J. M.; BECK, M. P. Solving capacitated clustering problems. **European Journal of Research**. v. 18. p. 339-348. North-Holland: 1984.

NEWTON, R. M.; THOMAS, W. H. Design of school bus routes by computer. **Socioeconomic Planning Sciences**. n. 3. p. 75-85. 1969.

OSMAN, I. H.; CHRISTOFIDES, N. Capacitated clustering problems by hibrid simulated annealing and Tabu Search. **Int. Transportation Optimization Research**. v. 1. n.3. p. 317-336. Elsevier: Great Britain, 1994.

PARK. J.; KIM. B. I. The school bus routing problem – A review. **European Journal of Operational Research**. n.202, p.311-319. Elsevier, 2010.

PARK. J.; KIM. B. I. A.; KIM, S. A school bus scheduling problem. **European Journal of Operational Research**. n.218, p.577-585. Elsevier, 2012.

SALES, Leonardo de Pádua Agripa. MELO, Cristiano Sousa. BONADES, Tiberius de Oliveira. PRATA, Bruno de Athaide. Memetic Algorithm for the Heterogeneous Fleet School Bus Routing Problem. **J. Urban Plann. Dev.**, 144(2): 04018018, 2018.

SCHITTEKAT, P.; KINABLE, J.; SORENSEN, K.; SEVAUX, M.; SPIEKSMAN, F.; SPRINGAEL, J. A Metaheuristic for the school bus routing problem with bus stop selection. **European Journal of Operation Research**. n.229, p.518-528. Elsevier, 2013.

SINDSEP. Sindicato dos Servidores Públicos Municipais de Itapipoca, Tururu e Uruburetama. Projeto de Nucleação de Escolas: questionamentos e iniciativas do SINDSEP. **Boletins**. 2020

WELSH, D. J. A.; POWELL, M. B. An upper bound for the chromatic number of a graph and its application to timetabling problems. **The Computer Journal**. n.10. v.1. p. 85-86, 1967.