ConBRepro
X CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO
EVENTO ON-LINE
02 a 04 de dezembro 2020

Aplicação da Programação Linear para maximização de lucros numa organização do setor varejista

Vinicius Moretti
Engetec – Univille
Custodio da Cunha Alves
Engetec – Univille
Fábio Krug da Rocha
Engetec – Univille
Josiane da Costa Riani
Engetec - Univille

Resumo: Esse artigo envolve à aplicação da modelagem matemática para a maximização dos lucros de uma loja de rações para animais. Utilizando o suporte do algoritmo Simplex e a ferramenta Solver no ambiente Microsoft Excel foi possível conferir os resultados para tal aplicação. Além disso, uma análise de sensibilidade ou análise de pós otimização é realizada para à tomada de decisão. A aplicação proposta inclui dois casos na modelagem onde um é considerado uma quantidade mínima para cada marca de ração e o outro, sem estabelecer qualquer limite mínimo. Apesar de que o caso em que não se considerou uma quantidade mínima de ração ter se mostrado o mais lucrativo, devemos considerar também a outra possibilidade para evitar o risco de comprometer a qualidade do serviço deste empreendimento. É importante salientar que não é uma modelagem genérica, mas com as devidas adaptações de margens de contribuição e restrições, modelações matemáticas similares podem satisfazer facilmente outras situações e outros empreendimentos.
Palavras-chave: Programação Linear, Otimização, Modelagem.

Application of Linear Programming to maximize profits in a retail organization

Abstract: This case study aimed at applying mathematical modeling to maximize profits in an animal feed store. With the support of the Simplex algorithm, Microsoft Excel, as well as its supplement called Solver for the optimization of mathematical modeling, we were able to check the results for this situation. In addition, a sensitivity analysis or post-optimization analysis was also carried out for better decision making. We had the application of two cases in the modeling, one considering a minimum quantity for each brand of feed and the other, without establishing any minimum limit. Although the case in which a minimum amount of feed was not considered to have proved to be the most profitable, we must consider the other possibility too so that we do not run the risk of compromising the service quality of this enterprise. It is important to point out that it is not a generic model, but with the appropriate adjustments of contribution margins and restrictions, similar mathematical models can easily satisfy other situations and enterprises.

Keywords: Linear Programming, Otimization, Modeling.

1. Introdução

A Pesquisa Operacional (PO) é um método analítico avançado que objetiva via ferramentas quantitativas a resolução de problemas e uma melhor tomada de decisão nas organizações. Segundo Arenales et. al. (2015), a PO é bastante utilizada nas tomadas de decisões, fazendo uso de ideias, processos e modelagem matemática que através de vários métodos procuram obter uma solução lógica e estruturada para um problema real de decisão. Neste contexto, um dos fatores preponderantes nas organizações se refere à forma com que os gestores das organizações encaram as variáveis, quais ferramentas utilizam para tomada de decisões para assim, escolherem opções mais adequadas para o seu negócio.

Uma das ferramentas que atualmente fornece decisões mais confiáveis é a otimização, campo para o qual convergem a programação matemáticas e recursos computacionais. O objetivo é construir e resolver efetivamente modelos realistas da situação em estudo, a fim de permitir que os tomadores de decisão explorem uma ampla variedade de alternativas possíveis. Mais especificamente, otimização refere-se à análise e resolução de problemas em que uma solução deve ser tomada a partir de um conjunto de soluções viáveis.

Dentre todas as técnicas de otimização matemática, a Programação Linear (PL) é talvez a mais utilizada e melhor compreendida pela comunidade empresarial e industrial. A PO é um conjunto de técnicas de análise e resolução de problemas racionais que visa auxiliar os tomadores de decisão em questões que envolvem um grande número de variáveis.

A fundamentação teórica abordada nesse trabalho consiste numa pesquisa aplicada orientada ao desenvolvimento de conhecimentos numa aplicação prática para um problema específico. Além disso, propõe uma abordagem quantitativa envolvendo pesquisas bibliográficas e um estudo de caso cuja formulação de um modelo matemático para um caso específico onde através dos ajustes de parâmetros e variáveis, pode ser utilizado para casos análogos (Severino, 2018).

Este trabalho apresenta como proposta uma aplicação de PL cujo objetivo envolve o desenvolvimento de um modelo matemático para otimização do lucro com a compra de rações para caninos de um pequeno comércio agropecuário da cidade em Joinville (SC).

O presente artigo está estruturado em quatro seções, incluindo a presente introdução. A seção 2 traz o referencial teórico envolvendo os conceitos e fundamentos referentes à aplicação de programação linear; na seção 3 está a metodologia cuja sistemática de aplicação envolve o desenvolvimento de um modelo matemático sua resolução via ferramenta *Solver* do ambiente MS-Excel mediante a utilização de dados reais de uma loja varejista de produtos agropecuários. Na sequência, os resultados são apresentados e discutidos na seção 4; e, finalmente, a seção 5 apresenta as considerações finais.

2. Referencial Teórico

2.1 Pesquisa Operacional

A Pesquisa Operacional (PO) é uma área do conhecimento que aliada à Matemática e Ciência da Computação; Pesquisa, estuda, desenvolve e aplica modelagem matemática para auxiliar na tomada de decisões nas mais diversas possibilidades de aplicação.

De acordo com Pereira (2009) o termo Pesquisa Operacional remete às origens da área cujo objetivo principal da criação da PO era a gestão eficiente de operações militares na área de Logística durante a segunda guerra mundial. Com o avanço metodológico, tecnológico, computacional e aliado a constantes demandas de outras áreas, a PO se modernizou e ampliou seu campo de atuação. Desta forma, através do uso de técnicas de modelagem matemática atrelada a avançados algoritmos computacionais, a PO auxilia os gestores de várias áreas e organizações a tomarem decisões mais embasadas e complexas, contribuindo para a construção de sistemas produtivos mais eficientes e eficazes.

2.2 Programação Linear

A programação linear é uma técnica de programação matemática, ou otimização, que busca encontrar aquela solução ou alternativa entre os muitos problemas possíveis de um problema que melhor identifica um determinado critério linear atendendo também a várias condições lineares**.**

O desenvolvimento da programação linear tem sido classificado entre os mais importantes avanços científicos do século XX. Seu desenvolvimento e consolidação é sinônimo de otimização de recursos materiais, monetários e humanos por parte das organizações, destinando seus investimentos a outros objetivos já que os que são aplicados a programação linear são otimizados e assim podem sem destinados a outros fins (LIEBERMAN, 2013).

Um problema de programação linear segundo Lachtermacher (2017) possui um formato padrão quando existe uma maximização da função objetivo e as restrições forem de menor ou igual e existindo a não negatividade, ou seja, constantes e variáveis são não negativos. Matematicamente podemos representar um problema na forma padrão por

Maximizar: $Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots + c_nx_n$

Sujeito a:

$$\begin{array}{l} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n \leq b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n \leq b_2 \\ \vdots \quad\quad \vdots \quad\quad \vdots \quad\quad \vdots \\ am_1x_1 + am_2x_2 + \cdots + am_nx_n \leq b_m \\ x_1, x_2, \ldots, x_n \geq 0 \end{array} \tag{1}$$

ou na forma reduzida:

$$Z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$$

Sujeito a: (2)

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \leq b_i$$

$$x_1, x_2, \ldots, x_n \geq 0$$

onde n é o número de variáveis do problema, m é o número de restrições do problema, *i* é o índice de determinada restrição (*i=1,2,...,m*), j é o índice de determinada variável (*j=1,2,...,n*), c_j é o coeficiente(constante) da variável x_j da função objetivo, a_{ij} é o coeficiente (constante) da i-ésima restrição e da variável x_j e b_i é a constante da i-ésima restrição.

2.3 Método Simplex

Segundo Goldbarg e Luna (2015) o método Simplex é uma das formas que podem ser utilizadas para a resolução de problemas de programação matemática, mais especificamente, os lineares. Se trata te um algoritmo eficiente e eficaz para resolução deste tipo de problema em que se baseia em métodos da Álgebra Linear e Cálculo Numérico para encontrar a solução ótima dos problemas modelados. O estudo deste tipo de algoritmo e áreas relacionadas são imprescindíveis para dominar as técnicas de análise e de solução de problemas relacionados às áreas da Pesquisa Operacional.

De acordo com Carvalho (2014) o algoritmo Simplex é iterativo, desta forma, ele possui um método de resolução sequencial e sistemático que se repete a cada iteração, a quantidade de iterações irá depender especificamente de cada problema. Seguem os passos de resolução do Simplex:

1 – Introduzir as variáveis de folga nas restrições que possuem desigualdades

2 – Montar uma tabela para a resolução do Simplex, conhecida também como *Tableau* do simplex. Os coeficientes das variáveis devem aparecer com seus respectivos sinais, exceto os da função objetivo que devem aparecer com os sinais invertidos.

3 – Estabelecer uma solução básica inicial e atribuindo zeros para as variáveis originais e conforme as iterações, encontrar valores positivos para as variáveis de folga.

4 – A primeira variável a entrar na base deverá ser “O menor negativo” que estiver na função objetivo, isto é, o maior negativo absoluto. Esta é a coluna que será analisada juntamente do passo 5. Além disso, é importante lembrar que se após realizar a iteração todas as variáveis nesta linha apresentarem valores nulos ou positivos, a solução atual é ótima para o problema.

5- Para escolher a variável que deve deixar a base, deve-se dividir os coeficientes “b” de todas linhas do *Tableau* pelo algarismo da mesma linha na coluna do passo 4. O menor quociente analisado indica a equação cuja respectiva variável será anulada, desta forma, se torna uma variável não básica. Esta linha analisada será a linha pivô para esta iteração em questão e será analisada para determinar todas as novas linhas do *Tableau* do Simplex.

6- Utilizando desses cálculos com a linha pivô, deve-se proceder para encontrar a nova solução básica para o problema. A coluna da nova variável básica deverá resultar num vetor identidade, onde o primeiro elemento deverá aparecer na linha que corresponde á variável anulada.

7 – Como o algoritmo consiste em iterações, se nesse passo ainda não estiver atingido a solução ótima, ou seja, ausência de negativos na linha da função objetivo, deverá retornar ao passo 4 para uma nova iteração.

No estudo proposto o Simplex será utilizado juntamente do Solver que é um suplemento para o Microsoft Excel, onde o algoritmo está presente neste suplemento cabendo ao modelador implementar corretamente o problema e analisar a solução proposta.

2.5 Análise de Sensibilidade

Segundo Colin (2018) a Análise de Sensibilidade se caracteriza por ser uma exploração acerca dos efeitos ocasionados na resolução e no modelo caso seus parâmetros mudem. Tais parâmetros pode ser: Coeficiente das variáveis na função objetivo, coeficiente das variáveis nas restrições ou o coeficiente b de alguma restrição (lado direito da restrição), entre outros. Alguns termos utilizados serão descritos adiante.

2.5.1 Variáveis Básicas e Não Básicas

Segundo Colin (2018) as variáveis básicas e não básicas se caracterizam pelo valor assumido após a resolução. As variáveis básicas assumem qualquer valor diferente de 0 (zero), já as variáveis básicas assumem valor zero, esta análise e distinção é importante pois é a base para o entendimento do Custo reduzido, um dos parâmetros de pós otimização do Solver que será descrito a seguir.

2.5.2 Custo Reduzido e Preço Sombra

Colin (2018) diz que o custo reduzido se caracteriza por ser a menor alteração no coeficiente de uma variável não básica de uma função objetivo para que ela se torne básica.

De forma prática, numa função objetivo de maximização o custo reduzido seria o quanto a margem de contribuição de uma variável teria de aumentar para que ela se torne básica, ou seja, para que seja viável produzi-la, vende-la, inclui-la, etc... Isto irá depender do problema a ser estudado. Ainda de acordo com Colin (2018), o preço sombra se caracteriza pela variação no valor ótimo de uma função objetivo provocado por uma alteração no lado direito de uma restrição ativa. Uma restrição ativa é uma restrição que restringe a função objetivo, ou seja, que limita a função objetivo de otimizar. Desta forma, o aumento de uma unidade no coeficiente de uma restrição ativa irá aumentar (se o problema for de maximização) ou diminuir (se o problema for de minimização) o valor ótimo z de acordo com o indicado pelo preço sombra. De forma similar aos coeficientes das variáveis, os termos "acréscimos e decréscimos permissíveis" estão presentes no Preço sombra, e eles seguem a mesma lógica anterior: delimitam o intervalo de acréscimo ou decréscimo no coeficiente de uma dada restrição para que o valor do Preço sombra não mude.

2.5.3 Acréscimo e Decréscimo Permissíveis

Colin (2018) diz que os acréscimos e decréscimos permissíveis estão atrelados às variáveis básicas e estão atrelados ao intervalo ótimo que um dado coeficiente de uma dada variável possui. De forma prática, significa o máximo que um coeficiente pode aumentar ou reduzir para que a solução básica do problema não mude, ou para que o valor da variável não mude.

3. Metodologia

O presente trabalho caracteriza-se como um estudo de caso a fim de analisar a melhoria da eficiência num empreendimento de venda de rações animais por meio de técnicas de Pesquisa Operacional e por consequência, de Programação Linear.

Segundo Gil (2017, p.37) o estudo de caso consiste no estudo profundo e exaustivo de um ou poucos objetos, de maneira que permita seu amplo e detalhado conhecimento. Godoy (1995) diz que se faz o uso de estudo de caso quando o pesquisador utiliza uma grande variedade de dados coletados.

De forma prática, o estudo será baseado na metodologia proposta por Ragsdale (2018) para a coleta de dados, formulação e processo decisório.

Tabela 1 - Passos para formular e implementar um modelo de programação Linear

Passos	Sequência
1 ° passo	Identificar o problema (ou "*probortunity*")
2 ° passo	Formular e implementar o modelo
3° passo	Analisar o modelo
4 ° passo	Testar os resultados (voltar ao 3° passo se insatisfatórios)
5° passo	Implementar a solução

Fonte: Adaptado de Ragsdale (2018)

A partir do cenário descrito e que será mais explorado a frente, o estudo foi iniciado por um processo de coleta de dados com entrevistas e verificação de documentos.

Com os dados coletados verificou-se as variáveis, a função objetivo e as restrições que serão apresentadas em seguida na subseção **3.1 Problematização e modelagem**.

3.1 Problematização de Modelagem

O estudo foi realizado com dezessete marcas de rações sendo fornecidas por cinco fornecedores diferentes, cada um deles com o seu respectivo número de pedido mínimo. Dentre as categorias de rações o comércio trabalha com: Rações de combate, rações premium e rações super premium.

A resolução será feita com o suplemento Solver do Microsoft Excel e será realizado duas vezes, uma sem número mínimo de pacotes para cada marca de ração (podendo ser zero) e a outra terá um coeficiente mínimo como segurança.

A função objetivo ficou da seguinte forma:

MAX (L)= 12x1 + 7x6+ 5x7 + 9x12+ 12x14 + 19x17 + 11x2 + 15x3 + 16x5 + 17x8 + 22x9 +10x13 + 20x4 +22x10 + 30x11 +15x15 +32x16

Acima está disposta a função objetivo contendo cada ração (xn) multiplicada do seu respectivo coeficiente (cn) que representa o lucro da empresa por pacote de ração vendido.

As restrições serão projetadas com base no pedido mínimo de cada fornecedor e com base também na demanda média de cada categoria de ração, ficando da seguinte forma:

Fornecedor A: Contempla as marcas x1, x2, x3 e x4. O seu pedido mínimo é de 10 pacotes para a entrega então esta restrição resulta em: x1 + x2 + x3 + x4 >= 10.

Fornecedor B: Contempla as marcas x5, x6, e x7. O seu pedido mínimo é de 12 pacotes para a entrega então esta restrição resulta em: x5 + x6 + x7 >= 12.

Fornecedor C: Contempla as marcas x8, x9, x10, x11 e x12. O seu pedido mínimo é de 8 pacotes então esta restrição resulta em: x8+ x9 + x10 +x11 + x12 >= 8.

Fornecedor D: Contempla as marcas x13 e x14. O seu pedido mínimo é de 15 pacotes então esta restrição resulta em: x13+ x14 >= 15.

Fornecedor E: Contempla as marcas x15, x16 e x17. O seu pedido mínimo é de 15 pacotes então esta restrição resulta em: x15 + x16 + x17 >= 15.

As rações que se encaixam em cada categoria ficarão expostas a seguir na tabela 1.

As demandas mínimas e máximas por mês durante um ano de cada categoria de ração são dadas pela seguinte tabela 2.

Tabela 1 - Categorias das Rações

Combate	Premium	Super Premium
x1 x6 x7 x12 x14 x17	x2 x3 x5 x8 x9 x13	x4 x10 x11 x15 x16

Fonte: O autor (2020)

Tabela 2 - Demandas Máximas e Mínimas de Cada Tipo

	Combate	Premium	Super Premium
Min	10	8	6
Max	30	22	15

Fonte: O autor (2020)

Desta forma, as restrições máximas e mínimas de parametrização das incógnitas ficaram da seguinte forma:

Rações Combate:

x1 + x6 + x7 + x12 + x14 + x17 >= 10

x1 + x6 + x7 + x12 + x14 + x17 <= 30

Rações Premium:

x2 + x3 + x5 + x8 + x9 + x13 >= 8

x2 + x3 + x5 + x8 + x9 + x13 <= 22

Rações Super Premium:

x4 + x10 + x11 + x15 + x16 >= 6

x4 + x10 + x11 + x15 + x16 <= 15

Para a segunda análise ainda temos a restrição não nula, para evitar que alguma das marcas fiquem sem pacotes em estoque. O número escolhido para esta parametrização foi de 2 pacotes mínimos por marca. Sendo assim:

x1 >= 2; x2 >= 2; x3 >= 2; x4 >= 2; x5 >= 2; x6 >= 2; x7 >= 2; x8 >= 2; x9 >= 2; x10 >= 2; x11 >= 2; x12 >= 2; x13 >= 2; x14 >= 2; x15 >= 2; x16 >= 2; x17 >= 2

De forma geral obtivemos a seguinte função objetivo e as seguintes restrições para a primeira análise:

$$Max\ (L) = \sum_{ij}^{17} CjXi \qquad \forall j\ e\ \forall i\ \ sendo\ j = i\ simultaneamente.$$

$s.a$:

$\sum Xi\ \geq 10\ \forall\ i \in A = \{1, 2, 3, 4\}.$

$\sum Xi\ \geq 12\ \forall\ i \in B = \{5, 6\ , 7\}.$

$\sum Xi\ \geq 8\ \forall\ i \in C = \{8, 9, 10, 11, 12\}.$

$\sum Xi\ \geq 15\ \forall\ i \in D = \{13, 14\}.$

$\sum Xi\ \geq 10\ \forall\ i \in E = \{1, 6, 7, 12, 14, 17\}.$

$\sum Xi\ \leq 30\ \forall\ i \in E = \{1, 6, 7, 12, 14, 17\}.$

$\sum Xi\ \geq 8\ \forall\ i \in F = \{2, 3, 5, 8, 9, 13\}.$

$\sum Xi\ \leq\ 22\ \forall\ i \in F = \{2, 3, 5, 8, 9, 13\}.$

$\sum Xi\ \geq 6\ \forall\ i \in G = \{4, 10, 11, 15, 16\}.$

$\sum Xi\ \leq 15\ \forall\ i \in G = \{4, 10, 11, 15, 16\}.$

Para o segundo caso além das restrições acima também estará presente a seguinte:

$\sum Xi\ \geq 2\ \ \forall\ i.$

Além dessas restrições, todas as variáveis apresentam a restrição de pertencer ao conjunto dos números inteiros positivos, já que os pacotes de rações são unitários e não podem admitir a forma fracionada.

4 Resultados e Discussão

Após a revisão bibliográfica, coleta de dados e modelagem para Programação Linear, os dados foram tratados e executados no suplemento Solver do Microsoft Excel. Desta forma, teremos os resultados dos dois casos para posterior análise e tomada de decisões.

Caso 1 (sem restrição mínima por marca)

Figura 3: Resultados para o primeiro caso

Célula do Objetivo (Máx.)

Célula	Nome	Valor Original	Valor Final
C1	Margem total [$]	1287	1287

Células Variáveis

Célula	Nome	Valor Original	Valor Final	Número Inteiro
C5	Unidades a serem compradas Ração x1	10	10	Conting.
D5	Unidades a serem compradas Ração x2	0	0	Conting.
E5	Unidades a serem compradas Ração x3	0	0	Conting.
F5	Unidades a serem compradas Ração x4	0	0	Conting.
G5	Unidades a serem compradas Ração x5	12	12	Conting.
H5	Unidades a serem compradas Ração x6	0	0	Conting.
I5	Unidades a serem compradas Ração x7	0	0	Conting.
J5	Unidades a serem compradas Ração x8	0	0	Conting.
K5	Unidades a serem compradas Ração x9	10	10	Conting.
L5	Unidades a serem compradas Ração x10	0	0	Conting.
M5	Unidades a serem compradas Ração x11	0	0	Conting.
N5	Unidades a serem compradas Raçãox12	0	0	Conting.
O5	Unidades a serem compradas Ração x13	0	0	Conting.
P5	Unidades a serem compradas Ração x14	15	15	Conting.
Q5	Unidades a serem compradas Ração x15	0	0	Conting.
R5	Unidades a serem compradas Ração x16	15	15	Conting.
S5	Unidades a serem compradas Ração x17	5	5	Conting.

Fonte: O autor (2020)

Podemos conferir na tabela 5 todas as quantidades indicadas de cada ração pelo Solver para serem compradas, de acordo com os parâmetros estabelecidos anteriormente. A margem total alcançou 1287 reais ao passo que as variáveis básicas do problema (diferentes de zero) foram 6: x1, x5, x9, x14, x16 e x17. As demais foram consideradas variáveis não básicas pelo Simplex do Solver, desta forma, faremos adiante uma análise mais aprofundada acerca destas e das restrições tendo como ferramenta alguns fundamentos da Análise de Sensibilidade.

Figura 4: Relatório de Sensibilidade 1

Microsoft Excel 16.0 Relatório de Sensibilidade
Planilha: [Novas planilhas 2507.xlsx]Planilha2
Relatório Criado: 26/07/2020 19:46:05

Células Variáveis

Célula	Nome	Final Valor	Reduzido Custo	Objetivo Coeficiente	Permitido Aumentar	Permitido Reduzir
C5	Unidades a serem compradas Ração x1	10	0	12	7	0
D5	Unidades a serem compradas Ração x2	0	-4	11	4	1E+30
E5	Unidades a serem compradas Ração x3	0	0	15	0	1E+30
F5	Unidades a serem compradas Ração x4	0	-5	20	5	1E+30
G5	Unidades a serem compradas Ração x5	12	0	16	6	6
H5	Unidades a serem compradas Ração x6	0	-6	7	6	1E+30
I5	Unidades a serem compradas Ração x7	0	-8	5	8	1E+30
J5	Unidades a serem compradas Ração x8	0	-5	17	5	1E+30
K5	Unidades a serem compradas Ração x9	10	0	22	6	0
L5	Unidades a serem compradas Ração x10	0	-10	22	10	1E+30
M5	Unidades a serem compradas Ração x11	0	-2	30	2	1E+30
N5	Unidades a serem compradas Raçãox12	0	-10	9	10	1E+30
O5	Unidades a serem compradas Ração x13	0	-5	10	5	1E+30
P5	Unidades a serem compradas Ração x14	15	0	12	7	5
Q5	Unidades a serem compradas Ração x15	0	-17	15	17	1E+30
R5	Unidades a serem compradas Ração x16	15	0	32	1E+30	2
S5	Unidades a serem compradas Ração x17	5	0	19	0	6

Fonte: O autor (2020)

Podemos verificar quais coeficientes de Custo reduzido que as variáveis não básicas possuem para que se tornem variáveis básicas. De forma mais clara, vemos as quantidades que as margens de contribuição de cada variável básica, devem aumentar para que ela se torne básica. Um exemplo disto e possivelmente viável para a organização em questão, seria aumentar em 2 reais a margem de contribuição da ração x11 para que fosse viável para a organização a compra desta, respeitando os demais parâmetros estabelecidos previamente. De forma semelhante, pode ser feito com as demais variáveis e analisar suas margens de contribuição, se vale a pena ou não, fazer esta mudança. Analogamente como fizemos com a ração x11 que é uma candidata a se tornar viável após a análise dos dados pela administração da organização, a ração x15 poderia até mesmo não entrar em cogitação de compra num futuro próximo, pois falta um incremento de 17 reais na margem de contribuição desta marca e considerando que a atual margem é de 15 reais, a ração teria um aumento de 113% na sua margem de contribuição para que se torne viável sua compra, algo praticamente insustentável e que comprometeria a competitividade da organização. A próxima análise será feita acerca das restrições.

Podemos realizar também, uma análise acerca dos parâmetros de Aumento permitido e Redução permitida. Uma boa variável que podemos tomar como base para uma análise mais genérica seria a x5. A variável x5 possui um coeficiente (margem de contribuição) na função objetivo de 16 reais, mas possui um intervalo de 6 reais para mais e 6 para menos em que esta margem pode ser trabalhada sem que altere a solução básica, isto é, sem que altere os valores das variáveis após a aplicação do Simplex. Este intervalo é uma importante ferramenta de análise para os gestores saberem em quais parâmetros podem atuar e o quanto estes podem ser modificados.

Figura 5: Continuação do Relatório de Sensibilidade 1

Restrições

Célula	Nome	Final Valor	Sombra Preço	Restrição Lateral R.H.	Permitido Aumentar	Permitido Reduzir
T12	Fornecedor A LHS	10	-7	10	5	10
T13	Fornecedor B LHS	12	-6	12	2	12
T14	Fornecedor C LHS	10	0	8	2	1E+30
T15	Fornecedor D LHS	15	-7	15	5	15
T16	Fornecedor E LHS	20	0	15	5	1E+30
T17	Min Combate LHS	30	0	10	20	1E+30
T18	Max Combate LHS	30	19	30	1E+30	5
T19	Min Premium LHS	22	0	8	14	1E+30
T20	Max Premium LHS	22	22	22	1E+30	2
T21	Min Sup. Premium LHS	15	0	6	9	1E+30
T22	Max Sup. Premium LHS	15	32	15	1E+30	5

Fonte: O autor (2020)

Na Análise de sensibilidade podemos também verificar algumas consequências acerca das restrições e seus respectivos coeficientes. O indicativo de Preço sombra é uma das representações e análises que podem ser feitas após a solução ótima. Devemos atentar que o Preço sombra é uma consequência de uma restrição ativa, isto é, uma restrição que atingiu o seu valor máximo, ou mínimo, dependendo do tipo de restrição que se trata. As restrições inativas não possuem valores de preço sombra pois não limitam a maximização do problema e neste caso, admitem folgas. Um exemplo disto e que pode ser estendido para as demais restrições, é a restrição Max Combate que possui preço sombra de 19 e coeficiente de restrição 30. Isto indica que ela atingiu o máximo do coeficiente da restrição que na modelagem do problema. significou o número máximo de previsão das rações de combate. De forma prática, este Preço sombra significa que se aumentarmos esta restrição para 31, aumentaríamos em 19 reais a maximização da função objetivo. Isto pode parecer bem convidativo a princípio, mas devemos analisar a situação na prática que pode ocorrer uma sobra de estoques devido a compra de ração maior que a demanda analisada, incorrendo em diversos custos e desperdícios que poderiam ser evitados.

Os parâmetros de acréscimo permitido e decréscimo permitido também estão presentes na análise das restrições. Podemos utilizar como exemplo os dados da restrição do Fornecedor D e replicar a mesma lógica para os demais. Os limites do Fornecedor D estão em 5 que podem ser acrescidos e 15 que podem ser decrescidos sem que a solução básica (valores das variáveis) se altere.

Caso 2 (com restrição mínima por marca)

Figura 7: Resultados para o segundo caso

Célula do Objetivo (Máx.)

Célula	Nome	Valor Original	Valor Final
C1	Margem total [$]	1287	1143

Células Variáveis

Célula	Nome	Valor Original	Valor Final	Número Inteiro
C5	Unidades a serem compradas Ração x1	10	4	Conting.
D5	Unidades a serem compradas Ração x2	0	2	Conting.
E5	Unidades a serem compradas Ração x3	0	2	Conting.
F5	Unidades a serem compradas Ração x4	0	2	Conting.
G5	Unidades a serem compradas Ração x5	12	8	Conting.
H5	Unidades a serem compradas Ração x6	0	2	Conting.
I5	Unidades a serem compradas Ração x7	0	2	Conting.
J5	Unidades a serem compradas Ração x8	0	2	Conting.
K5	Unidades a serem compradas Ração x9	10	6	Conting.
L5	Unidades a serem compradas Ração x10	0	2	Conting.
M5	Unidades a serem compradas Ração x11	0	2	Conting.
N5	Unidades a serem compradas Raçãox12	0	2	Conting.
O5	Unidades a serem compradas Ração x13	0	2	Conting.
P5	Unidades a serem compradas Ração x14	15	13	Conting.
Q5	Unidades a serem compradas Ração x15	0	2	Conting.
R5	Unidades a serem compradas Ração x16	15	7	Conting.
S5	Unidades a serem compradas Ração x17	5	7	Conting.

Fonte: O autor (2020)

Podemos observar logo na Tabela 9, uma entre as principais mudanças entre os dois casos abordados para análise: a mudança dos valores originais simulados anteriormente sem a restrição mínima para cada pacote para os valores de 2 unidades para cada tipo de ração.

Figura 8: Relatório de Sensibilidade 2

Células Variáveis

Célula	Nome	Final Valor	Reduzido Custo	Objetivo Coeficiente	Permitido Aumentar	Permitido Reduzir
C5	Unidades a serem compradas Ração x1	4	0	12	7	0
D5	Unidades a serem compradas Ração x2	2	0	11	4	1E+30
E5	Unidades a serem compradas Ração x3	2	0	15	0	1E+30
F5	Unidades a serem compradas Ração x4	2	0	20	5	1E+30
G5	Unidades a serem compradas Ração x5	8	0	16	6	6
H5	Unidades a serem compradas Ração x6	2	0	7	6	1E+30
I5	Unidades a serem compradas Ração x7	2	0	5	8	1E+30
J5	Unidades a serem compradas Ração x8	2	0	17	5	1E+30
K5	Unidades a serem compradas Ração x9	6	0	22	6	0
L5	Unidades a serem compradas Ração x10	2	0	22	10	1E+30
M5	Unidades a serem compradas Ração x11	2	0	30	2	1E+30
N5	Unidades a serem compradas Raçãox12	2	0	9	10	1E+30
O5	Unidades a serem compradas Ração x13	2	0	10	5	1E+30
P5	Unidades a serem compradas Ração x14	13	0	12	7	5
Q5	Unidades a serem compradas Ração x15	2	0	15	17	1E+30
R5	Unidades a serem compradas Ração x16	7	0	32	1E+30	2
S5	Unidades a serem compradas Ração x17	7	0	19	0	6

Fonte: O autor (2020)

A maior diferença entre os dois casos analisados, o de sem restrição mínima de compra para cada marca e com a restrição ativa de um mínimo de dois pacotes por marca, reflete na quarta coluna da Tabela 10: A ausência de Custo reduzido em todas as variáveis, isso porque as variáveis que não eram básicas anteriormente, se tornaram básicas na nova simulação, isto é, assumiram valores diferentes de zero. Nesta tabela, também estão presentes os limites de "Permitido aumentar e Permitido reduzir", cujas análises podemos focalizar em quatro marcas de rações: x1, x3, x9 e x17, cujos coeficientes da função objetivo são respectivamente: 12, 15, 22, e 19. Podemos verificar que as rações x3 e x17 estão nos limites da permissão de aumento para suas margens contribuição, isto é, se os valores de 15 reais e 19 reais forem aumentados, a solução básica irá mudar e consequentemente os valores assumidos pelas variáveis. De forma análoga, mas para o limite inferior temos as rações x1 e x9, que possuem coeficientes objetivo de 12 reais e 22 reais respectivamente. Ambos não podem assumir valores menores do que estes pois a solução básica do problema irá ser modificada.

Figura 9: Continuação do Relatório de Sensibilidade 2

Restrições

Célula	Nome	Final Valor	Sombra Preço	Restrição Lateral R.H.	Permitido Aumentar	Permitido Reduzir
T12	Fornecedor A LHS	10	-7	10	1	2
T13	Fornecedor B LHS	12	-6	12	4	6
T14	Fornecedor C LHS	14	0	8	6	1E+30
T15	Fornecedor D LHS	15	-7	15	1	11
T16	Fornecedor E LHS	16	0	15	1	1E+30
T17	Min Combate LHS	30	0	10	20	1E+30
T18	Max Combate LHS	30	19	30	1E+30	1
T19	Min Premium LHS	22	0	8	14	1E+30
T20	Max Premium LHS	22	22	22	1E+30	4
T21	Min Sup. Premium LHS	15	0	6	9	1E+30
T22	Max Sup. Premium LHS	15	32	15	1E+30	1
T23	Min unitária x1 LHS	4	0	2	2	1E+30
T24	Min unitária x2 LHS	2	-4	2	2	1
T25	Min unitária x3 LHS	2	0	2	2	1
T26	Min unitária x4 LHS	2	-5	2	2	2
T27	Min unitária x5 LHS	8	0	2	6	1E+30
T28	Min unitária x6 LHS	2	-6	2	1	2
T29	Min unitária x7 LHS	2	-8	2	1	2
T30	Min unitária x8 LHS	2	-5	2	4	2
T31	Min unitária x9 LHS	6	0	2	4	1E+30
T32	Min unitária x10 LHS	2	-10	2	1	2
T33	Min unitária x11 LHS	2	-2	2	1	2
T34	Min unitária x12 LHS	2	-10	2	1	2
T35	Min unitária x13 LHS	2	-5	2	4	1
T36	Min unitária x14 LHS	13	0	2	11	1E+30
T37	Min unitária x15 LHS	2	-17	2	5	2
T38	Min unitária x16 LHS	7	0	2	5	1E+30
T39	Min unitária x17 LHS	7	0	2	5	1E+30

Fonte: O autor (2020)

Podemos verificar primariamente o aumento de restrições para o problema (27 restrições ao todo), aumento provocado justamente pela adição de número mínimo de compra para cada ração. De forma semelhante ao caso anterior, temos Preços sombra positivos e negativos para o conjunto de restrições estudado, isto é, algumas restrições diminuem o valor da função objetivo se aumentadas e outras aumentam o valor da mesma, isto acontece por conta das diferenças entre os sinais admitidos pelas restrições (de maior e igual ou menor e igual). Podemos observar que para a maioria das restrições tivemos intervalos pequenos que é permitido o aumento ou decréscimo dos coeficientes do lado direito de cada restrição.

5. Discussões

Conforme os resultados, podemos observar que as abordagens entre ponderar quantidades mínimas para os pacotes de ração impactam nas restrições, nas quantidades e consequentemente no lucro obtido.

No primeiro caso não tivemos ponderação de quantidades mínimas, desta forma, o Simplex do Solver indicou que onze (11) marcas de ração foram consideradas não básicas para o problema, pois eram menos lucrativas que as demais devidas as condições de margem de contribuição e restrições estipuladas.

No segundo caso como foi de se esperar, todas as variáveis foram consideradas básicas uma vez que foi estipulado para cada marca um valor mínimo estabelecido. Embora se garanta uma qualidade maior devida á menor possibilidade da falta de mercadoria, o lucro máximo obtido foi menor. Para o primeiro caso, resultamos numa margem de contribuição total de 1287 reais, 144 reais a mais que o segundo caso (com as restrições ativas) de 1143 reais. Este *trade off* pode levantar algumas questões gerenciais para a organização, uma vez que novos limites de demanda podem ser estipulados, bem como margens de contribuição unitárias. Observar os limites das restrições e Preços sombra, bem como custos reduzidos de cada uma das variáveis não básicas do primeiro caso, também podem contribuir para a melhoria do modelo e das perspectivas acerca do negócio.

5.1 Considerações Finais:

Apesar da análise dos dois casos termos uma resposta quantitativa de qual deles é mais lucrativo, devemos tomar consciência de que no caso menos lucrativo tivemos uma ponderação e um fator de segurança como margem para o trabalho e um cuidado em deixar pelo menos duas rações em estoque para cada marca.

Há a aleatoriedade de demanda por conta dos clientes e não temos como garantir precisamente o intervalo de confiança para a demanda para cada tipo de ração. Se adotarmos o primeiro caso como estratégia, poderemos perder clientes ao negligenciar algumas demandas por um determinado tipo de ração que foi dado como variável não básica no primeiro modelo e assim, diminuir a qualidade do serviço e o impacto de venda dos demais produtos.

Um caminho a ser seguido é a negociação com os fornecedores para determinar novos pedidos mínimos na compra destas rações e assim poder refazer os cálculos para além de maximizar o lucro, atender mais clientes.

Há também a possibilidade em determinar novos mixes de produtos ou escolher alguma alternativa entre as duas possibilidades de tomada de decisão. A PL nos dá a flexibilidade de escolher novas possibilidades e trabalhar com as restrições, assim, podemos adaptar nosso caso a programação e vice versa.

Este modelo de Programação Linear é determinístico, ou seja, com os dados informados ele sempre irá fornecer o mesmo resultado, mas o modelo pode facilmente ser adaptado com novas informações e parâmetros para aumentar a sua confiabilidade. Além disto, outras organizações podem fazer do seu uso com as devidas modificações.

Referências

ARENALES, M.; ARMENTANO, V.; MORABITO, R.; YANASSE, H. **Pesquisa Operacional para cursos de Engenharia**. 2 ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2015.

CARVALHO, J. M. S. **Programação Linear: Algoritmos simplex primal, dual, transporte e afetação.** Vida Econômica Editorial, 2014.

COLIN, Emerson C. **Pesquisa Operacional: 170 aplicações em Estratégia, Finanças, Logística, Produção, Marketing e Vendas.** 2 ed. São Paulo: Atlas, 2018.

GIL, Antonio Carlos. **Como Elaborar Projetos de Pesquisa.** 6.ed. São Paulo: Atlas, 2017.

GODOY, Arilda Schmidt. **Pesquisa qualitativa: tipos fundamentais**. Revista de Administração de Empresa, São Paulo, vol. 35, n. 3, p. 20-29, mai./jun. 1995.

GOLDBARG, M. C; LUNA, H. P. L. **Otimização Combinatória e Meta-Heurísticas**. Elsevier. Rio de Janeiro, 2015.

HILLIER, F. S.; LIEBERMAN, G. J**. Introdução à Pesquisa Operacional.** 9ª Ed., Rio de Janeiro – RJ, Editora McGrawHill, 2013.

LACHTERMACHER, Gerson. **Pesquisa Operacional Na Tomada De Decisões**, 5ª edição; editora Campus; São Paulo/SP; p.26 – 261; 2017.

PASSOS, Eduardo José Pereira Franco dos. **Programação linear como instrumento da pesquisa operacional**. São Paulo: Atlas, 2008.

PEREIRA, Wilson Inácio. **Pesquisa Operacional: ferramenta para a competitividade.** Instituto Mauá de tecnologia, 2009.

RAGSDALE, Cliff T. **Modelagem de planilha e análise de decisão: Uma introdução prática a business analytics.** 7ª ed. São Paulo: Cengage Learning, 2018.

SEVERINO, Antônio Joaquim. **Metodologia do trabalho científico**. 24 ed. São Paulo: Cortez, 2018.