



ConBRepro

XI CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO



01 a 03
de dezembro 2021

Comparação entre estratégias de resolução de programação integrada de operações de produção e roteirização de veículos

Juliane Fernandes Caetano Souza

Departamento de Engenharia de Produção - UFSCar

Roberto Fernandes Tavares Neto

Departamento de Engenharia de Produção - UFSCar

Resumo: O principal objetivo do artigo é analisar o desempenho de técnica de refinamento das soluções obtidas com a programação e sequenciamento de operações integradas de produção e distribuição. É possível afirmar que integrar essas operações e resolvê-las de forma única é importante para garantir a busca pela melhor solução para o sistema. O comparativo da pesquisa utilizou de programação linear inteira mista e foi realizado a partir de três formas de resolução: um modelo matemático resolvido de forma desacoplada, modelo integrado e modelo integrado que utiliza uma solução inicial do problema desacoplado. A análise foi realizada em problemas onde as principais características são: máquina única, único veículo para distribuição e a função objetivo de minimização do tempo de fluxo total. Uma das conclusões mais importantes foi que, com um tempo limite de execução relativamente baixo, 30 minutos, a utilização de solução inicial desacoplada no modelo integrado, em instâncias com maior número de tarefas, possui melhoria média de 11,15% nos resultados se comparado ao integrado e 18,24% se comparado ao modelo desacoplado.

Palavras-chave: Programação e sequenciamento produção e distribuição, Integração produção e distribuição, Otimização integrada, *MIP-and-refine*.

Comparison between resolution strategies for integrated programming of production and routing operations

Abstract: The main objective of this article is to analyze the performance of a refinement technique for scheduling and routing of integrated production and distribution problems. It is possible to affirm that solving these operations in an integrated form is important to guarantee the search for the best solution for the system. The comparative used mixed integer linear programming and was obtained from three types of resolution: a mathematical model solved in an uncoupled form, integrated model and integrated model that uses an initial solution of the uncoupled problem. The main characteristics of the problems were: unique machine, one vehicle for distribution and the objective function of minimizing the total flow time. One of the most important conclusions was that, with a relatively short time limit of execution, 30 minutes, the use of an uncoupled initial solution in an integrated model, in groups of highest number of jobs, provides an average improvement of 11.15% in results compared to the integrated model and 18.24% of improvement when compared to the uncoupled form.

Keywords: Scheduling and routing, Integrated scheduling and routing, Integrated optimization, *MIP-and-refine*.

1. Introdução

Segundo vários autores (por exemplo, SAWIK, 2016), é possível identificar duas atividades importantes que fazem parte de uma cadeia de suprimentos: programação e sequenciamento de operações de produção e distribuição.

A programação e sequenciamento da produção ou *scheduling* surgiu como uma área de pesquisa na década de 1950 e uma das publicações mais antigas é o trabalho de Johnson (1954). Segundo a definição de Baker (1974), o problema de *scheduling*, em geral, requer decisões de sequenciamento e alocação de recursos e tais recursos podem ser ferramentas, materiais, máquinas, etc.

Além do problema de produção, há as questões que envolvem a resolução de problemas de distribuição dos produtos para os clientes. Estes pertencem à classe de problemas que definem como será realizada a distribuição dos produtos a armazéns, varejistas e/ou clientes finais. Nessa tarefa de distribuição, o operador logístico é responsável por continuamente tomar decisões sobre qual volume carregar em cada veículo, quantos veículos utilizar, para qual rota enviá-los, entre outras, buscando, principalmente, realizar a operação de maneira eficaz. Esse tipo de problema se enquadra na classe geral de problemas de roteamento de veículos (SIMCHI-LEVI; CHEN; BRAMEL, 2014) e uma de suas mais antigas publicações sobre o tema foi realizada por Dantzig e Ramser (1959) no qual explorava o roteamento de veículos considerando capacidade (do inglês, *Capacitated Vehicle Routing Problem* - CVRP).

As abordagens clássicas dos problemas de produção e distribuição resolvem os mesmos de forma separada. Dessa forma, os subproblemas são resolvidos separadamente com sucessiva mescla das subsoluções encontradas e, assim, formam uma solução para o problema geral. No entanto, esta abordagem pode gerar planos mal coordenados e resultar em altos atrasos na cadeia de suprimentos (ULRICH, 2013).

Outra abordagem encontrada na literatura é a resolução dos dois subproblemas de forma única, ou seja, realizar um modelo integrado de produção e distribuição. Uma solução ótima de um IPDP requer a resolução simultânea do *scheduling* da produção e do problema de roteamento de transporte. Os problemas integrados de produção e distribuição visam melhorar, tanto a programação sob a perspectiva da produção, quanto a programação da distribuição (GEISMAR *et al.*, 2008).

Uma dificuldade desta classe de problemas integrados é o fato de ser necessário coordenar planejamento de produção, controle de estoques e estratégias de transporte ao mesmo tempo em que se busca um resultado otimizado destas atividades (SIMCHI-LEVI *et al.*, 2014). Nos trabalhos publicados por Thomas e Griffin (1996) e Scholz-Reiter, Makuschewitz, Novaes, Frazzon e Lima (2011) foram apontados alguns motivos pelos quais as empresas optam por uma abordagem não integrada das operações de produção e distribuição em detrimento de uma abordagem integrada. Um dos motivos apontados foi a complexidade da resolução de um problema integrado, na qual poderia ser considerada superior à resolução do problema não integrado. Devido a esse motivo, algumas empresas optam pela utilização de *buffers* entre as atividades de produção e distribuição como razão para reduzir a necessidade de integrar essas funções da cadeia de suprimentos. Assim, esta abordagem de resolução separada pode ser considerada adequada se as interdependências entre os dois subproblemas de planejamento e distribuição podem ser evitadas por altos estoques intermediários. No entanto, no que se refere à prática, a necessidade de baixos estoques é mais comum (ULRICH, 2013).

Conforme a literatura sobre o tema de programação e sequenciamento de operações de produção e distribuição se expande, é possível concluir que integrar essas funções e

resolvê-las de forma única é vital para garantir a busca pela melhor solução para a cadeia de suprimentos (SAWIK, 2016).

Nesse contexto, o presente artigo explora a resolução de problemas de *scheduling* e roteirização e busca analisar os resultados obtidos com as resoluções não integrada e integrada dos mesmos. Assim, embora já seja claro que a solução não integrada pode não fornecer a solução ideal para a cadeia produtiva como um todo, essa solução pode ser utilizada para auxiliar a obter a solução ótima ou com um menor desvio da ótima para resolução do problema integrado? Essa pergunta foi a principal motivação do atual estudo e, dentro do contexto de uma classe de problemas de produção e distribuição, buscou-se analisar e comparar três tipos diferentes de resolução: desacoplada, integrada e um modelo integrado que utiliza de uma solução inicial do modelo desacoplado. Na abordagem desacoplada do atual artigo considera-se que a programação e sequenciamento das etapas produção e distribuição são realizadas separadamente e de maneira complementar, ou seja, primeiro é resolvido o subproblema de produção e em seguida é resolvido o subproblema de distribuição. A utilização de uma solução inicial desacoplada no modelo integrado de produção e distribuição pode ser considerada como uma técnica que busca o refinamento da solução (FISCHETTI *et al.*, 2013).

O modelo base utilizado nesta pesquisa foi extraído de um artigo já existente na literatura, no qual considerava a programação e sequenciamento de ambiente produtivo de máquinas paralelas e este foi adaptado para máquina única no subproblema de produção. Na distribuição, a característica de entrega por um único veículo do artigo base foi mantida. Os dados utilizados nos algoritmos foram gerados aleatoriamente e criou-se uma biblioteca que foram inseridas nos parâmetros do problema. Além disso, os algoritmos foram executados em dois tempos limites diferentes.

2. Revisão da Literatura

No escopo do Planejamento e Controle da Produção é realizado a programação e sequenciamento de operações de produção ou *scheduling* (MORAIS; MOCCELLIN, 2010). Além de programar e sequenciar as ordens de produção nas máquinas, é possível realizar a programação e sequenciamento dessas ordens de produção no âmbito da distribuição para os clientes, decisões estas relacionadas à roteirização de veículos (SIMCHI-LEVI; CHEN; BRAMEL, 2014). Considerando estes dois tipos de problemas, de programação de operações de produção e de distribuição, a abordagem clássica utiliza de resolução dos mesmos de forma desacoplada, ou seja, resolve-se separadamente o problema de produção e distribuição, mas sabe-se que é possível realizar a união dos mesmos e buscar resolvê-los de forma integrada (EHM; FREITAG, 2016).

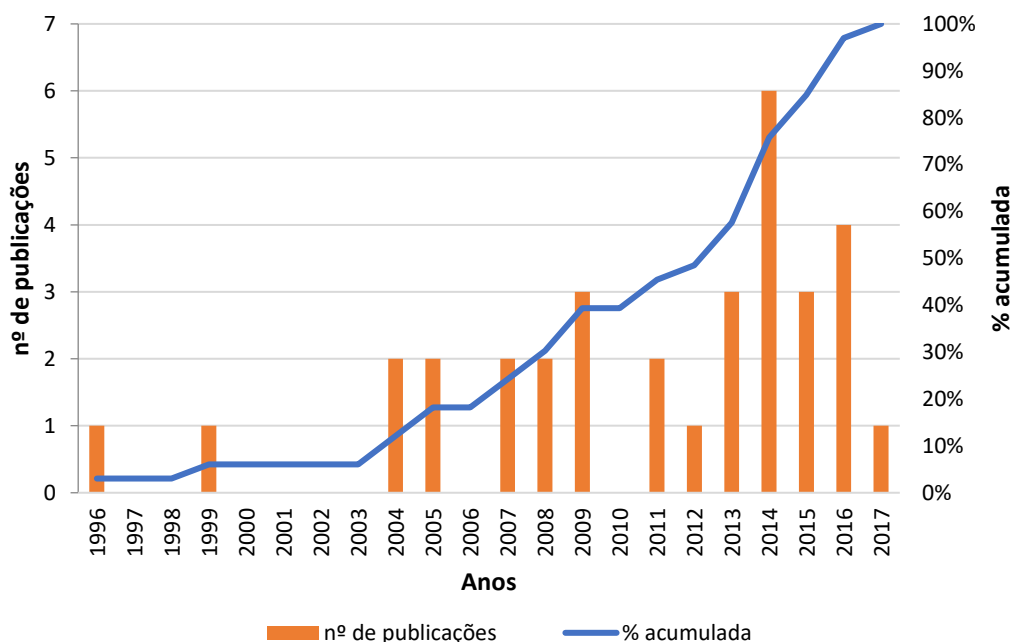
2.1 Problemas integrados de produção e distribuição

Problemas integrados de programação e sequenciamento de operações de produção e distribuição, em virtude da natureza combinatória de ambos, são considerados como problemas de resolução complexa, o que os classifica como pertencentes à classe NP-Hard. Devido a este motivo, a literatura sobre o tema busca, em grande parte, desenvolver métodos e modelos que são capazes de resolver tais problemas em tempo razoável (EHM; FREITAG, 2016).

No artigo de Moons *et al.* (2017) foi realizada uma revisão da literatura em problemas integrados da produção e distribuição e as publicações do tema foram revisadas, discutidas e classificadas de acordo com as principais características dos modelos matemáticos e abordagens de solução. Segundo a pesquisa de Moons *et al.* (2017) sobre o estado da arte

em PIPD's, um dos estudos mais antigos que utilizam problemas integrados de produção e distribuição é o artigo de Hurter e Van Buer (1996) que considera um ambiente de máquina única e explora a produção e distribuição de um jornal considerando apenas um recurso de impressão, mais de um veículo disponível para distribuição e o objetivo é a minimização do número de veículos utilizados. Os resultados da pesquisa de Moons *et al.* (2017) foram ainda filtrados se incorporavam as palavras integrado, sincronizado, coordenado ou combinado nos artigos. Complementando, três artigos relevantes citados no estreitamento da pesquisa inicial também foram considerados. Assim, totalizou-se 33 publicações que obedeciam aos critérios definidos. De acordo com a pesquisa, apesar de uma das publicações mais antigas no tema ter sido apresentada há cerca de 24 anos, como pode-se observar no gráfico da figura 1, as pesquisas relacionadas ao tema de programação e sequenciamento de operações de produção e distribuição obtiveram um elevado crescimento mais concentrado ao longo dos últimos 10 anos.

Figura 1 - Demonstração do crescimento das publicações em PIPD's



Fonte: Adaptado de Moons *et al.* (2017)

2.2 MIP-and-refine

Na literatura de programação e sequenciamento de operações de produção e distribuição, buscando-se especificamente sobre métodos de refinamento das soluções de modelos MIP, no que se refere à utilização de solução inicial para resolução de problemas de *scheduling* e/ou roteirização, uma das publicações encontradas foi um artigo de Fischetti *et al.* (2013) e refere-se a um problema de programação das operações de dispositivos de energia. O objetivo do problema era minimizar o valor final da conta, respeitando as restrições de duração, demanda de energia e preferências do usuário. Um modelo MIP e um algoritmo *Iterated Greedy* foram utilizados para a otimização. O algoritmo *Iterated Greedy* foi executado e este gerava uma lista de soluções iniciais utilizada na execução do MIP, essa lista de soluções era considerada como um procedimento de refino do MIP e a técnica foi chamada de *MIP-and-refine*, ou então, *MIP-refining procedure*. Os resultados computacionais confirmaram a viabilidade da abordagem *MIP-and-refine*, em termos de qualidade e tempo necessário para gerar uma solução para as instâncias testadas. Ao final

obteve-se uma melhoria média de 8,5% nos resultados se comparado ao modelo de segundo melhor desempenho, o *Iterated Greedy*. O tempo médio de execução do *Iterated Greedy* foi 23,41 segundos e do *MIP-and-refine* de 143,45 segundos.

Em Gelareh *et al.* (2020) apresentou-se uma extensão do problema do Caixeiro Viajante no qual o objetivo era o máximo lucro. Uma formulação de programação linear MIP foi proposta utilizando de uma heurística de *Variable Neighborhood Search* (VNS) como solução inicial do MIP. O MIP obteve melhor desempenho em instâncias de menor tamanho mas, ainda assim, o método MIP com utilização de 1% no *gap* do CPLEX entre a função objetivo e o melhor UB foi o que obteve melhores resultados. Como em Ferris e Liu (2016), em Gelareh *et al.* (2020) a utilização de uma solução inicial é chamada de *mipstart parameter*.

3. Modelagem do problema

Tendo como base um modelo matemático do artigo de Tavares e Nagano (2019), o modelo matemático integrado utilizado na pesquisa foi adaptado principalmente para a característica de máquina única no subproblema de produção e, além disso, não foram considerados tempos de *setup* entre as tarefas. No subproblema de distribuição o mesmo manteve a característica de único veículo.

3.1 Índices, parâmetros e variáveis

Os índices e parâmetros do subproblema de produção estão descritos na tabela 1 e as variáveis na tabela 2.

Tabela 1 - Simbologia dos índices e parâmetros do subproblema de produção.

Símbolo	Descrição
i, j	Índices utilizados para identificar tarefas
p	Índice utilizado para identificar posição das tarefas
ϱ_i	Tempo de processamento da tarefa i

Tabela 2 - Simbologia das variáveis do subproblema de produção

Símbolo	Descrição
x_{ip}	Variável binária que retorna 1 se a tarefa i for produzida na posição p
C_i	Representa o momento em que a tarefa i é produzida

Os índices e parâmetros do subproblema de distribuição estão descritos na tabela 3 e as variáveis na tabela 4.

Tabela 3 - Simbologia dos índices e parâmetros do subproblema de distribuição

Símbolo	Descrição
i, j, h	Índices utilizados para identificar cidades
r	Índice utilizado para identificar rotas
σ_i	Define o volume da tarefa i
ψ	Capacidade total do veículo
δ_{ij}	Representa distância entre i e j

Tabela 4 - Simbologia das variáveis do subproblema de distribuição

Símbolo	Descrição
w_{ijr}	Variável binária que retorna 1 se a rota r , entre as cidades i e j , for utilizada
A_i	Representa o montante da capacidade alocada ao chegar ao cliente i
R_r	Representa o momento de liberação da rota r
D_i	Tempo de entrega do pedido ao cliente i
z	Representa o tempo de fluxo total do sistema

3.2 Função objetivo

A função objetivo do problema é a minimização do tempo total de fluxo total e refere-se a equação 3.1.

$$\text{Min } z = \sum_i D_i \quad \forall 0 < i < n \quad (3.1)$$

3.3 Restrições do problema

As restrições do subproblema de produção do modelo integrado, adaptação do problema MIP de Tavares e Nagano (2019), foram definidas da seguinte forma e as equações relacionadas à variável binária x_{ip} são:

$$x_{0p} = 0 \quad \forall p > 0 \quad (3.2)$$

$$\sum_p x_{ip} = 1 \quad \forall i > 0 \quad (3.3)$$

$$\sum_i x_{ip} \leq 1 \quad \forall p \quad (3.4)$$

$$\sum_j x_{j(p+1)} \leq \sum_i x_{ip} \quad \forall p < |P| \quad (3.5)$$

A equação (3.2) busca garantir que a ordem 0, ou então *dummy order*, não possa ser alocada em nenhuma posição diferente da posição zero e a equação (3.3) tem o objetivo de assegurar que uma ordem só é produzida uma única vez em todas as posições. Já a equação (3.4) busca que se tenha, no máximo, uma ordem por posição e a equação (3.5) assegura que somente possuam posições não utilizadas após posições em uso.

As equações relacionadas à variável contínua C_i são:

$$C_i \geq q_i - GP \cdot (1 - x_{i0}) \quad \forall i \quad (3.6)$$

$$C_j \geq C_i + q_i - GP \cdot (2 - x_{ip} - x_{j(p+1)}) \quad \begin{matrix} \forall i \\ j > 0 \\ i \neq j \\ p < |P| \end{matrix} \quad (3.7)$$

O subproblema de distribuição, adaptação do problema MIP de Tavares e Nagano (2019), é definido da seguinte forma. As equações relacionadas à variável binária w_{ijr} são:

$$w_{00(r-1)} \leq w_{00r} \quad \forall r > 0 \quad (3.8)$$

$$\sum_r w_{ijr} \leq 1 \quad \begin{matrix} \forall i > 0 \\ j > 0 \end{matrix} \quad (3.9)$$

A equação (3.8) assegura que não há rotas vazias entre duas rotas i e j e a Equação (3.9) garante que uma rota entre duas cidades pode ser utilizada no máximo uma única vez por um recurso logístico.

$$\sum_j w_{0jr} = 1 \quad \forall r \quad (3.10)$$

$$\sum_j w_{j0r} = 1 \quad \forall r \quad (3.11)$$

$$w_{jjr} = 0 \quad \forall j > 0 \quad r \quad (3.12)$$

$$\sum_{j,r} w_{ijr} = 1 \quad \forall i > 0 \quad (3.13)$$

$$w_{00r} + \sum_{j>0} w_{ijr} \leq 1 \quad \forall i > 0 \quad r \quad (3.14)$$

$$\sum_{h \neq i} w_{ihr} = \sum_{h \neq i} w_{hir} \quad \forall i > 0 \quad r \quad (3.15)$$

As equações (3.10) e (3.11) permitem que uma rota parta e chegue somente uma vez da origem. A equação (3.12) não permite que um veículo saia e retorne à mesma cidade. A equação (3.13) garante que somente uma rota visite determinada cidade. A equação (3.14) faz com que w_{00r} seja igual a 0 quando a rota r já foi utilizada. A equação (3.15) é utilizada para garantir que o arco que chega ao nó i está na mesma rota que o arco que sai do mesmo nó.

$$A_j \geq A_i + \sigma_j - G\sigma \cdot (1 - w_{ijr}) \quad \begin{matrix} \forall j > 0 \\ i \neq j \\ r \end{matrix} \quad (3.16)$$

A equação (3.16) está relacionada à variável de capacidade contínua A_i e estabelece um limite inferior ao volume do veículo ao chegar no cliente j .

$$R_r \geq C_i - GP \cdot (1 - w_{ijr}) \quad \begin{matrix} \forall i > 0 \\ j \\ r \end{matrix} \quad (3.17)$$

$$D_i \geq R_r + \delta_{0i} - GV \cdot (1 - w_{0ir}) \quad \forall i > 0 \quad r \quad (3.18)$$

$$D_j \geq D_i + \delta_{ij} - GV \cdot \left(1 - \sum_r w_{ijr}\right) \quad \begin{matrix} \forall i > 0 \\ j \neq i \end{matrix} \quad (3.19)$$

$$R_r \geq D_i + \delta_{i0} - GV \cdot (1 - w_{i0(r-1)}) \quad \begin{matrix} \forall i > 0 \\ r > 0 \end{matrix} \quad (3.20)$$

As equações (3.17) à (3.20) estão relacionadas à integração dos subproblemas. A equação (3.17) busca garantir que a rota r somente possa ser utilizada se os pedidos dessa rota já foram produzidos. A equação (3.18) define o start dos pedidos localizados na primeira posição das rotas, a equação (3.19) é utilizada para definir o tempo de entrega das ordens remanescentes da rota e a equação (3.20) estabelece que a rota r só pode iniciar se a rota $r-1$ estiver finalizada. As equações (3.21) à (3.24) correspondem às restrições para eliminação de sub-rotas de Miller-Tucker-Zemlin (MTZ - MILLER et al., 1960).

$$u_0 = 1 \quad (3.21)$$

$$u_i \geq 2 \quad \forall i > 0 \quad (3.22)$$

$$u_i \leq i \quad \forall i > 0 \quad (3.23)$$

$$u_i - u_j \leq (i - 1)(1 - w_{ij0}) \quad \begin{matrix} \forall i > 0 \\ j > 0 \end{matrix} \quad (3.24)$$

No modelo desacoplado, inicialmente foi resolvido o problema de produção e os valores de C_i foram utilizados como dado de entrada do problema de distribuição. Ou seja, a minimização do tempo total de fluxo considerou inicialmente somente a produção e este *scheduling* foi utilizado como dados iniciais na soma dos tempos de processamento utilizados no modelo de roteirização. Assim, para reduzir tempo total de fluxo as tarefas do subproblema de produção foram ordenadas pela regra de prioridade SPT.

A utilização da ordenação SPT no problema de máquina única foi devido ao fato da mesma garantir a obtenção de resultado ótimo da situação desenhada, a qual objetiva a minimização do tempo total de fluxo. Este fato é garantido pela chamada lei de Smith (1956). Após esta ordenação, foram calculados os tempos de liberação das tarefas, definindo quando estarão prontas para serem enviadas. Feito isso, estes dados foram inseridos como restrições no modelo VRP. Assim, os tempos de liberação das tarefas foram consideradas como dados de entrada para as equações (3.8) à (3.16) do modelo VRP.

Já no problema integrado, os subproblemas de produção e distribuição foram resolvidos no mesmo modelo e a minimização do tempo total de fluxo considerou ambos os subproblemas. Feito isso, utilizou-se da solução do problema desacoplado como solução inicial do problema integrado e esta abordagem também foi comparada com as demais.

3.4 Instâncias e Execução

O problema da pesquisa utilizou de dados gerados aleatoriamente para os seus parâmetros. Feito isso, eles eram fixos para as três execuções dos algoritmos (desacoplado, integrado e *mipstart*). Estes parâmetros estão elencados na tabela 5.

Tabela 5 - Relação de parâmetros

Parâmetros	Descrição	Range
n	número de tarefas	5;10;20;40
ρ	duração das tarefas (tempos de processamento)	1-100
σ	tamanho da tarefa	1-10
d	distribuição espacial geográfica	10;20;30
δ	distância entre as cidades	1-10;1-20;1-30
ψ	capacidade do veículo	Máx $\{\sigma_{\max}; 5 * \sigma_i\}$

Os algoritmos foram aplicados para 240 instâncias de problemas de produção e distribuição utilizando-se de dados que variavam o número de tarefas, n , e, em seguida, a distribuição espacial geográfica para cada n . As distâncias entre as cidades respeitavam uma distribuição espacial geográfica.

Foram utilizados dois limites para os tempos de execução dos algoritmos (2 minutos e 30 minutos). Resumidamente, explica-se como foi distribuído o limite de tempo t .

a) Os modelos desacoplado e integrado foram executados por t segundos;

b) No modelo *mipstart*, o desacoplado foi executado por no máximo $t/2$ segundos, e depois o resultado obtido foi utilizado como solução inicial do modelo integrado. Este último rodou por $t/2$ segundos mais um possível tempo adicional que não tenha sido utilizado integralmente na parcela de $t/2$ definida para o problema desacoplado.

4. Resultados

A execução dos algoritmos indicou que a maioria das instâncias conseguiu gerar alguma solução inicial. O total de instâncias que não geraram resultados foram 65 no tempo de execução de 120 segundos, sendo que, 5 pertenciam ao modelo integrado e o n igual à 20. As demais instâncias que não encontraram solução, 60, pertenciam ao grupo de instâncias com o maior número de tarefas, ou seja, 40. Portanto, na execução de 120 segundos, 175 obtiveram soluções representando aproximadamente 73% do total. No tempo de execução de 1.800 segundos, o número de soluções encontradas foi próximo ao obtido com o tempo limite de 120 segundos. O total de instâncias que geraram resultados, em pelo menos um dos três modelos analisados, representaram aproximadamente 75% das instâncias.

O tempo médio para instâncias de 40 tarefas atingiu o limite permitido, mas encontrou soluções para três iterações dos problemas desacoplado e *mipstart*, exceto para o modelo integrado que não encontrou nenhuma solução para este grupo de instâncias.

Para o número de tarefas iguais a 5, os valores médios de funções objetivo que buscavam a minimização do tempo total de fluxo ficaram iguais entre todos os modelos, com o valor de 417. Para n igual a 10, o modelo desacoplado foi o que apresentou o menor valor médio nos resultados, 1.776 em 120 segundos e o *mipstart* com 1.772 em 1.800 segundos. Isso pode ter ocorrido no tempo de execução de 120 segundos, porque como o desacoplado faz uma ordenação das tarefas no subproblema de produção e, em seguida, resolve o subproblema de distribuição, esse fator pode ter representado uma vantagem na busca de uma boa solução dentro do tempo considerado, mesmo que não ótima.

Tabela 6 - Desvio relativo da solução (GAP) – limite de 120 segundos

n	parâmetro	desacoplado	integrado	<i>mipstart</i>
5	máximo	9,34%	0,00%	0,00%
	média	0,24%	0,00%	0,00%
	mínimo	0,00%	0,00%	0,00%
10	máximo	3,82%	29,68%	12,55%
	média	0,18%	8,23%	1,64%
	mínimo	0,00%	0,00%	0,00%
20	máximo	70,77%	36,15%	43,31%
	média	17,53%	8,17%	6,24%
	mínimo	0,00%	0,00%	0,00%

A tabela 6 indica a dispersão relativa, *GAP*, dos resultados em comparação à menor solução obtida. Na tabela é possível observar que, para o número de instâncias igual a cinco tarefas, ao se calcular a média do desvio relativo, estas são muito próximas ou iguais a zero, ou seja, todas as médias dos valores obtidos nas funções objetivo dos três modelos obtiveram resultados aproximadamente iguais e todas as instâncias de n iguais à 5 atingiram a sua solução ótima. É importante observar que, apesar de pouco considerável, há um desvio médio de 0,24% nas soluções do modelo desacoplado em relação à ótima possível e o que é mais interessante nessa observação é a visualização do fato de que o resultado ótimo para o modelo desacoplado não é, necessariamente, a mesma solução ótima do modelo integrado. Já para o número de instâncias igual a 10 observa-se que os modelos desacoplado e *mipstart* obtiveram um desempenho superior se comparado ao integrado, com melhor resultado médio obtido no modelo desacoplado. Para instâncias maiores, o modelo *mipstart* representou uma melhoria de 11,29% nos resultados médios obtidos pela F.O em relação ao modelo desacoplado e de 1,93% em relação ao modelo integrado.

O *mipstart* utiliza como ponto de partida uma solução inicial do desacoplado e este último pode apresentar um resultado final mais otimizado que o modelo *mipstart* devido ao tempo limite de execução. Ou seja, no modelo desacoplado está definido um tempo t para executar e encontrar uma determinada solução, no modelo *mipstart* ele possui o tempo limite de $t/2$ para executar o desacoplado e obter a solução inicial antes de partir para o próximo passo. O restante do tempo é utilizado para executar o modelo integrado. Assim, considerando este tempo limite de 120 segundos, o desacoplado pode apresentar soluções com valores de função objetivo melhores que o modelo *mipstart*.

Tabela 7 - Desvio relativo da solução (*GAP*) – limite de 1.800 segundos

n	parâmetro	desacoplado	integrado	<i>mipstart</i>
5	máximo	9,34%	0,00%	0,00%
	média	0,24%	0,00%	0,00%
	mínimo	0,00%	0,00%	0,00%
10	máximo	3,14%	11,83%	3,14%
	média	0,15%	3,40%	0,05%
	mínimo	0,00%	0,00%	0,00%
20	máximo	43,15%	100,00%	35,83%
	média	12,97%	20,06%	1,82%
	mínimo	0,00%	0,00%	0,00%
40	máximo	22,05%	100,00%	0,00%
	média	0,54%	5,00%	0,00%
	mínimo	0,00%	0,00%	0,00%

Na tabela 7 verifica-se os *GAP*s para o tempo de 30 minutos. No número de instâncias igual a 5 tarefas, os desvios foram muito próximos ou iguais a zero, como visto no menor tempo de execução. Para o número de instâncias de 10 tarefas, observa-se que os modelos integrado e *mipstart* obtiveram um desempenho consideravelmente superior em um tempo de 30 minutos. O modelo integrado obteve 3,4% de desvio na média da primeira execução e o *mipstart* 0,05% na segunda. Ao analisar as soluções de n igual 20, o modelo que obteve pior desempenho foi o integrado. O valor médio do desvio foi de cerca de 20%. O menor

desvio foi do modelo *mipstart*. Para o grupo de 40 tarefas, o *mipstart* também obteve o menor desvio, sendo igual à zero, mas para estas instâncias somente três das 60 possíveis encontraram solução.

Sobre o desvio relativo do limitante inferior (do inglês, *Lower Bound* - LB), a análise do mesmo é feita entre os problemas *mipstart* e o integrado. Comparando os modelos integrado e *mipstart*, ao crescer os valores de n , número de tarefas, o desvio do LB é muito maior e próximo de 100% de desvio. O *lower bound* do método de busca do *branch-and-bound* pode ser definido como uma estimativa do menor valor possível que pode ser atingido por uma solução, assim, o LB então é sempre menor ou igual ao valor da melhor solução possível. O LB permite que algoritmo não explore certos nós, tendo a certeza de que não haverá perda de soluções melhores que as já encontradas até o momento. Com um tempo maior de execução o desempenho do LB ainda foi ruim para instâncias de n maiores. Assim, ambos obtiveram desempenhos praticamente iguais e próximos a zero em n iguais a 5, e próximos de 100% para n iguais a 10 ou 20.

4. Considerações finais

O modelo *mipstart*, com solução inicial de um problema desacoplado aplicada a um modelo integrado, obteve desempenho geral superior se comparado aos outros dois. Para instâncias maiores e de mesmo n , número de tarefas, no menor tempo de execução, 120 segundos, o modelo *mipstart* representou uma melhoria média de 11,29% nos resultados médios obtidos pela F.O em relação ao modelo desacoplado e de 1,93% em relação ao modelo integrado. Já no limite de tempo estabelecido de 30 minutos e nas instâncias de maior n , o *mipstart* foi superior em aproximadamente 18,24% em relação ao problema desacoplado e 11,15% se comparado ao algoritmo integrado que não utiliza de uma solução inicial de modelo desacoplado como partida. Este pode ser considerado um resultado muito eficiente considerando-se que se trata de um modelo MIP e que o tempo total de execução foi relativamente baixo mesmo considerando o maior tempo limite de execução, de 1.800 segundos.

Referências

- BAKER K. R. **Introduction to Sequencing and Scheduling**, Wiley, New York. K. R., 1974.
- DANTZIG, G. B.; RAMSER, J. H. **The truck dispatching problem**. *Management Science*, v.6, v.1, p. 80–91, 1959.
- EHM, J.; FREITAG M. **The Benefit of Integrating Production and Transport Scheduling**. *Procedia CIRP*. v.41, p. 585–590, 2016.
- FERRIS, C. M.; LIU, Y. **Modelling demand response in organized wholesale energy markets**. *Optimization Methods and Software*. v.31, n.5, p.1064-1088, 2016.
- FISCHETTI, M.; SARTOR, G.; ZANETTE, A. **MIP-and-refine matheuristic for smart grid energy management**. *International Transactions in Operational Research*. v.2, 2013. <<http://dx.doi.org/10.1111/itor.12034>>
- GEISMAR, H. N.; LAPORTE G.; LEI, L.; SRISKANDARAJAH C. **The integrated production and transportation scheduling problem for a product with a short lifespan**, *Inform Journal on Computing*, v.20, n.1, 2008.

- GELAREH, S., GENDRON, B., HANAFI, S. *et al.* **The selective traveling salesman problem with draft limits.** Journal of Heuristics, v.26, p.339–352, 2020.
- HURTER, A.P.; VAN BUER, M.G. **The Newspaper Production/Distribution Problem.** Journal of Business Logistics, v.17, p. 85–107, 1996.
- JOHNSON, S. M. **Optimal two- and three-stage production schedules with setup times included.** Naval Research Logistics Quarterly, v. 1, n.1, p. 61-68, 1954.
- MILLER C.E.; TUCKER A.W.; ZEMLIN R.A. **Integer programming formulation of traveling salesman problems.** Journal of the ACM, v.7, n. 4, p. 326–329, 1960.
- MOONS, S.; RAMAEKERS, K.; CARIS, A; ARDA Y. **Integrating production scheduling and vehicle routing decisions at the operational decision level: A review and discussion.** Computers & Industrial Engineering, v. 104, p. 224–245, 2017.
- MORAIS, F. M.; MOCCELLIN, J. V. **Métodos heurísticos construtivos para redução do estoque em processo em ambientes de produção *flow shop* híbridos com tempos de *setup* dependentes da sequência.** Gest. Prod. [online], v.17, n.2, p.367-375, 2010. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1590/S0104-530X2010000200011>>.
- SAWIK, T. **Integrated supply, production and distribution scheduling under disruption risks.** Revista Omega, v.62, p.131–144, 2016. <<http://dx.doi.org/10.1016/j.omega.2015.09.005>>.
- SCHOLZ-REITER, B.; MAKUSCHEWITZ, T.; NOVAES, A. G. N.; FRAZZON, E. M.; LIMA JUNIOR, O. F. **An approach for the sustainable integration of production and transportation scheduling.** International Journal of Logistics Systems and Management, v. 10, p. 158–179, 2011.
- SIMCHI-LEVI.; CHEN X.; BRAMEL, J. **The Logic of Logistics: Theory, Algorithms, and Applications for Logistics Management,** Springer, v.3, 2014.
- SMITH, W. E. **Various optimizers for single-stage production.** Naval Research Logistics Quarterly, v.3, p.59–66, 1956.
- TAVARES NETO, R. F; NAGANO, M. S. **An Iterated Greedy approach to integrate production by parallel machines and distribution by a single capacitated vehicle.** Swarm and Evolutionary Computation, 2019.
- THOMAS, D. J.; GRIFFIN, P. M. **Coordinated supply chain management.** European Journal of Operational Research, v. 94, p. 1–15, 1996.
- ULRICH, C. A. **Integrated machine scheduling and vehicle routing with time windows,** European Journal of Operational Research, v. 227, p.152-165, 2013.