



# ConBRepro

X CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO



EVENTO  
ON-LINE

02 a 04  
de dezembro 2020

## MODELAGEM DE COINTEGRAÇÃO EM ATIVOS FINANCEIROS

OSMAR DOMINGUES (UFABC)– osmar.domingues@ufabc.edu.br  
GUILHERME LAMOUNIER MASCHIETTO ALMEIDA (UFABC)- lamounier.m.almeida@gmail.com

### Resumo:

Este trabalho apresenta a metodologia de cointegração como alternativa para a modelagem quantitativa de relações de longo prazo em ativos financeiros. A partir de procedimentos estatísticos, foram explorados testes para identificação de ativos cointegrados no mercado de ações brasileiro, representado pelo Índice Ibovespa. Através dos parâmetros identificados, os preços dos ativos foram monitorados para a avaliação de distorções que proporcionaram oportunidades de aplicação de arbitragem estatística, o que se mostrou uma forma de teste da hipótese da eficiência de mercado. Os resultados indicaram a presença de ativos cointegrados no mercado analisado, e mostraram que a metodologia pode ser utilizada para a neutralização de riscos implícitos nos retornos destes ativos

**Palavras-chaves:** Cointegração, Arbitragem Estatística, Eficiência de Mercado, *Hedge*, Mercado de Ações.

## COINTEGRATION MODELING IN FINANCIAL ASSETS

### Abstract:

The present work presents the cointegration methodology as an alternative for the quantitative modeling of long-time relations between financial assets. From statistical procedures, tests were explored for the identification of cointegrated assets in the Brazilian stock market, represented by the Ibovespa Index. Through the identified parameters, the asset prices were monitored for evaluation of distortions that provided statistical arbitrage opportunities, which can be considered a test of the Efficient Market Hypothesis. The results indicated the presence of cointegrated assets in the analyzed market and suggest that the methodology can be used to neutralize implicit risks in the returns of these assets.

**Keywords:** Cointegration, Statistical Arbitrage, Market Efficiency, Hedge, Stock Market.

### 1. Introdução

Conforme Aiube (2013), diversas abordagens ou métodos quantitativos podem ser empreendidos para representação e avaliação dos preços de ativos financeiros em

ambiente de risco. O valor de um ativo é sensibilizado por diferentes fatores de risco, o que é relevante na medida em que é possível contemplar métodos para neutralização dessa exposição à riscos em um portfólio. No entanto, identificar os ativos e o balanceamento ideal das proporções econômicas da composição da carteira que apresente imunização à determinados riscos é um desafio, especialmente quando ocorrem distorções nos mercados, tornando as correlações dos ativos não estáticas ao longo do tempo, nesse sentido, a aplicação da cointegração pode contribuir para identificar e quantificar as relações de longo prazo entre ativos (BURGESS, 1999). Desta forma, este estudo pretende responder ao seguinte problema de pesquisa: **A cointegração é uma ferramenta adequada para auxiliar a tomada de decisão em condições de exposição ao risco e para estruturar operações financeiras de arbitragem?**

## 2. Justificativa

A adoção de políticas de *hedge* no ambiente corporativo reflete em ganho de valor para os *Stakeholders*, conforme Campello *et al* (2010), na medida em que é utilizada como política de gerenciamento e mitigação de riscos na atividade corporativa.

A abordagem convencional para as aplicações de *hedge* envolve a identificação explícita dos fatores de risco, e de suas sensibilidades ao *portfólio* ou ativo a ser neutralizado, para que possam ser estruturadas operações com outros ativos que sejam compatíveis e sensíveis aos riscos correspondentes. Esta identificação deve ser proveniente da caracterização e descrição do ativo, tal como o valor de um índice de ações depende do valor ponderado das companhias que o compõe. Quando isso não é possível, a cointegração provê um método alternativo para neutralizar as fontes de risco (BURGESS, 2003), pois permite testar a aderência implícita de instrumentos de *hedges* aos fatores de risco de maneira agregada, por meio das relações de equilíbrio de longo prazo no comportamento das séries temporais.

## 3. Objetivos

O trabalho tem como objetivo: Testar relações de cointegração dos ativos com maior liquidez entre as empresas que compõe o mercado de ações brasileiro; testar aplicações de arbitragens estatísticas estruturadas a partir da metodologia de cointegração; testar a eficácia histórica da metodologia de cointegração para aplicações de *Hedge* de portfólios.

## 4. Revisão Teórica

Os desafios associados à modelagem de séries financeiras passam pela necessidade de extrair informações relevantes de séries com comportamentos dinâmicos e a necessidade de tornar mais robusta a estimação de parâmetros para os processos de tomada de decisão (FABOZZI; FOCARDI; KOLM, 2006).

### 4.1 Cointegração

De acordo com Burgess (2003, p. 42), a utilização da cointegração pode ser vista como uma forma de extensão dos modelos de fatores para aplicações de *hedge*, onde os fatores subjacentes de risco de um portfólio ou ativo são medidos por meio dos seus efeitos diretos nos preços dos ativos.

Segundo Molero e Mello (2018), quando há cointegração, existe um tipo de relação de equilíbrio de longo prazo (*long-run*) que une as variáveis observadas. Neste sentido, conforme Enders (2004, p. 328), a trajetória das variáveis cointegradas é influenciada por quaisquer desvios extensos do equilíbrio de longo prazo. Este processo de retorno ao equilíbrio de longo prazo pode ser descrito como correção de erro de *Engle*, definido como processo Ohrnstein-Uhlenbeck de reversão à média, que pode ser demonstrado a partir de um modelo autorregressivo de ordem 1 AR(1) (MOLERO; MELLO, 2018, p. 174).

No caso de variáveis cointegradas, o componente estocástico é estacionário, representando assim uma relação de longo prazo. Conforme demonstrado por Parreiras (2007), uma série temporal pode ser dita covariância-estacionária, estacionária de segunda ordem ou estacionária de forma fraca se a esperança, a variância e autocovariância são as mesmas a cada instante. Por sua vez, conforme descreve Bueno (2011, p. 19), uma forma mais forte de estacionariedade, dita “estritamente estacionária”, implica que não só as autocovariâncias como toda a distribuição conjunta não se alterará por translação temporal.

Segundo Parreiras (2007), as séries financeiras dos preços dos ativos usualmente não são estacionárias, na medida em que apresentam tendência. Todavia, é possível dizer que as séries dos preços são usualmente integradas de ordem 1 (denominados  $I(1)$ ). Conforme Bueno (2011), uma série temporal é integrada de ordem  $n$ , denotada  $I(n)$ , se sua componente estocástica for não estacionária, mas se tornar estacionária após ser diferenciada pelo menos  $n$  vezes.

Um processo estacionário não deve se distanciar demasiadamente da média, considerando sua variância finita, e que a velocidade da reversão à sua média é determinada pela autocovariância, em módulo e, quanto menor for a autocovariância mais rápida será a convergência e vice-versa. Nessa situação empregam-se os chamados testes de raiz unitária (PARREIRAS, 2007).

Um mecanismo presente nas séries cointegradas é a chamada “causalidade de Granger”, um conceito que diz respeito a como mudanças em uma série podem preceder mudanças em outra série com quem há relação de cointegração, configurando *leads* e *lags* entre as séries. A partir dos desequilíbrios da relação de longo prazo dos resíduos entre as séries cointegradas, é constituído um mecanismo de *feedback* entre as séries em um tipo de modelo chamado de modelo de correção de erros (ECM) (PARREIRAS, 2007).

Para verificar a relação de cointegração e equilíbrios de longo prazo entre variáveis, foram encontradas duas metodologias na literatura: a metodologia de Engle e Granger (1987) e a metodologia de Johansen (1988). O teste de cointegração de Engle e Granger (1987) é indicado para a análise entre duas variáveis, feito sobre uma única equação. A metodologia de Johansen, conforme Parreiras (2007), baseia-se em autovalores de uma matriz estocástica, e consiste em encontrar a combinação linear mais estacionária entre as variáveis testadas, enquanto o teste de Engle e Granger busca a combinação linear que minimiza a variância.

## 4.2 Arbitragem Estatística

Com a aplicação da metodologia de cointegração, combinações de preços construídas de forma apropriada podem ser eficientemente *hedgedas* contra fatores de risco do mercado. Neste sentido, essas combinações são potencialmente passíveis de arbitragens estatísticas, na medida que representam oportunidades de explorar componentes previsíveis na dinâmica de preços, que por sua vez, se comportarão de maneira estatisticamente independente de mudanças no mercado ou em outras fontes de risco de mercado como um todo (BURGESS, 2003).

Em relação ao potencial econômico da exploração de componentes previsíveis das combinações dos ativos, conforme Caldeira (2013), a estratégia de arbitragem estatística contempla a identificação de relações de equilíbrio entre ativos, explorando distorções dessas condições.

A definição de arbitragem estatística é ampla e pode apresentar características específicas, mas há uma convergência sobre a utilização de modelagem matemática e estatística na identificação de componentes preditivos que possibilitem geração de valor econômico significativo.

De acordo com a hipótese de mercado eficiente (HME) descrita por Fama *et al* (1970, apud CARVALHO *et al*, 2016), os preços dos ativos financeiros refletem todas as informações disponíveis e a existência de distorções seriam rapidamente corrigidas pelo mercado. Neste sentido, a aplicação de Arbitragem Estatística não resultaria em ganhos econômicos. Em contrapartida, Shiller (2003, apud ZORTÉA *et al*, 2014) explora como, além de uma estrita causalidade entre informações publicadas e o processo de ajuste de preços, os retornos dos ativos podem ter outras relações, como as provenientes do comportamento do investidor exploradas pelo campo da economia comportamental.

## 5. Metodologia

Para a elaboração deste trabalho, a metodologia escolhida foi a proposta por Engle e Granger, pois de acordo com Bueno (2011), o coeficiente estimado por mínimos quadrados no teste de Engle e Granger será super-consistente na presença de cointegração, em decorrência das variáveis serem integradas, uma vez que o efeito de não estacionariedade se sobrepõe ao de estacionariedade mesmo com autocorrelação de resíduos.

Conforme descrito por Bueno (2011), o teste de cointegração de Engle e Granger consiste em estimar a relação de longo prazo entre as variáveis através do procedimento dos mínimos quadrados ordinários. Se houver relação de cointegração, os resíduos encontrados nos mínimos quadrados serão estacionários. Assim, o teste de Engle e Granger tem como objetivo fazer o teste de raiz unitária nos resíduos, e a existência de cointegração será confirmada com a rejeição da hipótese nula de raiz unitária nos resíduos.

Segundo a metodologia proposta por Engle e Granger (BUENO, 2011, p.246), o teste de cointegração decorre das seguintes etapas:

- 1) Executar testes de raiz unitária nas variáveis analisadas, para certificar se as séries são integradas de primeira ordem  $I(1)$ . Nesta etapa, aplica-se o teste de Dikey Fuller aumentado (ADF) com a hipótese nula de não estacionariedade nas séries temporais a serem usadas;
- 2) Executar a regressão por mínimos quadrados nas séries, estimando a relação de longo prazo e obtendo os resíduos  $\hat{u}_t$ ;
- 3) Executar o teste de raiz unitária nos resíduos  $\hat{u}_t$  estimados nas séries temporais, utilizando o procedimento de Dickey Fuller aumentado (ADF) – teste de raiz unitária. Rejeitando-se a hipótese nula de não estacionariedade nos resíduos, podemos dizer que as séries são cointegradas.

Para testar se a série apresenta estacionariedade, estima-se o modelo de regressão e aplica-se o teste-t sobre  $\phi$ , tendo como hipótese nula  $H_0: \phi = 1$ . No entanto, de acordo com Kennedy (2003, apud PARREIRAS, 2007) o resultado pode ser viesado em caso de não estacionariedade. Como alternativa, pode-se alterar o teste com a subtração da primeira diferença da equação:

$$\Delta y_t = (\phi - 1)y_{t-1} + \varepsilon_t = \alpha y_{t-1} + \varepsilon_t$$

Equação 01 - Modelo teste DF - Fonte: Bueno (2011, p. 117)

Portanto, a hipótese nula  $H_0: \phi = 1$  se torna equivalente a  $H_0: \alpha = 0$ . Assim, se faz a regressão de  $\Delta y_t$  em função de  $y_{t-1}$  para testar se o coeficiente do termo defasado  $y_{t-1}$  é significativamente diferente de zero. No entanto, Dickey e Fuller (1979) constataram que o teste-t seria viesado para este modelo, na medida em que, sob a hipótese nula, a distribuição do teste não é igual à distribuição da estatística t, pois  $\sqrt{y_t}$  não é estacionário. Dessa forma, os valores críticos adequados podem ser encontrados analiticamente e por meio de experimentos de Monte-Carlo (BUENO, 2011), conforme demonstrado por Dickey e Fuller (1979).

O teste de Dickey Fuller aumentado (*ADF*) refina o tratamento do teste *DF*, na medida em que leva em consideração o erro como um processo estacionário qualquer, enquanto o teste original trata o erro como um ruído branco (BUENO, 2011).

Neste caso, considerou-se  $\Delta y_t$  um processo autoregressivo de ordem  $p$ , com raiz unitária:

$$y_t = \mu + \phi_1 y_{t-1} + \dots + \phi_{p-1} y_{t-p+1} + \phi_p y_{t-p} + \varepsilon_t$$

Equação 02 - Modelo teste ADF - Fonte: Bueno (2011, p. 119)

Feita a correção do modelo, mantendo as demais variáveis defasadas, foram efetuados testes de raízes unitárias não só nas séries temporais individuais, como também nos resíduos da regressão linear entre as séries.

Para a metodologia de Engle e Granger foi utilizada a regressão linear simples entre as séries temporais, com os parâmetros definidos pelo Método dos Mínimos Quadrados.

Para o processamento dos testes de cointegração e regressão, foi utilizado o pacote estatístico Gretl - *GNU Regression, Econometrics and Time-series Library*, que é um *software* econométrico livre e multiplataforma, desenvolvido pelo projeto GNU do Massachusetts Institute of Technology, sendo publicado pela Free Software Foundation (ANDRADE, 2013).

Os dados utilizados foram extraídos da Plataforma Bloomberg, usando o *plugin* de extração de dados para o Microsoft Excel, e correspondem aos preços históricos diários, ajustados à proventos e dividendos (para preservar o valor econômico dos preços dos ativos), das ações que fazem parte da última composição disponível do Índice Ibovespa, quando foram selecionadas as 55 companhias do índice com listagem pública na bolsa de valores a partir do ano de 2011.

Com relação à janela temporal, deste trabalho, os dados foram segmentados em três diferentes períodos para estimação de parâmetros e para comparar a condição de cointegração nas janelas diárias observadas:

- a) A janela mais longa, de sete anos, entre janeiro de 2012 e dezembro de 2018 (1.757 dias de negócios observados);
- b) A janela intermediária, de quatro anos, entre janeiro de 2015 e dezembro de 2018 (1.000 dias de negócios observados);
- c) A janela curta, de 2 anos, entre janeiro de 2017 e dezembro de 2018 (499 dias de negócios observados).

Para estruturação da operação de arbitragem estatística, foram utilizados os pares identificados como cointegrados na janela de curto prazo. No caso de pares diferentes cointegrados com os mesmos ativos, isto é, ativos cointegrados na ponta dependente e independente da regressão por mínimos quadrados, foram utilizados os parâmetros de calibração encontrados que produziram menor *p-valor*, ou seja, maior confiança estatística na relação de cointegração entre as variáveis. Valendo-se dos parâmetros encontrados nos mínimos quadrados ordinários, foram monitorados ao longo do primeiro semestre de 2019 os resíduos das combinações lineares entre os preços dos pares, denominados por *spread*, em alusão à diferença entre o preço estimado e o preço observado, que foi por sua vez considerado um ativo sintético, objeto da operação de arbitragem:

$$Spread = (Y_i - \hat{Y}) = [Y_i - (bX_i + \alpha)]$$

Equação 03 – *Spread* - Fonte: Adaptado de Caldeira (2013, p. 533)

Onde:  $Spread$  = Ativo sintético;  $Y_i$  = Preço observado de um ativo;  $X_i$  = Preço observado de um ativo cointegrado;  $\hat{Y}$  = Preço estimado do ativo;  $b$  = Estimador  $\beta$  ou coeficiente angular obtido por mínimos quadrados;  $\alpha$  = Estimador  $\alpha$  ou intercepto obtido por mínimos quadrados.

Para avaliar o grau das distorções nas relações de equilíbrio de longo prazo entre os *spreads* de diferentes pares, foi feita a normalização dos resíduos com a aplicação de *Z-Scores* (escores padronizados), conforme sugerido por Burgess (1999), Do, Faff e Hamza (2006), Avellaneda e Lee (2008), Gonçalves (2011), entre outros.

Se o *spread* estivesse distante de sua média histórica, pode-se entender que há uma distorção da relação de equilíbrio entre os ativos: um estará sobrevalorizado e outro subvalorizado. A operação de arbitragem estatística consistirá em comprar o ativo subvalorizado e efetuar uma venda do ativo sobrevalorizado.

No mercado de derivativos financeiros não há necessidade de posse de um ativo para que seja feita uma posição vendida (MOLERO; MELLO, 2018), entretanto, no mercado de ações há a necessidade de contratar o chamado aluguel de ações, que envolve custos para o contratante.

Foram excluídos da análise os custos de negociação para implementação da estratégia, sendo avaliada a assertividade cumulativa da estratégia de arbitragem ao longo do tempo e o resultado econômico bruto do período. Para os preços de negociação, foram utilizados o preço do leilão de fechamento do pregão diário.

Para o processamento do modelo de arbitragem estatística, foi utilizado o *software* Rstudio, com licença livre para a linguagem R, também publicado pela *Free Software Foundation*, atualizado nos testes de cointegração.

Para o modelo de arbitragem estatística, foram monitorados os *spreads* normalizados ao longo do primeiro semestre de 2019. Quando observado um distanciamento significativo do *spread* em relação à sua média histórica (*Z-Score* de entrada), foi iniciada uma operação econômica que se beneficia da convergência entre os preços dos ativos. A convergência do *spread* para níveis mais próximos da sua média histórica encerrou a arbitragem com um resultado econômico positivo, enquanto a operação onde o *spread* se distanciou apresentou resultado econômico negativo.

Os critérios de entrada e saída das operações de *Hedges* foram definidos como uma distância do *spread* em relação à média medida em termos de desvios-padrão, isto é, o *Z-Score*. A partir da programação do modelo, foram analisadas as sensibilidades dos *Z-Scores* para início e liquidação das operações no modelo agregado com todos os *spreads*, para verificar as melhores relações de retornos ajustados ao risco.

Para a abertura de uma alocação no *spread*, em caso da identificação de uma oportunidade, o balanceamento entre a quantidade de ações compradas e vendidas foi feito pelo parâmetro *beta* da regressão entre os ativos, com o objetivo de produzir uma posição no portfólio equivalente ao ativo sintético. A operação não foi totalmente neutra, mas refletiu a relação dos parâmetros encontrados na regressão.

Para composição do portfólio de ativos sintéticos, foram simuladas aplicações com tamanhos equivalentes em cada *spread*, e então o desempenho relativo da carteira foi avaliado de modo agregado. Para avaliação dos retornos ajustados ao risco, foi feita a análise a partir do Índice proposto por Sharpe (1970), que avaliou quanto foi agregado de retorno pelo portfólio em relação ao risco decorrido.

Para verificar a eficácia da metodologia na escolha de *Hedges*, para neutralizar a sensibilidade dos retornos dos portfólios frente à média do mercado, foi analisado o coeficiente de correlação de Pearson, que é uma medida de associação que independe das unidades de medidas das variáveis (MARTINS; DOMINGUES, 2019).

## 6. Análise

De acordo com a metodologia, o teste *ADF* foi efetuado para cada uma das ações selecionadas, em cada uma das janelas observadas. Após a identificação de quais ativos podem ser considerados integrados em primeira ordem  $I(1)$ , foram feitas as regressões por mínimos quadrados em todos os pares possíveis, e então feito o teste *ADF* nos resíduos obtidos. Entre os ativos integrados em primeira ordem, cada um foi testado como variável dependente e independente para a estimação da relação de longo prazo.

Tabela 1: Testes de Cointegração

Amplitude da Janela temporal	Nível de Significância	Teste ADF	Nº. Ações	Séries com Preços Integrados de 1ª ordem	Nº. de pares remanescentes de não estacionariedade
Longo Prazo (jan/12 a dez/18)	5%	Rejeição de $H_0$	55	47	2.070 pares analisados e 55 pares cointegrados rejeitados
Intermediária Jan/15 a dez/18	5%	Rejeição de $H_0$	55	52	2.652 pares analisados e 87 pares cointegrados rejeitados
Curta Jan/17 a dez/18	5%	Rejeição de $H_0$	55	51	2.550 pares analisados e 69 pares cointegrados rejeitados

Fonte: Elaboração própria a partir dos resultados da pesquisa.

Considerando todas as janelas observadas, foram identificados ao todo 175 pares cointegrados, dos quais 145 apresentaram cointegração em apenas uma das janelas, 24 apresentaram cointegração em duas janelas e 6 apresentaram cointegração em todas as janelas analisadas. Dessa forma, foi possível observar que há significativa sensibilidade estatística em função do período analisado.

Notou-se boa aderência dos estimadores baseados em ativos cointegrados às variáveis observadas; os ativos apresentaram relações de equilíbrio de longo prazo, de modo que os deslocamentos entre os preços estimados e observados, nos ativos cointegrados, convergiram ao longo do tempo.

Para a aplicação de arbitragem estatística, foram elegíveis 45 pares de ativos diferentes cointegrados na janela de curto prazo. A composição do portfólio foi igualitária entre os 45 pares (aproximadamente 2,22% do patrimônio da carteira para cada *Spread*). A janela dos testes de cointegração de curto prazo foi utilizada como período de formação dos parâmetros beta, para balanceamento das posições ao longo do primeiro semestre de 2019, assim como mensuradas as variâncias médias dos descolamentos de preços, para normalização dos *spreads* ao longo do semestre.

Foram simulados os impactos de diferentes parâmetros de entrada e saída das operações (*Z-Scores*). O *Z-Score* de entrada identifica uma distorção de preços em relação ao equilíbrio de longo prazo e a qualifica para início da arbitragem, enquanto o *Z-Score* de saída identifica o término e qualifica a convergência da distorção para a relação de longo prazo. Foi usado um único parâmetro de entrada e um de saída como referência para abertura e fechamento de alocações em todos os *spreads*. Os resultados brutos da

estratégia, agregados dos 45 pares, apresentaram geração de valor econômico com o emprego da metodologia.

Parâmetros mais agressivos de expectativa sobre a convergência do *spread* (Z-Scores de saída menores) demonstraram ser um fator para elevação de volatilidade que não foi acompanhada por melhores retornos. Conforme avaliado através do Índice Sharpe, utilizando o CDI do período como taxa livre de risco, o aumento de volatilidade proporcionado por parâmetros mais agressivos não se traduziu em aumento de retorno ajustado ao risco.

A estratégia de arbitragem estatística apresentada foi aplicada ao mercado de ações brasileiro, para ações que compõem o índice Ibovespa. Foi registrada baixa correlação de Pearson entre os retornos da aplicação de arbitragem e os retornos do índice Ibovespa. Na medida em que a estrutura da aplicação de arbitragem propõe uma neutralização de riscos implícitos compartilhados entre diferentes ativos, por meio de posições compradas e vendidas simultaneamente, essa baixa correlação parece indicar que os investimentos propostos permaneceram com *hedges* apropriados ao longo da aplicação.

Os Coeficientes de Correlação de Pearson observados nos portfólios simulados ficaram entre 0,15 e 0,36, indicando baixa correlação entre os resultados obtidos pela metodologia de arbitragem estatística e o resultado observado no mercado de ações no período, representado por uma carteira de mercado teórica que contempla as ações usadas na aplicação de arbitragem.

Figura 1 – Índice Sharpe do portfólio simulado, conforme a variação de parâmetros

		Z-Score Entrada											
		Z	0,50	0,75	1,00	1,25	1,50	1,75	2,00	2,25	2,50	2,75	3,00
Z-Score Saída	0,25	1,83	1,64	1,85	1,67	1,12	1,07	0,58	0,24	0,18	0,25	0,31	0,41
	0,50		1,79	1,88	1,90	1,27	1,05	0,60	0,23	0,15	0,22	0,29	0,41
	0,75			2,25	2,23	1,39	1,05	0,81	0,41	0,40	0,30	0,36	0,49
	1,00				2,15	1,92	1,15	1,00	0,61	0,53	0,30	0,38	0,44
	1,25					1,85	1,31	1,02	0,62	0,57	0,37	0,50	0,36
	1,50						1,08	0,96	0,72	0,71	0,51	0,78	0,67
	1,75							0,92	0,70	0,66	0,50	0,81	0,75
	2,00								1,25	0,93	0,59	0,72	0,76
	2,25									1,36	1,13	1,37	1,20
	2,50										1,73	1,86	2,03
	2,75											1,89	2,23
	3,00												2,19

Fonte: Elaboração própria a partir dos resultados da pesquisa



Figura 2 – Correlação entre o portfólio simulado e o Ibovespa, conforme a variação de parâmetros

		Z-Score Entrada											
		0,50	0,75	1,00	1,25	1,50	1,75	2,00	2,25	2,50	2,75	3,00	3,25
Z-Score Saída	0,25	0,17	0,17	0,20	0,17	0,19	0,19	0,24	0,27	0,24	0,28	0,25	0,31
	0,50		0,18	0,19	0,15	0,17	0,18	0,22	0,25	0,24	0,28	0,25	0,32
	0,75			0,17	0,15	0,19	0,20	0,25	0,25	0,25	0,28	0,25	0,32
	1,00				0,16	0,17	0,22	0,24	0,24	0,24	0,29	0,27	0,32
	1,25					0,22	0,25	0,26	0,27	0,27	0,31	0,29	0,33
	1,50						0,28	0,29	0,29	0,29	0,32	0,32	0,36
	1,75							0,30	0,30	0,30	0,33	0,32	0,36
	2,00								0,31	0,33	0,33	0,30	0,34
	2,25									0,32	0,31	0,31	0,31
	2,50										0,35	0,34	0,32
	2,75											0,35	0,28
	3,00												0,30

Fonte: Elaboração própria a partir dos resultados da pesquisa

## 7. Conclusões

Para responder ao problema de pesquisa, foram propostos três objetivos a partir da metodologia de cointegração. Com relação ao primeiro objetivo, os resultados encontrados demonstraram que há presença de ativos cointegrados no mercado de ações brasileiro no período analisado. Observou-se sensibilidade dos parâmetros em relação ao período analisado, à permanência e à estabilidade da relação de cointegração mesmo em janelas temporais diferentes em certos casos.

Em relação ao segundo objetivo, foram obtidos portfólios que geraram valor econômico agregado e curvas de acumulação de capital positivas ao longo do tempo. Neste sentido, por identificar distorções nos preços dos ativos e capturar geração de valor econômico sobre estas disfunções ao longo do tempo, os resultados da metodologia de arbitragem estatística rejeitaram a hipótese de mercados eficientes, no período analisado. No entanto, nem todos os *Spreads* convergiram durante o primeiro semestre de 2019. Ainda assim, a topologia de resultados obtidos através da variação de parâmetros parece indicar conceitualmente a validação da aplicação.

Para o terceiro objetivo, foram mapeadas as relações de longo prazo, por intermédio dos testes de cointegração e dos resultados das arbitragens estatísticas. Os pares de ativos se mostraram adequados para a mitigação e neutralização de riscos implícitos nos retornos dos ativos no período, pois foram observados ganhos econômicos no mercado acionário descorrelacionados da carteira de mercado.

A metodologia apresentou-se como eficiente forma quantitativa de mapear relações econômicas entre ativos financeiros, e demonstrou potencial de aplicação em diferentes classes de ativos.

Quanto ao problema de pesquisa, os resultados observados sugerem que a metodologia utilizada pode permitir identificar e calibrar os instrumentos apropriados para a mitigação de riscos em portfólios e que a arbitragem estatística pode ser explorada como oportunidade econômica e como forma de avaliação de valor relativo. A cointegração pode ser considerada uma ferramenta adequada para o auxílio da gestão de portfólios e de riscos econômicos no processo de tomada de decisão em condições de exposição ao risco.

## 8. Referências Bibliográficas

- AIUBE, F. A. L. **Modelos quantitativos em finanças com enfoque em commodities**. Porto Alegre: Bookman, 2013.
- ANDRADE, C. H. C. **Manual de Introdução ao Pacote Econométrico Gretl**. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2013.
- AVELLANEDA, M.; LEE, J. H. Statistical arbitrage in the US equities market. **Quantitative Finance**, v. 10, p.761-782, 2008.
- BUENO, R. L. S. **Econometria de séries temporais**, 2. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2011.
- BURGESS, A. N. **A Computational Methodology for Modelling the Dynamics of Statistical Arbitrage**. 1999. 370 p. Tese (Doutorado) - London Business School, University of London, London, 1999.
- BURGESS, A. N. Using Cointegration to Hedge and Trade International Equities. *In*: DUNIS, C. (ed.); LAWS, J. (ed.); NAIM, P. (ed.). **Applied quantitative methods for trading and investment**. Chichester: John Wiley & Sons, 2003.
- CALDEIRA, J. F. Arbitragem Estatística, Estratégia Long-Short Pairs Trading, Abordagem com Cointegração Aplicada ao Mercado de Ações Brasileiro. **Revista Economia**, v. 14, p.521-546, 2013.
- CAMPELLO, M.; LIN, C.; YUE, M.; ZOU, H. The Real and Financial Implications of Corporate Hedging. **The Journal of Finance**, v. 66, p. 1615-1647, 2011.
- CARVALHO, A.; SUEN, A. S.; GALLO, F. **Market Efficiency in Brazil: some evidence from high-frequency data**. Working Paper n. 431. Brasília: Banco Central do Brasil, 2016.
- DICKEY, D. A.; FULLER, W. A. Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root. **Econometrica**, v. 74, p. 427-431, 1979.
- DO, B.; FAFF, R.; HAMZA, K. A new approach to Modelling and Estimation for Pairs Trading. *In*: **Proceedings of 2006 Financial Management Association European Conference**, p. 87-99, 2006.
- ENDERS, W. **Applied econometric time series**, 2. ed. New Jersey: Wiley, 2004.
- ENGLE, R.; GRANGER, C. Cointegration and error correction: representation, estimation and testing. **Econometrica**, v. 55, p. 251-276, 1987.
- FABOZZI, F. J., FOCARDI, S. M., KOLM, P. N. **Financial Modeling of the Equity Market: From CAPM to Cointegration**. Hoboken: John Wiley & Sons, 2006.
- GONÇALVES, R. P. F. **Modelos de Arbitragem Estatística para o Mercado Acionário Brasileiro**. 2011. 86 p. Projeto Final de Curso - Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada, Rio de Janeiro, 2011.
- JOHANSEN, S. Statistical Analysis of Cointegration Vectors. **Journal of Economic Dynamics and Control**, v. 12, p. 231-254, 1988.
- MARTINS, G.; DOMINGUES, O. **Estatística geral e aplicada**, 6. ed. São Paulo: Editora Atlas, 2019.
- MOLERO, L; MELLO, E. **Derivativos: negociação e precificação**. São Paulo: Saint Paul Editora, 2018.
- PARREIRAS, L. P. R. F. **Arbitragem estatística e inteligência artificial**. 2007. 121 p. Dissertação (Mestrado em Modelagem Matemática em Finanças) – Instituto de Matemática e Estatística, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2007.

SHARPE, W. F. **Portfolio Theory and Capital Markets**. New York: McGraw Hill, 1970.

ZORTÉA, C. T.; GALDI, F. C.; MONTE-MOR, D. S.; BEIRUTH, A. X. Um Estudo sobre a Eficiência do Mercado de Capitais após a Adoção da IFRS no Brasil: Aplicando o Teste De Mishkin. **Revista Contemporânea de Contabilidade**, Florianópolis, v. 14, n. 32, p. 141-156, 2017.