



# ConBRepro

XI CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO



01 a 03  
de dezembro 2021

## Comparação entre os controladores LQR e SMC aplicados a recuperação de aeronave em situação de estol em voo longitudinal

**Guilherme Pacheco dos Santos**

Engenharia de Produção – Universidade Tecnológica Federal do Paraná

**José Manoel Balthazar**

Engenharia Mecânica – Universidade Estadual Paulista

**Angelo Marcelo Tuset**

Engenharia de Produção – Universidade Tecnológica Federal do Paraná

**Resumo:** O artigo apresenta o projeto dos controladores LQR (Linear Quadratic Regulator) e SMC (Sliding mode Control) aplicados ao controle de vôo da aeronave F-8 Crusader considerando o modelo não linear de movimento longitudinal da aeronave. Os Resultados numéricos e análises demonstram a ineficiência do controlador LQR e a eficiência do controlador SMC atuando no controle da aeronave, garantindo estabilidade em uma situação crítica com elevado ângulo de ataque. Quando aplicado em condições de vôo com um ângulo de ataque acima da situação de estol, foi demonstrado que o controlador SMC foi capaz de suavizar a resposta de vôo mantendo as condições em equilíbrio para um ângulo de ataque de até 85% acima do ângulo de estol. Porém, para a mesma situação, com ângulos de ataque de até 85% acima do ângulo de estol, o controlador LQR se mostrou ineficiente na recuperação da aeronave para retornar a situação de um vôo estável.

**Palavras-chave:** Modelagem matemática, Simulação numérica, Controle Regulador Quadrático Linear (LQR) e Controle por Modos Deslizantes (SMC).

## Comparison between LQR and SMC controllers applied to aircraft stall recovery in longitudinal flight

**Abstract:** This paper shows the design of the LQR (Linear Quadratic Regulator) and SMC (Sliding mode Control) controllers applied to the flight control of the F-8 Crusader aircraft considering the non-linear model of longitudinal behavior of the aircraft. The numerical results and analyzes demonstrate the inefficiency of the LQR controller and the efficiency of the SMC controller to operate on the dynamic of the aircraft, ensuring stability in a critical situation with a high angle of attack. When applied in flight conditions with an angle of attack above the stall situation, the SMC controller was shown to be able to smooth the flight response by keeping conditions in balance for an angle of attack of up to 85% above the stall angle. However, for the same situation, with angles of attack of up to 85% above the stall angle, the LQR controller proved to be inefficient in recovering the aircraft to return to a stable flight situation.

**Keywords:** Mathematical Modeling, Numerical Simulation, Linear Quadratic Regulator Control (LQR) and Sliding Mode Control (SMC).

## 1. Introdução

Novas abordagens e projetos são propostos para descrever a dinâmica, controle e estabilidade das aeronaves nos últimos anos, aplicando-se diferentes métodos para tentar-se controlar o voo e manobras das aeronaves de alta performance. Como exemplo, uma aeronave de combate tem sua resposta dinâmica afetada durante o voo quando submetida a operar em grandes ângulos de ataque e em altas velocidades. Segundo Etkin e Reid (1996) podemos afirmar que a dinâmica da aeronave tem um comportamento inerentemente não-linear como consequência da natureza física das forças de sustentação e arrasto, assim como a orientação da estrutura de ar em relação à referência desejada.

Conforme descrito por Pereira *et al.*, (2016), para um modelo confiável e eficiente de controlador, não-linearidades e incertezas presentes na operação real desses veículos devem ser consideradas para evitar regiões instáveis de operação.

O objetivo deste trabalho é realizar a comparação de controladores capazes de recuperar a aeronave de ângulos acima da região do estol, considerando o movimento da aeronave e suas não-linearidades dinâmicas, garantindo estabilidade e desempenho em situações de alto ângulo de ataque.

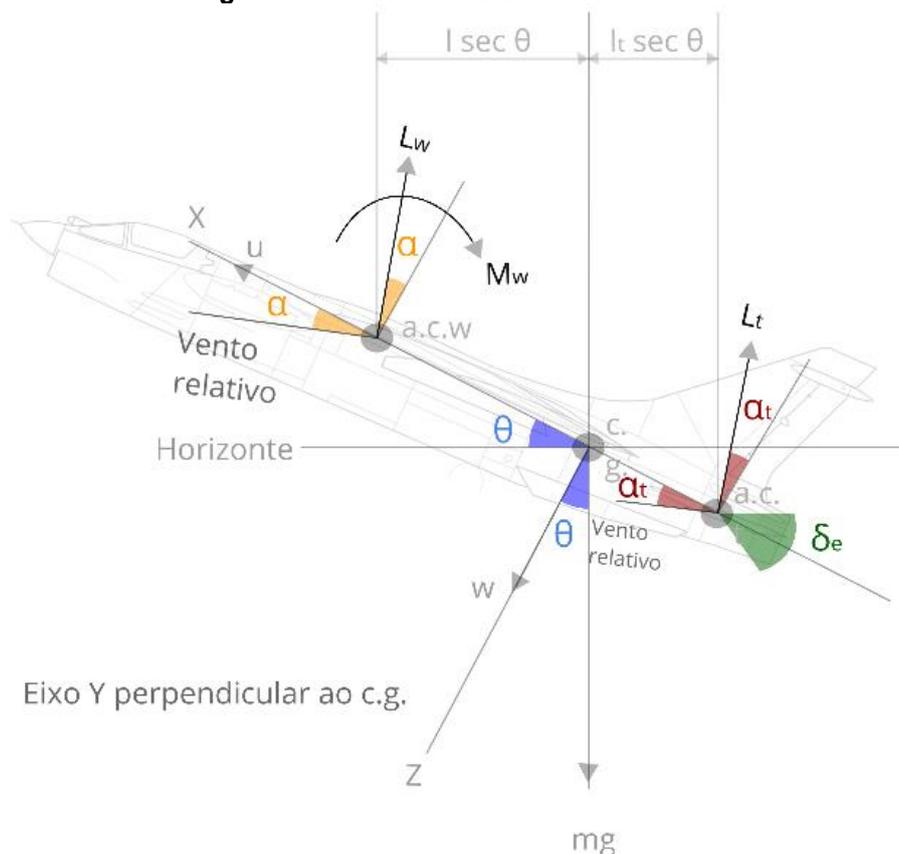
Diferentes trabalhos abordam o controle relacionadas a aeronaves e piloto automático, tais como, Calise e Rysdyk (1998) considerando redes neurais adaptativas no controle de voo, com Pereira *et al.*, (2008) utilizando controle ótimo linear em voo longitudinal, nessa linha pode-se considerar também abordagens como as de Wang e Stengel (2005) com controle robusto probabilístico e Garrard e Jordan (1977) com projeto de controles não lineares. Considerando abordagens atuais, como a proposta por Tol *et al.*, (2016) com alocação multivariada de controle adaptativo para compensar incertezas aerodinâmicas, ou também, proposto por Gavilan, Vazquez e Acosta (2014) onde tem-se um controle adaptativo baseado em função de Lyapunov para dinâmica longitudinal, ainda com Mahmood, Kim e Park (2014) realizando o projeto de piloto automático usando modelagem de loop H para mísseis em ângulos elevados ataque.

Realizou-se o desenvolvimento, projeto e análise dos controladores Controle Regulador Quadrático Linear (LQR) e Controle por Modos Deslizantes (SMC) na aplicação de controle da dinâmica não linear de uma aeronave em voo longitudinal em altos ângulos de ataque (acima da condição de estol).

## 2. Modelagem Matemática

A dinâmica do modelo de aeronave F-8 é analisada considerando um modelo matemático para sua dinâmica de voo, no qual as forças e o sistema de coordenadas, usados para representar o movimento da aeronave, são denotados na Figura 1. A força de arrasto é negligenciada em relação aos outros parâmetros, e o momento de inércia é considerado proporcional à massa da aeronave.

Figura 1 – Modelo dinâmico da aeronave



Fonte: Adaptado de Dos Santos et al (2018)

A força de sustentação é separada em dois componentes: asa e cauda. As equações do movimento são desenvolvidas em termos de quatro variáveis de estado ( $x = (u, \alpha, \theta, q)$ ), onde  $u$  é a velocidade de vôo longitudinal,  $\alpha$  representa o ângulo de ataque,  $\theta$  é o ângulo de inclinação, a taxa de inclinação é dada por  $q$ , e  $V$  é a velocidade ao longo do tempo.

As equações básicas do movimento longitudinal estão representadas no sistema de equações (1), onde o arrasto foi considerado pequeno o suficiente para ser desconsiderado, quando comparado ao empuxo e peso, conforme apresentado em Garrard *et al.*, (1992).

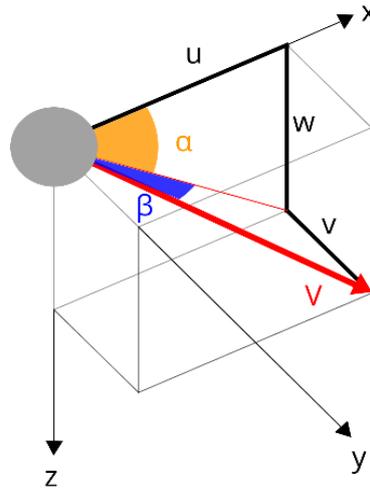
$$\begin{cases} m(\dot{u} + w\dot{\theta}) = -mg \sin \theta + L_w \sin \alpha + L_t \sin \alpha_t \\ m(\dot{w} - u\dot{\theta}) = mg \cos \theta + L_w \cos \alpha + L_t \cos \alpha_t \\ I_y \ddot{\theta} = M_w + lL_w \cos \alpha - lL_t \cos \alpha_t - c\dot{\theta} \end{cases} \quad (1)$$

onde:  $m$  = massa da aeronave,  $u$  = velocidade da aeronave na direção  $x$ ,  $w$  = velocidade da aeronave na direção  $z$ ,  $\theta$  = deslocamento angular ao redor do eixo  $y$ , medido no sentido horário a partir do horizonte como mostrado na Figura 1,  $g$  = aceleração da aeronave gravidade,  $I_y$  = momento de inércia da aeronave em torno do eixo  $y$ ,  $L_w$  = elevação da asa,  $L_t$  = elevação da cauda,  $\alpha$  = ângulo de ataque da asa,  $\alpha_t$  = ângulo de ataque da cauda,  $\delta_e$  = deflexão do profundor,  $M_w$  = momento da asa,  $l$  = distância entre o centro aerodinâmico da asa e o centro de gravidade da aeronave,  $l_t$  = distância entre o centro aerodinâmico da cauda e o centro de gravidade da aeronave,  $c\dot{\theta}$  = momento de amortecimento.

As forças de sustentação da asa e cauda são dadas por  $L_w = C_{L_w} \bar{q} S$  e  $L_t = C_{L_t} \bar{q} S_t$ , respectivamente, onde  $C_L$  = coeficiente de sustentação da asa,  $C_{L_t}$  = coeficiente de sustentação da cauda,  $\bar{q}$  = pressão dinâmica,  $S$  = área da asa e  $S_t$  = área da cauda horizontal. Além disso, o momento da asa  $M_w$  é uma função de  $\alpha$ , e o ângulo de ataque da cauda da aeronave  $\alpha_t$  é uma função de  $\alpha$  e  $\delta_e$ .

A Figura 2 mostra a representação vetorial das componentes da velocidade  $u$ ,  $v$  e  $w$  ao longo dos eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$ , conforme apresentados em Dos Santos *et al.*, (2018).

**Figura 2 – Componentes de velocidade**



**Fonte: Adaptado de Dos Santos et al (2018)**

Então, são obtidas as seguintes relações matemáticas de velocidades:

$$\begin{cases} w = u \tan \alpha \\ \dot{w} = \dot{u} \tan \alpha + u \dot{\alpha} \sec^2 \alpha \end{cases} \quad (2)$$

Substituindo a Eq. (2) na Eq. (1), temos:

$$\begin{cases} \dot{u} = -u\dot{\theta} \tan \alpha - g \sin \theta + (L_w/m) \sin \alpha + (L_t/m) \sin \alpha_t \\ \dot{\alpha} = \dot{\theta} \sin^2 \alpha + (g/u) \sin \theta \sin \alpha \cos \alpha - (L_w/um) \sin^2 \alpha \cos \alpha - (L_t/um) \sin \alpha \cos \alpha \sin \alpha_t + \\ \dot{\theta} \cos^2 \alpha + (g/u) \cos^2 \alpha \cos \theta - (L_w/um) \cos^3 \alpha - (L_t/um) \cos^2 \alpha \cos^2 \alpha_t \\ \ddot{\theta} = M_w/I_y + (lL_w/I_y) \cos \alpha - (lL_t/I_y) \cos \alpha_t - (c/I_y)\dot{\theta} \end{cases} \quad (3)$$

Onde as forças de sustentação da aeronave representadas por  $L_w$  e  $L_t$  podem ser obtidas usando as seguintes equações, conforme apresentado em Garrard e Jordan (1977):

$$L_w = C_{L_w} \bar{q} S = \bar{q} S (C_{L_w}^0 + C_{L_w}^1 \alpha - C_{L_w}^2 \alpha^3) (1/[1 + (\alpha/0.41)^{60}]) \quad (4)$$

$$L_t = C_{L_t} \bar{q} S_t = \bar{q} S_t (C_{L_t}^0 + C_{L_t}^1 \alpha_t - C_{L_t}^2 \alpha_t^3 + a_e \delta_e) \quad (5)$$

Onde  $C_{L_w}^0$ ,  $C_{L_w}^1$ ,  $C_{L_w}^2$ ,  $C_{L_t}^0$ ,  $C_{L_t}^1$  e  $C_{L_t}^2$  são constantes,  $\delta_e$  representa o ângulo de deflexão da cauda horizontal medida à direita do eixo  $x$  e  $a_e$  é a aproximação linear do efeito definido por  $\delta_e$  em  $C_{L_t}$ .

Substituindo (4) e (5) em (3), e considerando os seguintes parâmetros para o modelo F-8 Crusader:  $C_{L_w}^0 = C_{L_t}^0 = 0$ ;  $C_{L_w}^1 = C_{L_t}^1 = 4.0$ ;  $a_e = 0.1$ ;  $S = 33.75 \text{ m}^2$ ;  $S_t = 8.41 \text{ m}^2$ ;  $C_{m_{a.c}} = 0$ ;  $\bar{c} = 3.53 \text{ m}$ ;  $I_y = 127512 \text{ Kg m}^2$ ;  $l = 0.06 \text{ m}$ ;  $l_t = 5.01 \text{ m}$ . As equações do movimento longitudinal foram abordadas em Pereira *et al.*, (2008), e são dadas por:

$$\begin{cases} \dot{u} = -uq \tan \alpha - 10 \sin \theta + (\bar{q}/m) \left\{ \begin{array}{l} 33.75W \sin \alpha (4\alpha - 12\alpha^3) + \\ + 8.41 \sin(0.25\alpha + \delta_e) \left[ \begin{array}{l} 4(0.25\alpha + \delta_e) - \\ -12(0.25\alpha + \delta_e)^3 + 0.1\delta_e \end{array} \right] \end{array} \right\} \\ \dot{\alpha} = q + (10/u) \cos \alpha \cos(\alpha - \theta) - (\bar{q}/mu) \cos \alpha \left\{ \begin{array}{l} 33.75W(4\alpha - 12\alpha^3) - 8.41 \cos(0.75\alpha + \delta_e) \\ [4(0.25\alpha + \delta_e) - 12(0.25\alpha + \delta_e)^3 + 0.1\delta_e] \end{array} \right\} \\ \dot{\theta} = q \\ \dot{q} = (50.1/127512)m \cos \theta - (171.1125(4\alpha - 12\alpha^3)/127512)\bar{q}W \cos \alpha - (50494.752/127512)q + \\ + (\bar{q}/127512) \left\{ \begin{array}{l} 2.025(4\alpha - 12\alpha^3)W \cos \alpha - 42.1341 \cos(0.25\alpha + \delta_e) \left[ \begin{array}{l} 4(0.25\alpha + \delta_e) - \\ -12(0.25\alpha + \delta_e)^3 + 0.1\delta_e \end{array} \right] \end{array} \right\} \end{cases} \quad (6)$$

Onde:  $W = 1/(1 + (\alpha/0.41)^{60})$

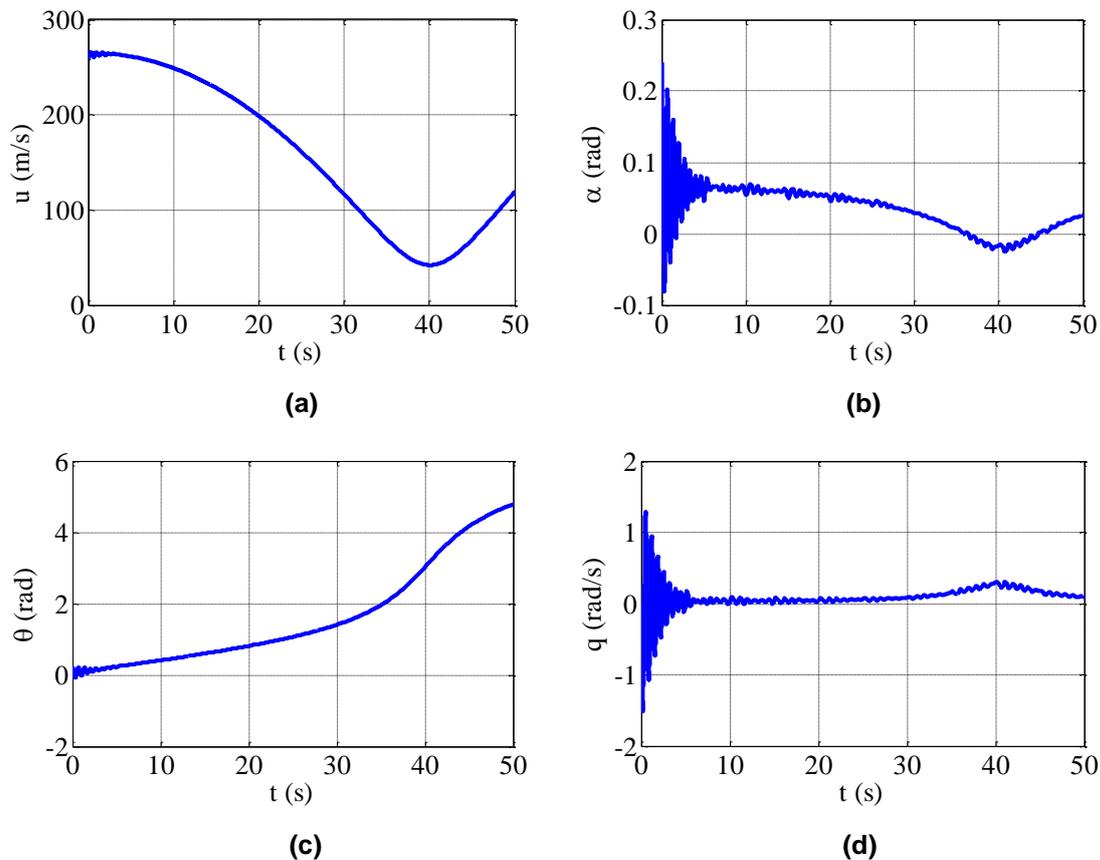
Para simular a velocidade da aeronave, temos  $V_0$  considerado como uma constante. A pressão dinâmica pode ser obtida pela Equação (7).

$$\bar{q} = \frac{1}{2} \rho V(t)^2 \quad (7)$$

### 3. Simulações Numéricas

Os parâmetros considerados durante a simulação numérica foram: velocidade da aeronave  $V_0 = 277,7 \text{ m/s}$ , a massa inicial da aeronave é dada por  $m = 9773 \text{ Kg}$ , a densidade atmosférica a 9144 metros de altitude é  $\rho = 0,4938$ . As condições iniciais são  $u = 257,7 \text{ m/s}$ ,  $\alpha = 0,26 \text{ rad}$ ,  $\theta = 0.25 \text{ rad}$ ,  $q = 0 \text{ rad/s}$  e  $\delta_e = -0.1 \text{ rad}$ . A Figura 3 mostra os históricos no tempo de todas as variáveis do sistema longitudinal da aeronave.

**Figura 3 – (a) velocidade da aeronave, (b) ângulo de ataque da aeronave, (c) ângulo de arfagem da aeronave, (d) taxa de arfagem da aeronave**



**Fonte: Próprio autor.**

Considerando o comportamento mostrado na Figura 3, pode-se observar a variação das 4 principais variáveis de estados da aeronave ao longo do tempo durante o voo longitudinal. Caso a aeronave seja submetida a uma situação crítica de voo acima do ângulo de estol, perdendo a sustentação, podendo perder altitude e com uma possível queda. Em uma situação dessas, a intervenção humana será necessária para controlar o sistema, dependendo diretamente da habilidade e experiência do piloto. O controle automático do ângulo de estol e conseqüentemente dos principais ângulos longitudinais da aeronave, torna-se uma alternativa para manter a aeronave em curso e segura, mesmo em condições críticas de vôo, facilitando o trabalho do piloto durante uma situação de combate, ou de manobra, compondo o sistema de controle da aeronave com vôo autônomo.

#### 4. Propostas de controle

Duas estratégias de controle foram consideradas para recuperar a aeronave de uma situação de estol, considerando o sistema de Equações (6) e o ângulo do profundor  $\delta_e$  como atuador de controle do sistema. Uma comparação entre o desempenho de dois controladores atuando no mesmo sistema é apresentada. A primeira estratégia é baseada no controle feedback linear, o regulador quadrático linear (LQR). A segunda estratégia de controle abordada é o controle por modos deslizantes (SMC).

##### 4.1 Controle Regulador Quadrático Linear (LQR)

A principal ação do controle baseado nos reguladores ótimos quadráticos é de minimizar a função custo do sistema, como apresentado em Tusset (2008) e Kanieski (2010). Considerando o sistema de Equações (6) na forma matricial com um controle de feedback conforme apresentado em Alves *et al.*, (2017), temos:

$$\dot{X} = AX + BU \quad (8)$$

Onde  $A$  é a matriz de estado,  $B$  é a matriz de controle.  $U$  é o controle de feedback e é definido da seguinte forma:

$$U = -R^{-1}B^T P e \quad (9)$$

onde  $e = (X - X^*)$ ,  $X$  representa os estados do sistema ( $X = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]^T = [u \ \alpha \ \theta \ \dot{\theta}]^T$ ) e  $X^*$  os estados desejados. A função  $P$  é obtida resolvendo o Ricatti equação definida como segue:

$$PA + A^T P - PBR^{-1}B^T P + Q = 0 \quad (10)$$

O índice de desempenho para o controle é dado pela Equação (11):

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (e^T Q e + U^T R U) dt \quad (11)$$

Onde as matrizes  $Q$  e  $R$  são definidas positivas. Outro fator importante a considerar é que a matriz não pode violar a controlabilidade do sistema. A controlabilidade é dada por:

$$M = [B \ AB \ A^2 B \ A^3 B] \quad (12)$$

O sistema de Equações (6) é considerado controlável se o rank da matrix  $A$  for igual a 4. O controle dado pela Equação (9) é usado para controlar o sistema de Equações (6), considerando  $U = \delta_e$ .

Para obter o sinal de controle  $U$  considerando o controle LQR, as Equações (6) são linearizadas, então obtemos as matrizes  $A$  e  $B$  conforme:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -0.000331\bar{q} & 0 & -0.396 \end{bmatrix} \text{ and } B = \begin{bmatrix} 0 \\ 34.481 \\ 0 \\ -0.001354\bar{q} \end{bmatrix}.$$

Definindo as matrizes  $X^*$ ,  $Q$  e  $R$  como:

$$X^* = \begin{bmatrix} x_1 \\ 0.045 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}, \quad Q = \begin{bmatrix} 100 & 10 & 0 & 0 \\ 10 & 1000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ and } R = [10000].$$

Solucionando a equação de Ricatti, dada pela Equação (10), obtemos o sinal de controle  $U$ , conforme:

$$U = -0.1x_1 - 0.2742(x_2 - 0.04) + 0.7477x_3 + 0.2625x_4 \quad (13)$$

## 4.2 Controle por Modos Deslizantes (SMC)

Para direcionar a aeronave para uma situação fora da zona de estol, considera-se o controle por modos deslizantes apresentado em Dailhane *et al.*, (2018), adaptado como uma ferramenta baseada nas Equações (6) e no princípio de controle da Equação (8), considerando  $\dot{x}_1 = \alpha$  e  $\dot{x}_2 = \dot{\alpha}$ .

Desta forma as equações dinâmicas do erro podem ser definidas como:

$$\dot{e}_1 = \alpha \quad (14)$$

$$\dot{e}_2 = q + (10/u) \cos \alpha \cos(\alpha - \theta) - (\bar{q}/mu) \cos \alpha \left\{ \frac{33.75W(4\alpha - 12\alpha^3) - 8.41 \cos(0.75\alpha + \delta_e)}{[4(0.25\alpha + \delta_e) - 12(0.25\alpha + \delta_e)^3 + 0.1\delta_e]} \right\} + U$$

O sinal de controle  $U$ , é utilizado na Equação (6) como:  $U = \delta_e$ . Os erros da trajetória desejada foram definidos como:  $e = (X - X^*)$ ,  $X$  representa os estados do sistema, que para o caso do controle por modos deslizantes, é considerado o ângulo de ataque da aeronave  $\alpha$ .

Para o campo de controle do modo deslizante, conforme abordado em Janzen *et al.*, (2017), Yau *et al.*, (2011) e Utkin (1992) a superfície deslizante geralmente considera como:

$$s = e_1 - \lambda e_2 \quad (15)$$

Onde  $\lambda$  representa um número real, dado por  $\lambda = 4$ . Para que o controle por modo deslizante exista, se faz necessário satisfazer a seguinte condição:

$$s = e_1 - \lambda e_2 \quad (16)$$

$$\dot{s} = \dot{e}_1 - \lambda \dot{e}_2$$

A Equação (16) define a saída do controle do modo deslizante, enquanto o sinal de controle  $U$  é dado por:

$$U = \begin{cases} U_{max} & se \frac{s}{\phi} < -1 \\ -U_{max} & se \frac{s}{\phi} > 1 \\ K_c s & se -1 < \frac{s}{\phi} < 1 \end{cases} \quad (17)$$

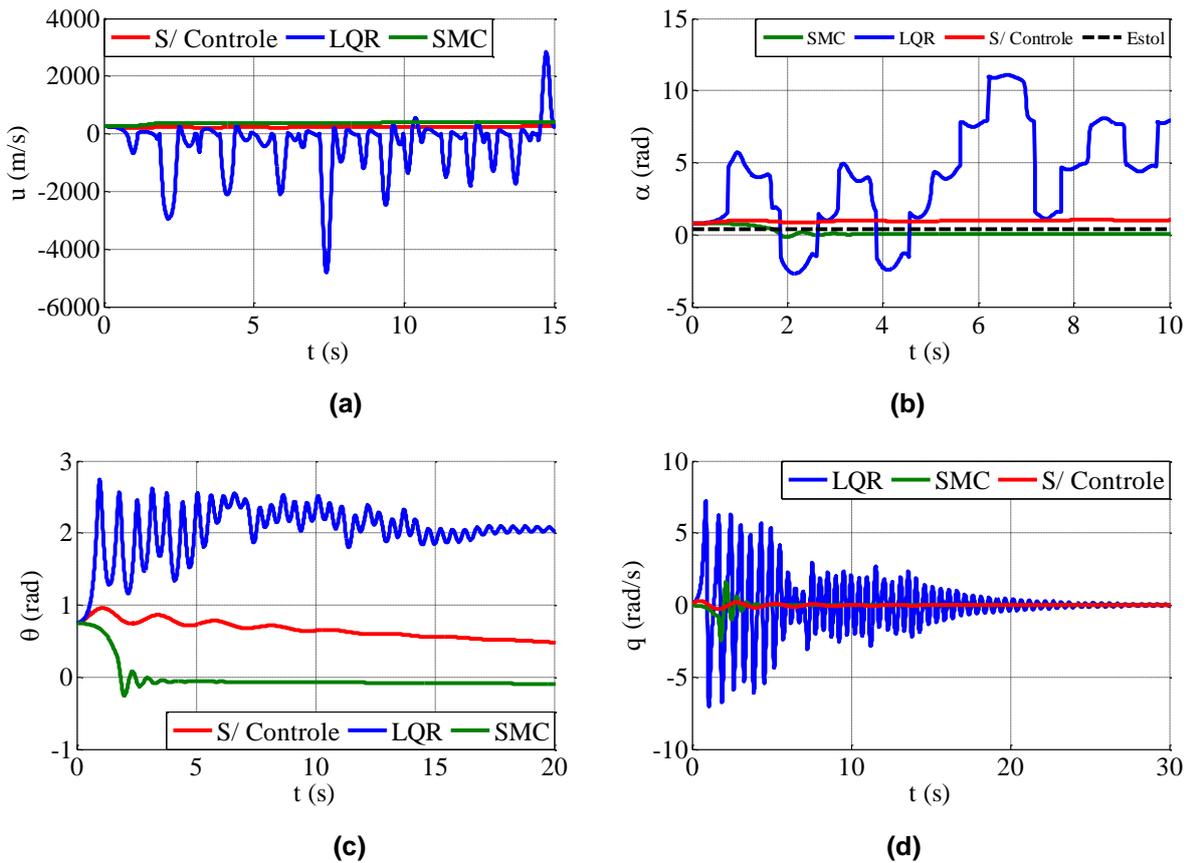
Onde  $\phi$  é a espessura da camada de controle,  $K_c$  é um ganho proporcional e  $U_{max}$  é o controle do valor de saturação. Desta forma, os parâmetros utilizados para realização das simulações são dados por:  $\phi = 0.01$ ,  $K_c = 0.1$  e  $U_{max} = 1$ .

## 5. Simulações Numéricas

Para as simulações numéricas dos controles propostos, o ângulo de ataque será variado com valores acima do ângulo de estol para verificar a eficiência e o desempenho dos controladores LQR e SMC aplicados na recuperação e estabilização da aeronave durante o voo. Considerando esta metodologia, alguns parâmetros terão valor fixo, como:  $V_0 = 277,7 \text{ m/s}$ ,  $m = 9773 \text{ Kg}$  e  $\rho = 0,4938$ . Considerando que a situação de estol da aeronave F-8 Crusader ocorre em um ângulo de ataque igual a  $0,41 \text{ [rad]}$  ( $23,5^\circ \text{ [deg]}$ ).

A Figura 4 mostra os gráficos de velocidade, ângulo de ataque, ângulo de inclinação e taxa de inclinação, respectivamente. Considerando os seguintes parâmetros  $u = 257,7 \text{ m/s}$ ,  $\alpha = 0,76 \text{ rad}$ ,  $\theta = 0.75 \text{ rad}$ ,  $q = 0 \text{ rad/s}$ ,  $\delta_e = -0.1 \text{ rad}$  no caso sem controladores e  $\delta_e = U$  para o sistema com o controle LQR ou SMC.

**Figura 4 – (a) velocidade da aeronave, (b) ângulo de ataque da aeronave, (c) ângulo de arfagem da aeronave, (d) taxa de arfagem da aeronave**



Fonte: Próprio autor.

Considerando o comportamento da velocidade da aeronave apresentado na Figura 4a, os controladores têm uma influência direta na condição segura ou não de voo. Isso ocorre porque ao ser submetida a um ângulo de ataque de 85% acima do ângulo de estol, a aeronave sem o controlador perde sua capacidade de responder corretamente às forças sofridas nesta condição, ficando vulnerável durante uma manobra, ou até mesmo em situação de queda. Considerando a atuação dos controladores LQR e SMC, observamos comportamentos diferentes para a velocidade, onde o controle LQR não foi capaz de estabilizar a velocidade da aeronave através da resposta dinâmica do profundor, diferente do comportamento do sistema controlado pelo SMC, que estabiliza a velocidade da aeronave.

A Figura 4b apresenta a eficiência dos controladores na recuperação da aeronave de um ângulo de ataque de  $\alpha = 0,76 \text{ rad}$  ( $43,5^\circ$  [deg]), cerca de 85% acima do ângulo de estol da aeronave, que é igual a  $0,41 \text{ [rad]}$  ( $23,5^\circ$ ). O controlador LQR não apresentou eficiência em recuperar a aeronave de uma situação de estol, não direcionando a aeronave para uma situação segura de voo. O controlador SMC apresentou um comportamento de recuperar a aeronave da situação de estol, em menos de 2 segundos de atuação. Resultado relevante, visto que o tempo de recuperação da aeronave deve ser rápido, principalmente para os casos em que o ângulo de ataque está em regiões hostis de operação.

Analisando as Figuras 4c e 4d, é possível observar a influência dos controladores na dinâmica da aeronave, onde o ângulo de inclinação é a referência para o ângulo da aeronave. Conforme mostrado na Figura 4b, a aeronave se recupera da situação de estol somente sobre atuação do controlador SMC, como consequência, o ângulo de inclinação também é controlado, sendo isso mostrado na Figura 4c. A taxa de arfagem demonstra a taxa de mudança nos ângulos de ataque e arfagem, porque estão interconectados. Assim,

observando a taxa de arfagem, é possível definir a velocidade com que a aeronave muda seus ângulos principais e, conseqüentemente, estabiliza ou não seu comportamento. Como pode ser visto na Figura 4d, a taxa de arfagem é maior quando o sistema é submetido à ação dos controladores, então o sistema tende a se estabilizar em taxas mais altas do que quando comparado ao sistema não controlado.

## 6. Conclusão

A partir das simulações numéricas e do comportamento da aeronave apresentados nas Figuras 4, pode-se concluir que o controlador SMC se mostra capaz de recuperar a aeronave da situação crítica de voo, com ângulo de ataque até 85% acima do ângulo de estol, em que o sistema foi submetido. Já para o controlador LQR, existe uma limitação quando o sistema está sujeito a regiões de voo severas, onde, para a aeronave F-8 Crusader e considerando as condições analisadas, sua aplicação não foi capaz de recuperar a aeronave em um ângulo de ataque de até 85% acima do ângulo de estol.

Para trabalhos futuros, pode-se considerar o desenvolvimento de um modelo matemático da dinâmica de vôo da aeronave com os comportamentos laterais para aumentar a aplicação do projeto de controle e comparação de desempenho dos controladores.

## Agradecimentos

Os autores agradecem o apoio das agências brasileiras CAPES, FA e CNPq.

## Referências

BASSINELLO, Dailhane G. et al. Dynamical analysis and control of a chaotic microelectromechanical resonator model. **Shock and Vibration**, v. 2018, 2018.

CALISE, Anthony J.; RYSDYK, Rolf T. Nonlinear adaptive flight control using neural networks. **IEEE Control Systems Magazine**, v. 18, n. 6, p. 14-25, 1998.

DE FREITAS VIRGÍLIO PEREIRA, Mateus et al. On nonlinear dynamics and flight control at high angles of attack with uncertain aerodynamics. In: **ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition**. American Society of Mechanical Engineers, 2016. p. V04BT05A029.

DOS SANTOS, Guilherme Pacheco et al. Nonlinear dynamics and SDRE control applied to a high-performance aircraft in a longitudinal flight considering atmospheric turbulence in flight. **Journal of Sound and Vibration**, v. 436, p. 273-285, 2018.

GARRARD, William L.; JORDAN, John M. Design of nonlinear automatic flight control systems. **Automatica**, v. 13, n. 5, p. 497-505, 1977.

GARRARD, William L.; ENNS, Dale F.; ANTONY SNELL, S. Nonlinear feedback control of highly manoeuvrable aircraft. **International journal of control**, v. 56, n. 4, p. 799-812, 1992.

GAVILAN, Francisco; VAZQUEZ, Rafael; ACOSTA, José Á. Adaptive control for aircraft longitudinal dynamics with thrust saturation. **Journal of guidance, control, and dynamics**, v. 38, n. 4, p. 651-661, 2015.

JANZEN, Frederic C. et al. Angular positioning and vibration control of a slewing flexible control by applying smart materials and sliding modes control. In: **International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference**. American Society of Mechanical Engineers, 2017. p. V008T12A024.

KANIESKI, João Marcos. **Modelagem e controle LQR aplicado a um condicionador de energia**. 2010. Dissertação de Mestrado. Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

MAHMOOD, Arshad; KIM, Yoonsoo; PARK, Jeongho. Robust  $H^\infty$  autopilot design for agile missile with time-varying parameters. **IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems**, v. 50, n. 4, p. 3082-3089, 2014.

PEREIRA, Danilo Carlos et al. On nonlinear dynamics and an optimal control design to a longitudinal flight. **Journal of computational and nonlinear dynamics**, v. 3, n. 1, 2008.

REID, Lloyd Duff. **Dynamics of flight: stability and control**. Wiley, 1996.

TOL, H. J. et al. Multivariate spline-based adaptive control of high-performance aircraft with aerodynamic uncertainties. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 39, n. 4, p. 781-800, 2016.

TUSSET, A. M. **Controle ótimo aplicado em modelo de suspensão veicular não-linear controlada através de amortecedor Magneto Reológico**. 2008. 174f. 2008. Tese de Doutorado. Tese (Doutorado em Engenharia)-Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

UTKIN, V. I. Sliding modes in control and optimization springer-verlag. **New York**, 1992.

WANG, Qian; STENGEL, Robert F. Robust nonlinear flight control of a high-performance aircraft. **IEEE Transactions on Control Systems Technology**, v. 13, n. 1, p. 15-26, 2004.

YAU, Her-Terng et al. Nonlinear analysis and control of the uncertain micro-electro-mechanical system by using a fuzzy sliding mode control design. **Computers & Mathematics with Applications**, v. 61, n. 8, p. 1912-1916, 2011.