



# ConBRepro

XIII CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO



IA nas Engenharias

29 nov. a 01 de dezembro 2023

## Análise de métodos de otimização multi-objetivo para um problema de sequenciamento verde de máquinas paralelas

Clarissa Maria Rodrigues de Oliveira<sup>1</sup>, Matheus Lopes Bittencourt<sup>2</sup>, Raphael Kramer<sup>3</sup>

<sup>1, 2, 3</sup> Programa de Pós Graduação em Engenharia de Produção – Universidade Federal de Pernambuco

**Resumo:** Este artigo aborda um problema de otimização bi-objetivo de sequenciamento de máquinas paralelas idênticas sob um esquema de precificação da energia por tarifas dependentes do horário de uso, no qual o objetivo deste trabalho é aplicar os métodos restrição- $\epsilon$  e soma ponderada de modo a compará-los, utilizando as métricas de desempenho *Hipervolume*, *Pureza* e  $D_r$ . Os métodos implementados fazem uso da escalarização como uma técnica para remodelar o problema, transformando-o em mono-objetivo. Testes computacionais foram aplicados em 30 instâncias propostas por Wang et al. (2018), e os resultados demonstraram a ineficiência do método da soma ponderada em relação ao método da restrição- $\epsilon$  para o modelo matemático estudado.

**Palavras-chave:** Otimização, Sequenciamento Verde, Máquinas Paralelas, Multi-objetivo, Tarifa de Energia.

## Analysis of multi-objective optimization methods for a parallel machine green scheduling problem

**Abstract:** This article addresses a bi-objective optimization problem of scheduling identical parallel machines under an energy pricing scheme using tariffs dependent on time of use, in which the objective of this work is to apply the  $\epsilon$ -constraint and weighted sum methods in order to compare them, using the performance metrics Hypervolume, Purity and  $D_r$ . The implemented methods make use of scalarization as a technique to remodel the problem, transforming it into a mono-objective. Computational tests were applied to 30 instances proposed by Wang et al. (2018), and the results demonstrated the inefficiency of the weighted sum method in relation to the  $\epsilon$ -constraint method for the mathematical model studied.

**Keywords:** Optimization, Green Scheduling, Parallel Machines, Multi-objective, Energy Tariff.

### 1. Introdução

Atualmente, a redução do consumo de energia e a emissão de poluentes tornaram-se um dos maiores desafios das indústrias manufatureiras, levando muitos governos e pesquisadores a investirem tempo e dinheiro em pesquisas (Wu e Sun, 2018). Isso ocorre porque, embora o nível de serviço dos sistemas de manufatura seja um indicador crucial que sempre foi considerado na tomada de decisões, o cenário mundial atual também exige atenção especial às questões ambientais (Amiri e Behnamian, 2020).

Nos últimos anos, para Willeke et al. (2016) os preços das tarifas da energia elétrica aumentaram gradativamente para as empresas de manufatura. Pois, dentre as diversas fontes de energia disponíveis para o processo de transformação, a energia elétrica é uma das mais utilizadas no mundo, sendo responsável por cerca de 54% do consumo de energia distribuída globalmente (IEA, 2016).

Diante das atuais preocupações ambientais, vários países têm implementado uma política de preços dependentes do horário de utilização, conhecida como Time-Of-Use (TOU) (Wang e Li, 2013). Essa estratégia tem se mostrado eficaz na redução do custo total de energia e na mitigação da poluição ambiental. A política de TOU envolve a aplicação de diferentes tarifas de eletricidade ao longo de um horizonte de tempo, incentivando os consumidores a utilizar energia durante os períodos fora do pico (Cheng et al., 2017). Essa abordagem oferece uma oportunidade valiosa para as organizações planejarem suas operações fora dos horários de pico das tarifas.

Em Yang et al. (2019), os autores observaram que um sequenciamento irracional nas operações das organizações pode resultar em desperdício de energia e ter um impacto ambiental significativo. Portanto, a melhoria nos indicadores de consumo de energia é crucial para a conservação e redução do impacto ambiental causado pelas organizações (Wu e Sun, 2018). Dessa forma, o sequenciamento verde, ou programação verde, emergiu como um tópico relevante na pesquisa acadêmica, com amplas aplicações nas organizações. Pois, ele oferece a oportunidade de otimizar o sequenciamento da produção e de reduzir o consumo de energia (Oztop et al., 2020).

No entanto, os sequenciamentos precisam ser elaborados de acordo com as restrições impostas pelo problema, as quais englobam características específicas dos processos e recursos, como, por exemplo, a disposição das máquinas. É essencial compreender os diversos tipos de ambientes de manufatura existentes para identificar um modelo que represente a realidade dos processos em análise. Nesse contexto, Pinedo (2016) categoriza os ambientes de manufatura da seguinte forma: máquina única, máquinas paralelas, flow shop, job shop e open shop.

Um dos ambientes amplamente explorados na literatura é o de máquinas paralelas, onde cada tarefa deve ser processada uma única vez e em uma única máquina, havendo várias máquinas disponíveis para executar o mesmo estágio de processamento das tarefas (Cheng et al., 2017). De acordo com Zandi et al. (2020), essa configuração é comum em diversas organizações, como as que atuam nos setores de embalagens, impressão, indústria alimentícia, têxtil e química.

Em muitas aplicações de sequenciamento verde, os objetivos relacionados à energia podem entrar em conflito com os objetivos tradicionais de sequenciamento (Jiang et al., 2020), como no estudo de Rego et al. (2022), no qual é abordado um problema de máquinas paralelas bi-objetivo sob um esquema de precificação TOU (Time-of-Use) e os objetivos de otimização são o makespan e o custo total de energia (TEC). Da mesma forma, Ding et al. (2021) também apresentam uma pesquisa sobre sequenciamento de máquinas paralelas sob um esquema de precificação TOU. O objetivo deste estudo é minimizar o custo energético através de uma programação verde, visando a redução do impacto ambiental e dos custos, ao mesmo tempo em que o tempo total de conclusão de todas as tarefas não excede um certo limite.

Dessa forma, tanto nas pesquisas de Rego et al. (2022), como em Ding et al. (2021), os objetivos são conflitantes. Isso ocorre porque programar as máquinas nos horários de tarifas mais baixas possibilita a redução do custo de energia, porém, ao mesmo tempo, aumenta o makespan. Portanto, é necessário encontrar um equilíbrio na otimização de ambos os critérios de desempenho nesses cenários, resultando em um conjunto de soluções que otimizem ambos os aspectos.

Nesta pesquisa abordamos um problema de otimização bi-objetivo envolvendo máquinas paralelas idênticas com considerações ambientais. O objetivo desse trabalho é aplicar dois métodos de otimização bi-objetivo, chamados de soma ponderada e restrição- $\epsilon$ , de forma a promover a comparação entre esses por meio de métricas de performance, avaliando o quão ineficiente é o primeiro em relação ao segundo, no caso do modelo matemático desse artigo. O restante do artigo está organizado da seguinte maneira: a Seção 2 apresenta a descrição do problema de sequenciamento abordado na pesquisa; a Seção 3 contém conceitos relacionados a problemas bi-objetivo; a Seção 4 apresenta os métodos de otimização implementados para resolver o problema estudado; a Seção 5 demonstra os resultados obtidos por meio dos experimentos computacionais realizados; por fim, a Seção 6 apresenta as conclusões e perspectivas para trabalhos futuros.

## 2. Descrição do problema

O foco deste estudo envolve a otimização da sequência de um conjunto de tarefas que necessitam ser processadas em um ambiente de máquinas paralelas, enquanto atendemos a restrições específicas. No qual, o objetivo principal é alcançar a minimização do *TEC* e do tempo de término da última tarefa, comumente conhecido como *makespan* ( $C_{max}$ ). Esse modelo matemático foi proposto inicialmente por Wang et al. (2018) e estudado em Anghinolfi et al. (2021).

O problema consiste em sequenciar  $N$  independentes trabalhos em  $M$  máquinas paralelas idênticas. Todas as tarefas estão disponíveis para processamento no tempo 0 (i.e., no início do horizonte de tempo), e cada máquina pode processar apenas um trabalho por vez.

Seja  $J = \{1, \dots, N\}$  o conjunto de tarefas a serem processadas, e  $H = \{1, \dots, M\}$  um conjunto de máquinas. Para cada tarefa  $j \in J$ , o tempo de processamento  $p_j$  é idêntico para todas as máquinas. As tarefas devem ser sequenciadas em um horizonte de tempo que consiste em um conjunto  $T = \{1, \dots, K\}$  de intervalos de tempo. As tarefas não podem ser interrompidas, ou seja, cada tarefa  $j$  deve ser processado em um conjunto  $S_j$  de  $p_j$  intervalos de tempo consecutivos em uma única máquina  $h \in H$ .

Devido aos custos variáveis de energia durante o TOU, os intervalos de tempo em  $T$  são organizados em grupos, onde cada grupo engloba uma série de intervalos de tempo que compartilham o mesmo preço de energia. Ou seja, um determinado preço da energia  $c_t$  é atribuído a cada intervalo de tempo  $t \in T$ . Cada máquina  $h \in H$  está associada a uma taxa fixa de consumo de energia  $e_h$ , e o custo do consumo de energia associado ao processamento do trabalho  $j$  na máquina  $h$  é  $e_h \sum_{t \in S_j} c_t$ .

O tempo de conclusão  $C_j$  de uma tarefa  $j$  é o tempo final do último intervalo de tempo designado para a tarefa. Além disso, o  $C_{max}$  de um sequenciamento é o tempo de término do último  $j \in J$ , ou seja,  $C_{max} = \max\{C_j : j \in J\}$ . O valor do *TEC* está associado ao sequenciamento definido como  $\sum_{h \in H} e_h \sum_{j \in J_h} \sum_{k \in S_j} c_k$ , onde  $J_h$  é o conjunto de tarefas sequenciadas na máquina  $h$ . Dessa forma, as variáveis desse problema são:

- $X_{jht} \in \{0, 1\}, j \in J, h \in H, t \in T$ , que assume valor 1 se a tarefa  $j$  for processada na máquina  $h$  começando no início do intervalo de tempo  $t$ , e 0 caso contrário;
- $C_j \geq 0, j \in J$ , tempo de conclusão do trabalho  $j$ ;
- $C_{max} \geq 0$ ;
- $TEC \geq 0$ .

Diante disso, este problema pode ser formulado da seguinte maneira:

$$\min C_{max} \tag{1}$$

$$\min TEC \quad (2)$$

Sujeito a:

$$TEC = \sum_{h \in H} e_h \sum_{j \in J} \sum_{t=1}^{k-p_j+1} X_{jht} \left( \sum_{i=t}^{t+p_j-1} c_i \right) \quad (3)$$

$$\sum_{h \in H} \sum_{t=1}^{k-p_j+1} X_{jht} = 1 \quad \forall j \in J \quad (4)$$

$$\sum_{j \in J} \sum_{i=\max\{0, t-p_j+1\}}^t X_{jhi} \leq 1 \quad \forall j \in J \quad (5)$$

$$C_j = \sum_{h \in H} \sum_{t=1}^{k-p_j+1} (t + p_j - 1) X_{jht} \quad \forall j \in J \quad (6)$$

$$C_{max} \geq C_j \quad \forall j \in J \quad (7)$$

$$C_{max} \leq K \quad (8)$$

$$TEC \geq 0, C_{max} \geq 0, C_j \geq 0 \quad \forall j \in J \quad (9)$$

$$X_{jht} \in \{0,1\} \quad \forall j \in J, h \in H, t \in T \quad (10)$$

As Expressões (1) e (2) representam as funções objetivos a serem minimizadas, sendo elas  $C_{max}$  e  $oTEC$ , respectivamente. A Equação (3) define o cálculo do  $TEC$ . As Restrições (4) impõem que cada tarefa seja atribuída a uma única máquina, garantindo que o processamento de qualquer trabalho começa em um único espaço de em uma única máquina. O conjunto de Restrições (5) garantem que no máximo um único trabalho seja processado em cada intervalo de tempo em cada máquina. As Restrições (6) fornecem os horários de conclusão das tarefas, impondo implicitamente a não preempção. As Inequações (7) definem o  $C_{max}$ , enquanto que a Inequação (8), impõe que o  $C_{max}$  não deva exceder o horizonte temporal disponível (observe que, devido a Equação (8), o problema pode não ser solucionável se  $K$  não for suficientemente grande). Finalmente, as Restrições (9) e (10) definem os domínios das variáveis.

### 3. Problemas Multi-objetivos

Conforme Xue et al. (2019), um problema multi-objetivo pode ser definido como: para uma dada solução  $x \in B$ , i.e.,  $x$  é um vetor de decisão pertencente ao espaço de soluções  $B$ , deseja-se minimizar  $f(x) = f_1(x), f_2(x), \dots, f_q(x)$ , sendo  $f_1, f_2, \dots, f_q$ ,  $q$  funções objetivo conflitantes. Diante disso, diz-se que uma solução viável  $a$  domina a solução viável  $b$  (com notação  $a \succ b$ ), se  $f_l(a) \leq f_l(b)$  para todo  $l \in 1, 2, \dots, q$  e se  $f_l(a) < f_l(b)$  para pelo menos uma função objetivo  $l \in 1, 2, \dots, q$  (considerando objetivos de minimização).

Portanto, no problema multi-objetivo busca-se encontrar soluções que minimizem mais de uma função de desempenho, e toda solução  $x \in B$  que não é dominada por outra solução do espaço de soluções  $B$  é pertencente ao conjunto Pareto-ótimo ou fronteira de Pareto, sendo denominada de solução não-dominada ou eficiente. Logo, não existe uma única solução ótima, como nos modelos de objetivo único, mas sim, um conjunto de soluções que consideram os *trade-offs* entre as medidas de desempenho conflitantes.

As próximas subseções apresentam dois métodos de resolução de forma exata para problemas multi-objetivos, no qual estes são reformulados para conter apenas um objetivo de desempenho.

#### 3.1 Método da soma ponderada das funções objetivo (MSP)

O MSP é amplamente utilizado na literatura para resolver problemas com múltiplos objetivos. Essa abordagem envolve a escalarização do problema, criando uma função objetivo composta pela soma das funções objetivo, ponderadas por meio de um conjunto

de pesos (Costa, 2015). Esses pesos representam a importância atribuída a cada um dos objetivos durante o processo de tomada de decisão (Ehrgott, 2005).

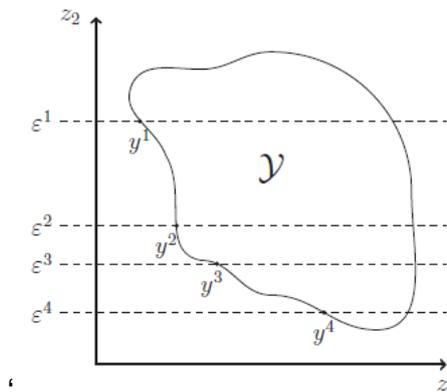
A principal vantagem dessa metodologia reside na simplicidade de sua execução, uma vez que os pesos modificam apenas os valores, permitindo a obtenção de várias soluções (Ehrgott, 2005). Após a obtenção da função ponderada, técnicas de otimização mono-objetivo podem ser aplicadas para resolver o problema.

Em problemas de otimização, no qual um espaço de soluções  $B$  é definido como  $B = \{x \in R^n : h(x) = 0, g(x) \leq 0\}$ ,  $B$  é convexo, logo, todas as soluções são ditas eficientes suportadas, i.e., é possível obter soluções não-dominadas por meio de um conjunto de pesos realizando somas ponderadas dos objetivos (Costa, 2015). No caso do modelo estudado nesse artigo, o espaço de soluções é composto por soluções binárias, portanto, não é convexo. Assim, o conjunto de soluções eficientes pode ser composto tanto por soluções suportadas como não.

### 3.2 Método da restrição- $\epsilon$ (MR- $\epsilon$ )

Essa abordagem, introduzida por Jaszkiwicz (2002), não utiliza a agregação de funções objetivo, o método trabalha com a otimização de apenas uma das restrições, enquanto que os demais objetivos são transformados em restrições através da imposição de *upper bounds* (para objetivos de minimização; ou *lower bounds*, para objetivos de maximização), denotados por  $\epsilon$ . Nessa técnica, com o objetivo de encontrar a Fronteira de Pareto, os valores de  $\epsilon$  são diminuídos gradativamente ( $\epsilon^1, \epsilon^2, \epsilon^3$  e  $\epsilon^4$ ) e então novos problemas são resolvidos ( $y^1, y^2, y^3$  e  $y^4$ ), como observado na Figura 1 (Costa, 2015).

Figura 1 - Pontos não-dominados encontrados utilizando-se o MR- $\epsilon$



Fonte: Costa (2015)

Mavrotas et al. (2009) apontam que essa abordagem é mais vantajosa do que o MSP. Pois, uma escolha não refinada do conjunto de pesos utilizados na junção das funções objetivos pode levar o MSP a gerar soluções redundantes. Já o MR- $\epsilon$ , a cada nova iteração gera uma nova solução eficiente (i.e., não dominada). Adicionalmente, nos casos em que os objetivos são avaliados em escalas distintas, os resultados do MSP podem sofrer uma influência significativa. Em última análise, o MSP sozinho não consegue produzir todas as soluções eficazes em problemas cujo espaço de soluções não é convexo.

No entanto, apesar dos inúmeros benefícios associados à aplicação do MR- $\epsilon$ , alguns autores, como Laumanns et al. (2006) e Mavrotas et al. (2009), também destacam algumas desvantagens dessa abordagem. Pois, a determinação correta do limite superior não é uma tarefa simples, uma vez que a escolha desse valor pode tornar o problema inviável. Além

disso, uma discretização inadequada dos intervalos pode resultar na perda de soluções ou geração de execuções desnecessárias. Além disso, em muitos cenários, o método exige um custo computacional elevado.

O conjunto de soluções encontradas pelos métodos de otimização multi-objetivo podem ser comparados conforme métricas de desempenho que são apresentadas na subseção seguinte.

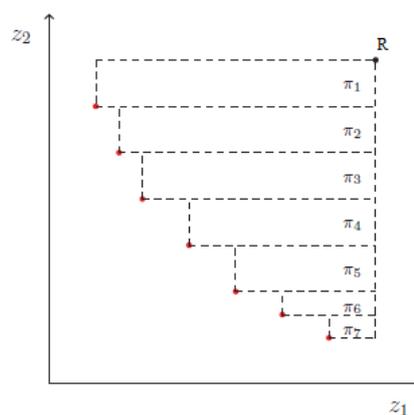
### 3.3 Avaliação de desempenho dos algoritmos multi-objetivos

Um dos principais problemas relacionados às soluções obtidas pelos métodos multi-objetivos diz respeito às comparações entre as fronteiras de pontos não-dominados. Pois, em problemas mono-objetivos, as soluções podem ser facilmente comparadas através do valor das funções objetivo. Entretanto, essa abordagem não se aplica aos problemas com múltiplos objetivos, pois a saída não é um único valor, mas sim um conjunto de soluções (Costa, 2015).

Uma das formas de avaliar a eficiência dos algoritmos multi-objetivos é baseada na posição da fronteira não-dominada. De acordo com Zitzler et al. (2000), o desejado para esse tipo de problema é que as distâncias entre o conjunto de pontos não-dominados obtidos pelo método e a fronteira de Pareto ótima (conjunto de referência) sejam as menores possíveis, que as soluções encontradas ao longo da fronteira estejam bem distribuídas e que a quantidade de pontos não-dominados seja a maior possível.

Muitos estudos têm se dedicado a estudar a comparação entre esses métodos, criando diversas métricas de desempenho para comparar os resultados de métodos de resolução de problemas com múltiplos objetivos (Costa, 2015). Diante disso, em Zitzler et al. (1999), é apresentada a medida de desempenho *Hipervolume*, a qual avalia o volume (ou área, no caso de problemas bi-objetivos) aproximado sob a curva formada pelo conjunto de soluções não dominadas em relação a um ponto de referência (ou seja, um ponto que seja ao menos dominado por todos os pontos da fronteira). Como observado na Figura 3, os volumes ( $\pi_1, \pi_2, \pi_3 \dots \pi_7$ ) são calculados a partir do ponto de referência  $R$ .

Figura 3 - Representação do cálculo do *Hipervolume*



Fonte: Costa (2015)

No trabalho de Bandyopadhyay et al. (2004) é apresentada outra medida de desempenho, a *Pureza* ( $P_i$ ), que mede a quantidade de soluções presentes nos outros métodos de resolução quando comparada à fronteira exata. Suponha que existam  $N \geq 2$  estratégias aplicadas para a resolução do problema multi-objetivo, onde  $r_i, i \in \{1, \dots, N\}$ , representa a

quantidade de soluções presentes na fronteira de Pareto de análise  $i$ , e  $r_i^*$  representa o número de soluções comuns da fronteira de Pareto  $i$  e de uma fronteira de referência, que pode ser obtida pela união das fronteiras dos  $N$  métodos avaliados. A *Pureza* pode ser calculada pela Equação (11):

$$P_i = \frac{r_i^*}{r_i} \quad (11)$$

No trabalho de Ishibuchi et al. (2003) é apresentado a medida de desempenho  $D_r$ , que consiste em uma métrica usada na avaliação da dispersão mínima das soluções encontradas por uma fronteira  $F$  em relação à fronteira de Pareto de referência ( $S^*$ ), como observado na Equação (12):

$$D_r(F) = \frac{1}{|S^*|} \sum_{y \in S^*} \min \{d_{xy} : x \in F\} \quad (12)$$

$S^*$  é definido como o conjunto de soluções ótimas não dominadas ou pela união das fronteiras dos métodos avaliados. A métrica mede a distância entre todas as soluções encontradas na fronteira  $F$  e as soluções do conjunto de Pareto  $S^*$ . A medida é calculada usando a distância euclidiana, conforme demonstrado na Equação (13):

$$d_{xy} = \sqrt{\sum_{k=1}^n (f_k^*(x) - f_k^*(y))^2} \quad (13)$$

Sendo  $n$  a quantidade de objetivos de otimização do problema.

#### 4. Algoritmos de otimização implementados

Essa Seção apresenta os métodos de obtenção de soluções pertencentes a fronteira de Pareto pela soma ponderada e pela restrição- $\epsilon$ , verificados nos Algoritmos 1 e 2, respectivamente. Esses foram implementados em linguagem de programação Julia, utilizando o pacote JuMP de modelagem matemática e Cbc como solucionador, realizando os experimentos em um computador com processador Intel(R) Core (TM) i5-1135G7, equipado com CPU de @ 2.40GHz e 8 GB de memória RAM e sistema operacional Windows 11.

Ambos os métodos recebem seis parâmetros relevantes para resolver o problema:  $n$  representa o número de tarefas;  $m$  define o número de máquinas;  $k$  é referente ao total de unidades de tempo disponíveis para sequenciamento;  $p$  representa o conjunto de tempos de processamento de cada tarefa;  $e$  é o conjunto de taxas fixas de consumo de energia associado a cada máquina; por fim,  $c$  define o conjunto de tarifas relacionadas a cada unidade de tempo  $t \in \{1, \dots, k\}$ . E iniciam com duas listas vazias, no qual a primeira, chamada de *Resultados*, armazena os pares  $TEC$  e  $C_{max}$ , bem como a solução de sequenciamento, e a segunda reúne as soluções não dominadas e sem repetição dos pares  $TEC$  e  $C_{max}$ , denominada de *FronteiraPond* e *FronteiraMR* nos métodos 1 e 2, nessa ordem.

No Algoritmo 1, as soluções são buscadas no looping das Linhas 4-9, que montam diferentes configurações de pesos por meio do auxílio de uma variável  $y$  definida como  $k - \lfloor (\sum_{i=1}^n p_i) / m \rfloor$ . As variáveis *Peso1* e *Peso2* são utilizadas como pesos para a realização de uma soma ponderada do  $TEC$  e  $C_{max}$  como objetivo de otimização do modelo apresentado na Seção 2. Na linha 7, a solução exata é encontrada e os valores de  $TEC$ ,  $C_{max}$ , bem como a solução de sequenciamento são adicionadas a lista *Resultados* na linha 8. Ao final, na linha

10, a fronteira de Pareto é obtida com a remoção das soluções dominadas e dos pares  $TEC$  e  $C_{max}$  repetidos, retornando a  $FronteiraPond$  na linha 11.

---

**Algoritmo 1** MSP ( $n, m, k, p, e, c$ )

---

```

1: Resultados  $\leftarrow \emptyset$ 
2: FronteiraPond  $\leftarrow \emptyset$ 
3:  $y \leftarrow k - \lfloor \frac{\sum_{i=1}^n p_i}{m} \rfloor$ 
4: para  $i = 0 : y - 1$  faça
5:    $Peso1 \leftarrow i$ 
6:    $Peso2 \leftarrow (y - 1) - Peso1$ 
7:    $TEC, C_{max}, Seq \leftarrow MetodoExato(n, m, k, p, e, c)$ 
8:   Resultados  $\leftarrow Adicionar(TEC, C_{max}, Seq)$ 
9: fim para
10: FronteiraPond  $\leftarrow$  Pares  $TEC$  e  $C_{max}$  de Resultados excluindo soluções dominadas e que
    apresentam pares iguais
11: retorne FronteiraPond

```

---

Por outro lado, no MR- $\epsilon$ , apresentado no Algoritmo 2, a busca por soluções ocorre nas Linhas 3-11, sendo que o objetivo do modelo matemático passa a ser apenas o da Expressão (2) da Seção 2, e o objetivo da Expressão (1) é tratado como restrição do modelo, uma vez que a cada iteração, uma solução é encontrada e sua viabilidade é verificada na linha 5. Caso essa solução seja viável, o número de intervalos de tempo disponíveis para a realização do sequenciamento é reduzido para o valor  $k = C_{max} - 1$ . Caso contrário, a busca por soluções para  $e$  a  $FronteiraMR$  é retornada na Linha 13.

---

**Algoritmo 2** MR- $\epsilon$  ( $n, m, k, p, e, c$ )

---

```

1: Resultados  $\leftarrow \emptyset$ 
2: FronteiraMR  $\leftarrow \emptyset$ 
3: enquanto verdadeiro faça
4:    $TEC, C_{max}, Seq \leftarrow MetodoExato(n, m, k, p, e, c)$ 
5:   se solução não for viável então
6:     break
7:   senão
8:     Resultados  $\leftarrow Adicionar(TEC, C_{max}, Seq)$ 
9:      $k = C_{max} - 1$ 
10:  fim se
11: fim enquanto
12: FronteiraMR  $\leftarrow$  Pares  $TEC$  e  $C_{max}$  de Resultados excluindo soluções dominadas e que
    apresentam pares iguais
13: retorne FronteiraMR

```

---

Nesse método, o maior valor possível de soluções encontradas é  $k - \lfloor (\sum_{i=1}^n p_i) / m \rfloor$ , sendo o mesmo valor atribuído à variável auxiliar  $y$  utilizada para definir os pesos do método anterior. Essa decisão visa que ambos os métodos busquem uma quantidade próxima ou semelhante de soluções, i.e., iterações, possibilitando uma comparação mais justa entre eles, em relação ao tempo computacional. Além disso, para a resolução do método exato definiu-se um tempo limite de execução de 60 segundos, retornando um *upper bound* no caso de a solução ótima não ter sido encontrada nesse intervalo de tempo.

## 5. Resultados e Discussão

As instâncias de testes foram propostas por Wang et al. (2018) e são classificadas em Anghinolfi et al. (2021) como instâncias de pequena escala (numeradas de 1 a 30). Além disso, são disponibilizadas pelos mesmos no site <https://github.com/ORresearcher/A-bi-objective-heuristic-approach-for-green-identical-parallel-machine-scheduling/tree/master/Data>. Essas instâncias contam com o número de tarefas  $J \in \{6, 10, 15, 20, 25\}$  e seus respectivos tempos de processamento  $p_j$ ,  $j \in J$ , o número de máquinas paralelas disponíveis  $M \in \{3, 5, 7\}$  com seus valores de custo de consumo

energético associado a cada uma  $e_h$ ,  $h \in H$ ,  $H \in \{1, \dots, M\}$ , e o total de intervalos de tempo  $K \in \{50, 80\}$  disponíveis em cada máquina com suas respectivas tarifas  $c_t$ ,  $t \in T$ ,  $T = \{1, \dots, K\}$ . Logo, as combinações entre esses parâmetros resultam em 30 possíveis instâncias de teste trabalhadas nesse estudo.

Os resultados podem ser visualizados na Tabela 1. Na coluna nomeada por “Nº sol. da Fronteira” são apresentados o número total de soluções encontradas pelos métodos sem as soluções dominadas e com sequenciamentos diferentes, porém, não necessariamente com os pares  $TEC$  e  $C_{max}$  distintos. Em seguida, na coluna “Nº de sol. diferentes” é verificado o total de soluções com pares  $TEC$  e  $C_{max}$  distintos. Em média, o MR- $\epsilon$  obteve aproximadamente 27 soluções no primeiro caso e permaneceu com o mesmo valor no segundo, permitindo identificar que todas as soluções obtidas inicialmente apresentavam pares  $TEC$  e  $C_{max}$  distintos. Por outro lado, não ocorre o mesmo no MSP, visto que em média encontrava-se 39 soluções, reduzindo para 7 (18,4%) quando se avaliava apenas os pontos diferentes da fronteira de Pareto.

Além disso, três indicadores de desempenho foram avaliados, exibidos na Tabela 1. A *Pureza* e o  $D_r$  medem a qualidade das soluções, no qual o primeiro verifica o número de soluções de uma fronteira que apresentam o mesmo valor  $TEC$  e  $C_{max}$  quando comparado a uma fronteira de referência, com dados variando entre 0 e 1, sendo que valores maiores de *Pureza* indicam uma fronteira de melhor qualidade, já o segundo mede um valor de distância euclidiana entre os pontos do método avaliado e uma fronteira de referência, nesse caso, deseja-se menores valores de  $D_r$ . Por outro lado, o *Hipervolume* avalia a aproximação e a dispersão dos pares obtidos em relação a fronteira de referência, nesse caso, um número maior de soluções menos dispersas pela fronteira e aproximadas da de referência resultaria em um maior *Hipervolume*. Nesse trabalho, a fronteira de referência considerada é obtida pela união dos pares de pontos dos dois métodos, sendo excluídas as soluções dominadas.

**Tabela 1 - Resultados**

Instâncias	Nº sol. da Fronteira		Nº de sol. diferentes		Pureza			Dr		Hipervolume			Tempo computacional (seg)		
	MR- $\epsilon$	MSP	MR- $\epsilon$	MSP	MR- $\epsilon$	MSP	GAP	MR- $\epsilon$	MSP	MR- $\epsilon$	MSP	GAP	MR- $\epsilon$	MSP	GAP
1	32	33	32	9	1,00	0,89	11,1%	0,00	0,003	6148	5870	4,52%	39	1.363	97,1%
2	37	38	37	10	1,00	1,00	0,0%	0,00	0,000	10616	10190	4,01%	23	3.116	99,3%
3	14	27	14	6	1,00	0,83	16,7%	0,00	0,023	4631	4279	7,60%	26	1.448	98,2%
4	17	63	17	6	1,00	1,00	0,0%	0,00	0,000	3923	3708	5,48%	21	2.655	99,2%
5	15	45	15	6	1,00	0,83	16,7%	0,00	0,030	3599	3240	9,97%	11	1.771	99,4%
6	17	66	17	8	1,00	0,75	25,0%	0,00	0,035	10579	10114	4,40%	26	2.845	99,1%
7	27	25	27	5	1,00	0,60	40,0%	0,00	0,006	5414	4788	11,56%	12	1.078	98,9%
8	37	52	37	10	1,00	0,80	20,0%	0,00	0,003	20350	19485	4,25%	19	2.724	99,3%
9	22	36	22	6	1,00	0,67	33,3%	0,00	0,012	15890	14036	11,67%	30	785	96,2%
10	27	63	27	10	1,00	0,80	20,0%	0,00	0,007	10107	9570	5,31%	30	4.206	99,3%
11	28	42	28	7	1,00	0,86	14,3%	0,00	0,005	12111	10964	9,47%	16	2.584	99,4%
12	31	56	31	10	1,00	0,40	60,0%	0,00	0,013	20216	19301	4,53%	42	4.323	99,0%
13	30	29	30	6	1,00	0,67	33,3%	0,00	0,006	7984	6790	14,95%	13	1.332	99,0%
14	40	49	40	8	1,00	0,75	25,0%	0,00	0,002	18793	17246	8,23%	22	2.697	99,2%
15	37	34	37	6	1,00	0,33	66,7%	0,00	0,009	16499	13826	16,20%	18	1.512	98,8%
16	48	53	48	13	1,00	0,31	69,2%	0,00	0,009	21067	19868	5,69%	41	3.694	98,9%
17	21	35	21	5	1,00	0,40	60,0%	0,00	0,028	5470	4611	15,70%	20	2.403	99,2%
18	43	56	43	11	1,00	0,09	90,9%	0,00	0,012	32586	30736	5,68%	60	3.711	98,4%
19	21	27	21	5	1,00	0,80	20,0%	0,00	0,023	9276	5526	40,43%	11	1.233	99,1%
20	40	45	40	7	1,00	0,14	85,7%	0,00	0,013	15661	13872	11,42%	37	2.762	98,7%
21	24	33	24	6	1,00	0,50	50,0%	0,00	0,015	13853	12509	9,70%	19	1.898	99,0%
22	48	59	48	10	1,00	0,20	80,0%	0,00	0,008	37541	35284	6,01%	57	3.689	98,4%
23	35	38	35	7	1,00	0,29	71,4%	0,00	0,017	23656	20386	13,82%	35	2.070	98,3%
24	42	52	42	8	1,00	0,63	37,5%	0,00	0,007	35067	32786	6,50%	10	3.924	99,7%
25	13	18	13	5	1,00	1,00	0,0%	0,00	0,000	1186	1088	8,26%	15	121	88,0%
26	14	29	14	6	1,00	1,00	0,0%	0,00	0,000	3817	3629	4,93%	16	93	82,3%
27	9	17	9	6	1,00	1,00	0,0%	0,00	0,000	1139	1086	4,65%	10	37	74,5%
28	12	19	12	5	1,00	0,80	20,0%	0,00	0,036	3057	2793	8,64%	15	52	70,2%
29	6	12	6	4	1,00	1,00	0,0%	0,00	0,000	145	117	19,31%	9	19	52,5%
30	9	23	9	5	1,00	0,80	20,0%	0,00	0,009	3480	3214	7,64%	50	99	49,2%
Médias	26,53	39,13	26,53	7,20	1,00	0,67	33%	0,00	0,01	12462,03	11363,73	9,69%	25,04	2008,12	92,9%

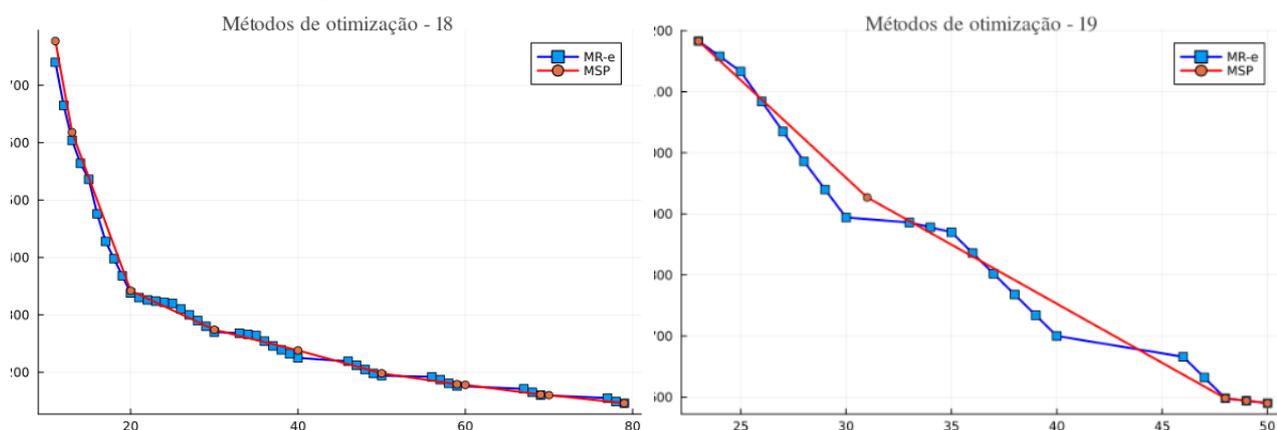
Fonte: Autores (2023)

Na Tabela 1, é possível verificar que o MR- $\epsilon$  supera o MSP em todos os indicadores de desempenho na maioria das instâncias. No critério *Pureza*, o mesmo apresenta valor 1,00 e o MSP, 0,67, em média. Ou seja, todas as soluções encontradas pelo MR- $\epsilon$  estão presentes na fronteira de referência, contudo nem todas do MSP estão, isso significa que o MR- $\epsilon$  possui, em certas instâncias, soluções que dominam algumas encontradas pelo MSP. A mesma ideia pode ser interpretada no indicador  $D_r$ , o qual a média do MR- $\epsilon$  é 0, i.e., como todas as soluções estão na fronteira de referência não existe erro entre esses pontos, já para as instâncias o qual a *Pureza* do MSP apresenta valores menores que 1,00, existe um certo erro calculado pelo  $D_r$ , logo, em média, o  $D_r$  do MSP é 1,10% maior que o do MR- $\epsilon$ .

Por fim, quanto ao *Hipervolume*, o MR- $\epsilon$  obteve valores médios de 12462,03 e o MSP, 11363,73, cerca de 9,7% menor. Evidenciando que o MSP encontra um menor número de soluções com pares  $TEC$  e  $C_{max}$  distintos e menos dispersos na fronteira.

A Figura 4 mostra as fronteiras obtidas pelos dois métodos para a instância 18, que apresenta o maior Gap em relação a *Pureza* e para a instância 19, com o pior Gap de *Hipervolume*. Em ambas verifica-se uma quantidade maior de soluções na fronteira do MR- $\epsilon$  e melhor espaçadas. Além disso, 10 e 1 soluções pertencentes à frente de Pareto do MSP são dominadas pela do MR- $\epsilon$ , nas instâncias 18 e 19, respectivamente.

**Figura 4 – Fronteiras de Pareto dos métodos MSP e MR- $\epsilon$**



Fonte: Autores (2023)

Portanto, verifica-se que o MR- $\epsilon$  retorna a fronteira ótima de Pareto, por outro lado, o MSP não, devido características específicas do modelo. No qual, totalizam-se 24 instâncias que apresentam soluções dominadas no MSP, com média de 41% por instância. Para as 30, essa média é de 33% por instância. Apesar disso, as soluções dominadas ainda são próximas das melhores, evidenciado pela baixa diferença do  $D_r$ . Contudo, o tempo computacional é cerca de 93% maior.

## 6. Considerações finais

Nesse artigo foi possível concluir que, para o modelo de sequenciamento estudado, a análise de performance das soluções obtidas pelo MSP mostrou grande impacto em ineficiência quando comparado a fronteira ótima de Pareto encontrada pelo MR- $\epsilon$ . O MSP gerou uma grande quantidade de soluções redundantes e, em 80% das instâncias, soluções dominadas por outras do MR- $\epsilon$ , com média de 41% para cada uma destas. Além

disso, as soluções do MSP apresentam uma dispersão menor em cerca de 9,7% quando comparado ao ideal.

Assim, esse estudo apresenta relevância na ampliação do conhecimento na área de pesquisa operacional com uma visão mais sustentável e no estímulo a aplicação prática em sistemas reais, auxiliando gestores na tomada de decisão que otimize a utilização de recursos e redução dos impactos ambientais.

Visto os resultados observados, como proposta para trabalhos futuros, deseja-se avaliar os impactos no tempo computacional e na qualidade da fronteira de Pareto obtida pelo MSP em relação ao MR- $\epsilon$ , variando o número de iterações, de forma a verificar as mudanças dos indicadores avaliados e o tempo total de execução à medida que se aumenta o número de combinações de pesos, i.e., crescendo o número de iterações.

## Referências

AMIRI, M. F.; BEHNAMIAN, J. Multi-objective green flowshop scheduling problem under uncertainty: Estimation of distribution algorithm. **Journal of Cleaner Production**, Elsevier, v. 251, p.119734, 2020.

ANGHINOLFI, D.; PAOLUCCI, M.; RONCO, R. A bi-objective heuristic approach for green identical parallel machine scheduling. **European journal of operational research**, Elsevier, v. 289, n. 2, p. 416–434, 2021.

BANDYOPADHYAY, S.; PAL, SANKAR, K.; ARUNA, B. Multiobjective GAs, quantitative indices, and pattern classification. **IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics**, Part B (Cybernetics), v. 34, n. 5, p. 2088-2099, 2004.

CHENG, J.; CHU, F.; ZHOU, M. An improved model for parallel machine scheduling under time-of-use electricity price. **IEEE Transactions on Automation Science and Engineering**, v. 15, n. 2, p. 896-899, 2017.

COSTA, L. C. A. **Uma heurística baseada em busca local de pareto para o pollution-routing problem bi-objetivo**. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) – Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2015.

DING, J.-Y.; SONG, R.; ZHANG, R.; CHIONG, R.; WU, C. Parallel Machine Scheduling Under Time-of-Use Electricity Prices: New Models and Optimization Approaches. **IEEE Transactions on Automation Science and Engineering**, vol. 13, no. 2, pp. 1138-1154, April 2016, doi: 10.1109/TASE.2015.2495328.

EIA. 2016. **International energy outlook 2016 with projections to 2040**. Technical Report DOE/EIA-0484, U.S. Energy Information Administration, U.S. Department of Energy, Washington (accessed 1 February 2020).

EHRGOTT, M. **Multiple criteria optimization: state of the art annotated bibliographic surveys**. Springer-Verlag, Berlin/Heidelberg. 2 edition. 2005.

JASZKIEWICZ, A.. On the performance of multiple-objective genetic local search on the 0/1 knapsack problem-a comparative experiment. **IEEE Transactions on Evolutionary Computation**, v. 6, n. 4, p. 402-412, 2002.

ISHIBUCHI, H.; YOSHIDA, T.; MURATA, T. Balance between genetic search and local search in memetic algorithms for multiobjective permutation flowshop scheduling. **IEEE transactions on evolutionary computation**, v. 7, n. 2, p. 204-223, 2003.

JIANG, E. D.; WANG, L. Multi-objective optimization based on decomposition for flexible job shop scheduling under time-of-use electricity prices. **Knowledge-Based Systems**, 204 (2020), p. 106177.

- LAUMANN, Marco; THIELE, Lothar; ZITZLER, Eckart. An efficient, adaptive parameter variation scheme for metaheuristics based on the epsilon-constraint method. **European Journal of Operational Research**, v. 169, n. 3, p. 932-942, 2006.
- MAVROTAS, G. Effective implementation of the  $\epsilon$ -constraint method in multi-objective mathematical programming problems. **Applied Mathematics and Computation**, v. 213, n. 2, p.455 – 465, 2009.
- OZTOP, H.; TASGETIREN, M. F.; KANDILLER, M. L.; ELIYI, D.T.; GAO, L. (2020). Ensemble of metaheuristics for energy-efficient hybrid flowshops: Makespan versus total energy consumption. **Swarm and Evolutionary Computation**, 100660. doi:10.1016/j.swevo.2020.100660.
- REGO, M. F.; PINTO, J.C.E.; COTA, L.P.; SOUZA, M.J. A mathematical formulation and an NSGA-II algorithm for minimizing the makespan and energy cost under time-of-use electricity price in an unrelated parallel machine scheduling. **PeerJ Computer Science**, v. 8, p. e844, 2022.
- WANG, S.; WANG, X.; YU, J.; MA, S.; LIU, M. Bi-objective identical parallel machine scheduling to minimize total energy consumption and makespan. **Journal of cleaner production**, Elsevier, v. 193, p. 424–440, 2018.
- WANG, Y.; LI, L. Time-of-use based electricity demand response for sustainable manufacturing systems. **Energy**, vol. 63, pp. 233-244, Dec. 2013.
- WILLEKE, Stefan; ULLMANN, Georg; NYHUIS, Peter. Method for an energy-cost-oriented manufacturing control to reduce energy costs: Energy cost reduction by using a new sequencing method. In: 2016 **International Conference on Industrial Engineering, Management Science and Application (ICIMSA)**. IEEE, 2016. p. 1-5.
- WU, X.; SUN, Y. (2018). A green scheduling algorithm for flexible job shop with energy-saving measures. **Journal of Cleaner Production**, 172, 32493264. doi:10.1016/j.jclepro.2017.10.342.
- ZANDI, A.; RAMEZANIAN, R.; MONPLAISIR, L. Green parallel machines scheduling problem: A bi-objective model and a heuristic algorithm to obtain pareto frontier. **Journal of the Operational Research Society**, Taylor & Francis, v. 71, n. 6, p. 967–978, 2020.
- XUE, Y.; RUI, Z.; YU, X.; SANG, X.; LIU, W. Estimation of distribution evolution memetic algorithm for the unrelated parallel-machine green scheduling problem. **Memetic Computing**, Springer, v. 11, p.423–437, 2019.
- ZITZLER, Eckart. **Evolutionary algorithms for multiobjective optimization: Methods and applications**. Ithaca: Shaker, 1999.
- ZITZLER, E.; DEB, K.; THIELE, L. Comparison of multiobjective evolutionary algorithms: Empirical results. **Evolutionary computation**, v. 8, n. 2, p. 173-195, 2000.