EVENTO ON-LINE
ConBRepro
XVI CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO
02 a 04 de dezembro de 2026
Inovação e Transformação Digital como Estratégia Competitiva nas Engenharias

Análise Multimodal de Problemas de Seleção de Características: exemplo de um sistema de controle

Matheus Josende Coan
Escola Politécnica – Pontifícia Universidade Católica do Paraná
Gilberto Reynoso Meza
Escola Politécnica – Pontifícia Universidade Católica do Paraná
Hernan Aguirre
Faculty of Engineering – Shinshu University

Resumo: Sistemas de controle são um pilar fundamental para a engenharia na modernidade, são capazes de fornecer estabilidade e precisão para quaisquer tipos de processos controláveis. Entretanto, com o avanço da tecnologia, surgiu a necessidade de confeccionar sistemas mais robustos, utilizando conjuntos cada vez maiores de dados e gerando a necessidade de utilização de métodos mais poderosos para otimizar os resultados do sistema, o que acarreta maior complexidade e custo computacional para o desenvolvimento. Neste contexto, o presente estudo tem como objetivo principal avaliar o desempenho de técnicas simplificadas para otimização de sistemas de controle utilizando análise multiobjetivo e uma abordagem multimodal, por meio de métodos visuais comparativos para averiguar viabilidade. Os resultados revelam, que a utilização de técnicas simplificadas pode obter um bom desempenho quando comparados com o totalmente otimizado, embora não possuam o melhor desempenho possível.

Palavras-chave: Machine Learning, Otimização multiobjetivo, Seleção de características.

Multimodal analysis of a characteristic selection problem: a control system example

Abstract: Control systems are a fundamental pillar of engineering in modern times, they can provide stability and precision for whatever kind of controllable processes. However, with technological advancements, emerged a necessity of constructing more robust systems, utilizing even bigger datasets and, as a result, the utilization of more powerful methods to optimize system results, which leads to more complex systems and computational costs for development. In this context, the present study has as its primary objective the evaluation of the performance of simplified optimization techniques for control systems, utilizing multi-objective analysis and a multimodal approach, using comparative visual methods to assess feasibility. The results show that the implementation of simplified techniques can present good performance when compared to the completely optimized result, although it doesn't possess the best performance possible.
Keywords: Machine learning, multi-objective optimization, feature selection

1. Introdução

O termo otimização, vem se tornando cada vez mais recorrente na indústria como o grande objetivo para melhoria contínua de processos e sistemas. Entretanto, apesar da incontestável utilidade e benefícios trazidos pela aplicação de técnicas deste tipo dentro do âmbito profissional, as soluções otimizadas tendem a trazer consigo outros problemas menos visíveis.

Com o avanço da tecnologia e modernização de sistemas utilizados na indústria, o custo computacional requerido para encontrar a solução ótima para o problema cresceu exponencialmente e, por consequência, tornou mais difícil a aplicação de métodos convencionais em sistemas reais (Jelali, 2006). Portanto, surge a necessidade de considerar metodologias alternativas mais eficientes para otimização de processos de alta complexidade.

Para alcançar esse objetivo, ferramentas de otimização multiobjetivo, que buscam soluções em um espaço no qual múltiplos objetivos conflitantes devem ser minimizados e/ou maximizados simultaneamente (Deb et al., 2002), e de otimização multimodal, ramo da otimização focado em identificar múltiplas soluções globais e locais equivalentes (Tanabe; Ishibuchi, 2020), podem ser aplicadas para mitigar os efeitos negativos associados à complexidade do problema e encontrar diferentes soluções adequadas, utilizando os recursos computacionais de maneira mais eficiente.

A otimização multiobjetivo permite encontrar soluções considerando mais de um critério como objetivo, enquanto a otimização multimodal permite identificar diferentes conjuntos de soluções para a resolução do problema. Ao aplicar essas ferramentas durante a fase de treinamento do modelo, é possível obter diferentes conjuntos de soluções com os *trade-offs* desejados para o controlador e, posteriormente, validar o sistema de maneira mais assertiva.

Entretanto, ainda há fragilidade na aplicabilidade destes métodos, sendo normalmente construídos para sistemas específicos, necessitando ainda que estratégias mais generalistas sejam implementadas para solucionar uma maior amplitude de problemas. Com isso, a proposta do presente estudo é implementar uma estratégia de treino para modelos de sistema de controle utilizando otimização multiobjetivo e multimodalidade, para avaliação da performance do sistema com diferentes conjuntos de soluções.

O artigo está divido em 5 seções, a primeira consiste contextualiza o tema abordado, apresenta a problemática e propõe o objetivo geral do estudo. A segunda, apresenta o referencial teórico necessário para criação do método proposto. A terceira, descreve a metodologia explicando os dados e pipeline. A quarta, demonstra a análise dos resultados obtidos. A quinta, representa a conclusão final da pesquisa.

2. Referencial teórico

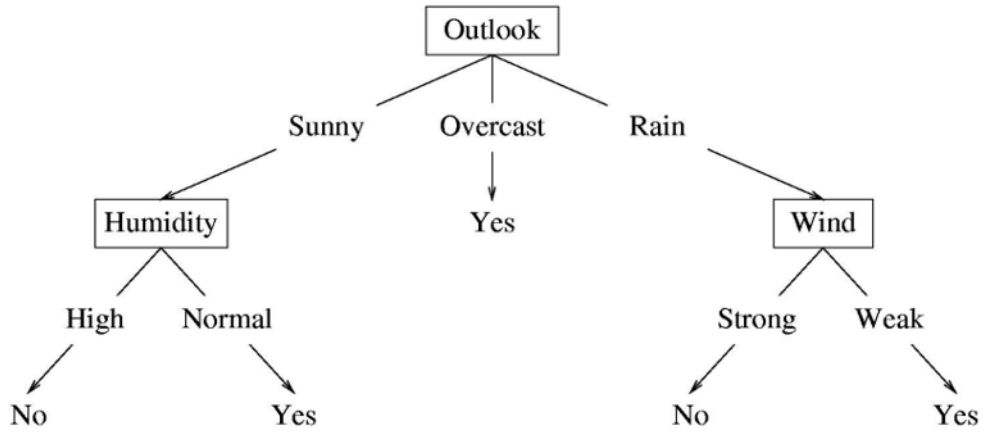
2.1 Machine Learning / Decision Tree / Classification problem

Machine learning pode ser definido como a construção de programas de computador que melhoram automaticamente a partir da experiência (Mitchell, 1997). Onde dados são utilizados para treinar modelos de aprendizagem em função de um determinado objetivo e posteriormente fazer predições para novas situações.

Com o tempo, esses programas se tornaram mais generalistas e capazes de resolver diversos problemas, dentre eles estão problemas de classificação, os quais possuem, como sua principal tarefa classificar exemplos em um determinado conjunto de categorias (Mitchell, 1997).

Decision trees, como traz a figura 1, são métodos de aprendizado por machine learning utilizados para aproximar valores discretos.

Figura 1: *Decision trees* / Árvores de decisão



Fonte: Mitchell (1997)

Técnicas deste tipo funcionam com a classificação de instâncias ordenando-as da raiz até uma folha, o que provém uma classificação da instância, cada folha representa o teste de um atributo da instância e cada galho conectado corresponde a um possível valor para este atributo (Mitchell, 1997).

2.2 Mínima redundância máxima relevância

Dentro de problemas de otimização, a seleção de atributos corresponde a uma parte essencial para garantir a eficiência do modelo, sem a aplicação de métodos de análise para seleção, diversos problemas como redução de precisão de classificação, aumento significativo de custo computacional e problemas de *overfitting* podem surgir.

Sistemas com maiores quantidades de dados, não necessariamente possuem maior precisão quando comparados a outros com conjuntos de dados menores, os atributos selecionados podem apresentar alta redundância entre si e não oferecem nenhum auxílio ao sistema para encontrar mais tendências e aprimorar o modelo, ou não possuem correlação aparentemente relevante com o objetivo proposto. Em ambos os casos, as variáveis que apresentam essas características não auxiliam na obtenção de um modelo mais preciso, tornando necessária a análise de atributos considerando ambas as possibilidades.

O mRMR (mínima redundância máxima relevância) é uma técnica utilizada durante o processo de seleção de características para determinar as variáveis com maior relevância em relação as classes alvo, e encontrar dentre elas, as que possuem menor redundância entre si (Peng; Long; Ding, 2005). A utilização desta estratégia, garante a possibilidade de encontrar as variáveis mais relevantes em relação ao objetivo, permitindo determinar conjuntos de solução capazes de gerar resultados similares ou, em alguns casos, melhores que aqueles obtidos utilizando o conjunto completo de dados, consequentemente reduzindo o custo computacional necessário para realizar os treinamentos dos modelos.

Segundo Peng, Long, Ding (2005) a representação matemática do método para encontrar os índices de relevância D e de redundância R pode ser expressa da seguinte forma:

$$\boldsymbol{max}\, D(S,c),\ D = \frac{1}{|S|}\sum_{x_i \in S}^{I}(x_i;c). \tag{1}$$

$$\boldsymbol{min}\, R(S),\ R = \frac{1}{|S|^2} \sum_{x_i,\, x_j \in S}^{I} (x_i,\, x_j). \tag{2}$$

Onde S é o conjunto com variáveis x_i, que representa o conjunto com maior correlação com a classe alvo c .

2.3 Pareto Front

Pareto front, é uma maneira de representar visualmente todos os conjuntos de solução de um problema de otimização para um determinado sistema, demostrando a performance de cada resposta em relação a dois ou mais objetivos propostos. A utilização desta representação é crucial para entender o comportamento do sistema utilizando cada conjunto solução e avaliar as instâncias para determinar qual será escolhida baseando-se nos *trade-offs* desejados. Vale lembrar, que em problemas de otimização, não existe uma solução totalmente superior a todas as outras, soluções devem ser escolhidas considerando sua capacidade de atender todos os objetivos propostos.

Considerando um problema de otimização com M objetivos, cada solução x pode ser representada pelo seguinte vetor objetivo:

$$\boldsymbol{f_i}(x) = \left(\boldsymbol{f_1}(x),\, \boldsymbol{f_2}(x),\, \ldots,\, \boldsymbol{f_M}(x)\right) \tag{3}$$

Em que $\boldsymbol{f_i}(x)$ representa o desempenho da solução x em relação ao objetivo i . Dessa forma, diferentes soluções podem ser avaliadas simultaneamente utilizando diferentes objetivos, permitindo representar os *trade-offs* presentes entre objetivos.

Para criar a representação do sistema, soluções são classificadas entre dominadas e não dominadas. Soluções dominadas são aquelas que possuem uma ou mais soluções que apresentam maior desempenho em relação a ambos os objetivos, impossibilitando-as de serem efetivamente determinadas como soluções ótimas para o problema. Quando uma solução específica apresenta o melhor desempenho possível dentre todas as outras com o mesmo *trade-off*, a solução é dita como não dominada. A relação que caracteriza o conceito de dominância pode ser vista abaixo:

$$x_a < x_b \iff [\forall i \in \{1, \ldots, M\},\, \boldsymbol{f_i}(x_a) \leq \boldsymbol{f_i}(x_b)] \wedge [\exists j \in \{1, \ldots, M\},\, \boldsymbol{f_i}(x_a) < \boldsymbol{f_i}(x_b)] \tag{4}$$

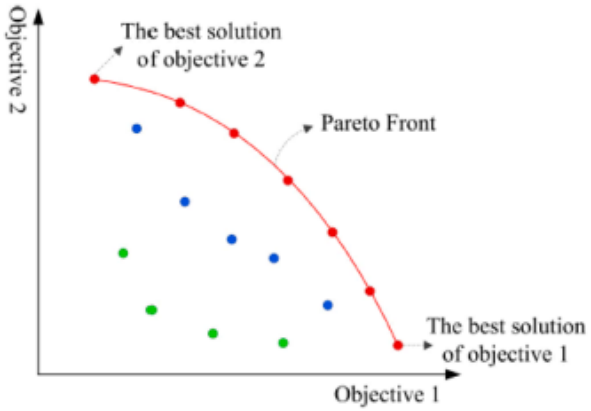
Onde x_a representa uma solução não dominada e x_b representa uma solução dominada. Assim, uma solução é considerada dominada, somente se outra com desempenho não inferior em todos os objetivos e superior em pelo menos um deles existir.

A partir dessas relações, conjunto de soluções não dominadas pode ser definido como:

$$PF = \{x \in X \mid \nexists\, x' \in X\colon x' < x\,|\} \tag{5}$$

Onde PF, representa o Pareto front, X corresponde ao conjunto completo de soluções possíveis e x / x' representam soluções únicas para o problema. Dessa maneira, o Pareto front é construído utilizando somente as soluções consideradas não dominadas. A representação usual de Pareto front pode ser vista abaixo:

Figura 2 – Representação Pareto front



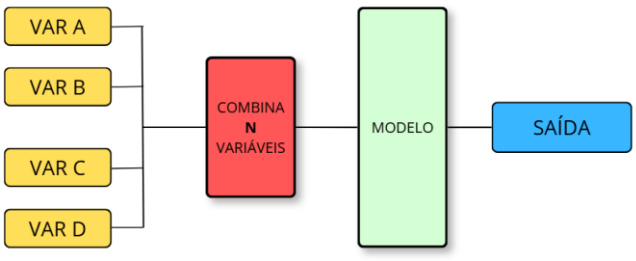
Fonte: Yang et al. (2018) apud Rahman e Szabó (2021, p.8)

Como ilustrado no modelo proposto por Yang et al. (2018 apud Rahman; Szabó, 2021), o Pareto front é composto por soluções não dominadas (vermelho) e dominadas (azul e verde), onde cada ponto em relação aos eixos representa seu desempenho para cada objetivo.

2.4 MultiModal

Em contextos gerais, um cenário pode ser considerado como multimodal, quando a compreensão da sua dinâmica de funcionamento é dependente de diversos fatores distintos. Onde cada modalidade representa a forma em que algo é realizado ou experienciado (Baltrušaitis; Aruja, Morenci, 2019). A figura abaixo representa um processo de multimodalidade em machine learning, cada variável é combinada em grupos de **N** gerando diversos grupos distintos, sendo estes enviados depois ao modelo para treinamento.

Figura 3 – Representação multimodalidade



Fonte: Os autores

Neste contexto, um cenário multimodal pode ser formulado com um conjunto de modalidades distintas, como descreve a equação a seguir:

$$X = \{x^{(1)}x^{(2)}, \ \dots \ , x^{(M)}\} \tag{6}$$

Onde X representa o conjunto de dados, M é o número de modalidades consideradas e $x^{(M)}$ representa os dados associados a modalidade M .

Em machine learning, a multimodalide representa a construção de modelos capazes de processar e relacionar informações de diversas modalidades (Baltrusaitis; Aruja, Morenci, 2019). A utilização desse conceito dentro do contexto de machine learning, permite não apenas encontrar diversas maneiras de solucionar um determinado problema utilizando variáveis distintas, mas também combinar informações complementares que não são necessariamente fáceis de encontrar sua correlação com o objetivo apenas avaliando-as isoladamente. Isso permite que um sistema possa encontrar uma aproximação de um resultado ótimo utilizando características distintas dentre os dados, mesmo aquelas que não são necessariamente aparentes por outros métodos.

Uma forma simplificada de implementar um sistema de multimodalidade em conjuntos de dados pequenos, consiste no treino de modelos únicos para cada conjunto de determinado número de variáveis dentre os dados. Ao realizar cada iteração e obter resultados de cada conjunto de n características, o sistema consegue encontrar uma solução ótima para designado conjunto de *trade-offs* desejado.

3. Metodologia

O presente estudo, é uma estratégia para buscar a possibilidade de atingir maior abrangência na solução de problemas na engenharia. A proposta busca implementar um algoritmo generalista para modelagem de sistemas de controle utilizando otimização multiobjetivo e multimodalidade.

Para realizar o experimento, o *dataset* consistente de 60,000 instâncias de treino e 10,000 de teste, disponibilizado por Grelewicz et al. (2023a) foi utilizado. Os dados contidos dentro do *dataset* consistem em 30 variáveis que correspondem a diversas métricas de performance para sistemas de controle, estes dados foram obtidos durante a aplicação de uma pequena função degrau como distúrbio para um sistema de controle em malha fechada. O sistema de controle proposto possui um controlador de segunda ordem com atraso em todas as instâncias, utilizando cada um dos parâmetros do controlador como objetivos para um problema de otimização. A validação de cada instância se deu pelo erro integral absoluto IAE, onde cada solução foi classificada entre OK e NOK baseado na distância normalizada entre os erros de cada solução.

Diante disso, um modelo de *decision tree* foi treinado utilizando o conjunto completo de dados para construir um baseline para comparação com todas as futuras iterações. Para avaliar o treinamento utilizando todos os dados, bem como todas as outras execuções, foi utilizado a métrica do *F1 score*, cujo as fórmulas estão apresentadas abaixo:

$$F1 = \frac{(2 * precision * recall)}{precision + recall} \tag{7}$$

$$precision = \frac{TP}{TP + FP} \tag{8}$$

$$recall = \frac{TP}{TP + FN} \tag{9}$$

Onde TP representa os valores verdadeiros positivos do modelo, FP os falsos positivos e FN os falsos negativos. Esta métrica foi escolhida pois integra ambos os conceitos de precisão e recall dentro da mesma fórmula, facilitando também a representação no Pareto front final.

Para encontrar as variáveis de maior relevância no conjunto de dados, o mRMR foi aplicado e uma lista ordenando todas as variáveis em ordem de relevância foi criada, cada variável possuí um score atribuído a ela que corresponde sua relevância em relação a variável objetivo, considerando também parâmetros de redundância. Utilizando esta lista, novos modelos foram treinados utilizando de uma até as 30 variáveis disponíveis no *dataset*, cada iteração recebe um *F1 score* único e seus resultados são guardados em um vetor.

Para verificar o desempenho de todas as iterações em relação umas às outras, foi utilizado um sistema comparativo à fim de se construir um Pareto front com todas as soluções dominantes. Cada solução única foi comparada a partir do valor absoluto do seu F1 com a solução anterior, soluções que possuíam scores maiores durante a comparação foram consideradas não dominadas e foram adicionadas ao Pareto front. Soluções consideradas dominadas foram descartadas da representação e a verificação continuou até o último vetor. Com isso, um Pareto front completo foi obtido, gerando a possibilidade de seleção de um número de variáveis a partir dos *trade-offs* desejados.

A multimodalidade aplicada no estudo, foi realizada utilizando um algoritmo simples que testa todas as possibilidades de combinações de features com a mesma quantidade que o vetor selecionado utilizando o método do mRMR e comparando os scores de cada iteração com o score da solução encontrada anteriormente. Após isso, um histograma foi criado, evidenciando os diferentes resultados obtidos utilizando o mesmo número n de variáveis.

4. Resultados

Todas as operações necessárias para realização do experimento foram realizadas utilizando o MATLAB 2025b, os scores do mRMR foram obtidos utilizando o conjunto completo de dados, e cada variável teve um score correspondente atribuído a ela. Uma tabela composta pelas 5 primeiras features em ordem de scores decrescente está presente abaixo.

Tabela 1 – Scores do vetor otimizado

Variável	Score
Var 3	0.20374
Var 23	0.18219
Var 22	0.17061
Var 15	0.07959
Var 30	0.07723

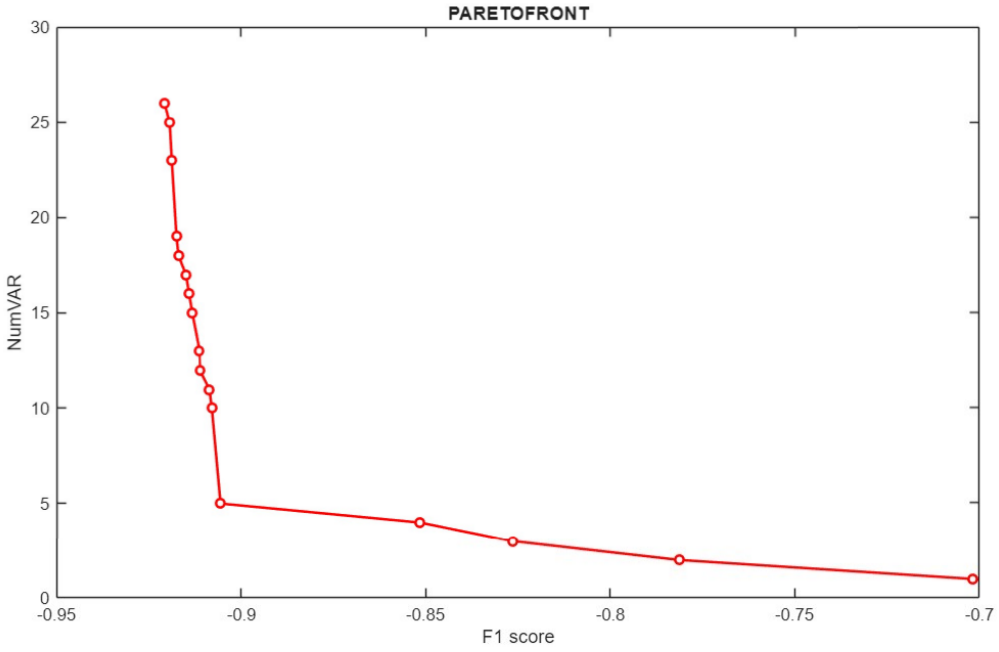
Fonte: Os autores

Neste caso, Var 3 representa o valor mínimo da resposta dinâmica do sistema, Var 23 corresponde a razão entre os tempos de subida e descida, Var 22 o tempo de descida do pico máximo, Var 15 a razão do primeiro pico positivo máximo até o segundo e Var 30 a razão entre o valor máximo e mínimo da derivada da resposta dinâmica ao sistema.

Ao analisar a tabela, é possível perceber quais variáveis possuem a melhor capacidade de descrever o modelo por conta própria, sendo aquelas que possuem scores maiores mais eficientes que outras com scores menores para descrever o sistema.

Com a obtenção do vetor otimizado utilizando o método do mRMR, 30 *decision trees* foram treinadas para representar a utilização de cada quantidade única de variáveis possível para o sistema, cada uma delas sendo avaliada pela métrica do F1 score. Para analisar melhor o comportamento do sistema em cada uma das iterações, um Pareto *front* foi montado para criar uma visualização simplificada do comportamento do sistema para cada caso.

Figura 4: Pareto front (F1 X NumVAR)



Fonte: Os autores

Para este estudo, a quantidade de variáveis escolhidas para análise foi 5. Um sistema multimodal simples foi implementado para testar uma quantidade significativa dentre todas as possibilidades de combinação das 30 variáveis em vetores de 5 utilizando o *dataset* completo, treinando uma nova árvore de decisão a cada nova combinação. Com isso, uma quantidade significativa de todos os *F1 scores* possíveis utilizando apenas conjuntos de 5 features foi obtido e então comparado com o desempenho apresentado utilizando o mRMR. Ao comparar os dados, foi possível perceber que apesar do resultado obtido utilizando mRMR ser eficaz, ele não representa o melhor resultado possível para o problema considerando as restrições propostas, uma vez que, mesmo não contemplando todas as possibilidades, o algoritmo multimodal foi capaz de obter respostas com performance superior as apresentadas pelo mRMR. Uma tabela de comparação entre o resultado utilizando mRMR e o vetor com melhor desempenho encontrado pode ser visto na tabela abaixo.

Tabela 2 – mRMR X Multimodal

Métricas	mRMR	Resultado ótimo
Accuracy score	0.9036	0.9223
Recall score	0.9074	0.9234
F1 score	0.9055	0.9228

Fonte: Os autores

Ademais, uma tabela apresentando as variáveis que compõem cada vetor solução encontrado por ambos os métodos foi criada:

Tabela 3 –variáveis mRMR X Multimodal

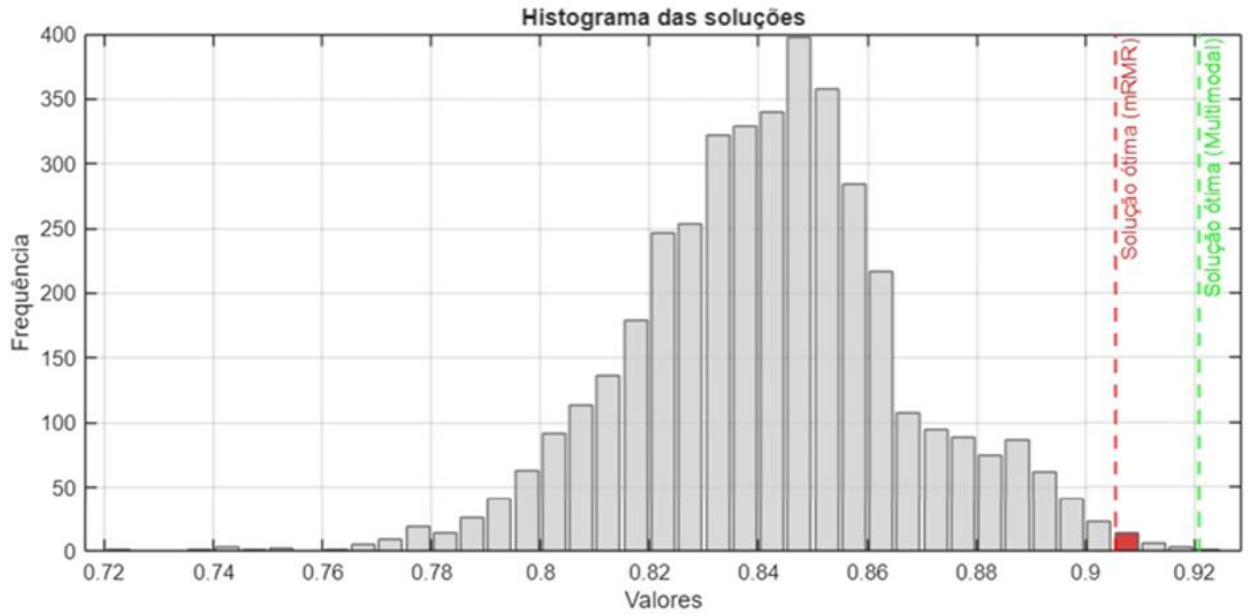
mRMR	Multimodal
Var 3	Var 1
Var 23	Var 2
Var 22	Var 5
Var 15	Var 23
Var 30	Var 30

Fonte: Os autores

As variáveis obtidas pelo multimodal correspondem ao pico máximo de valor do sistema, o momento em que o pico máximo ocorre, a razão entre o pico máximo e mínimo, a razão entre o tempo de subida e descida e a razão entre o valor máximo e mínimo da derivada da resposta dinâmica ao sistema respectivamente. Um resultado interessante aparece ao comparar ambos os vetores, pois em multimodalidade tanto a variável 3 quanto a 22 não foram utilizadas, apesar de ambas estarem dentre as 3 com maior score pelo mRMR.

Para melhor representar o conjunto completo de soluções encontrado um histograma foi elaborado:

Figura 4: Histograma (Frequência X Valores F1)



Fonte: Os Autores

Na imagem, cada barra cinza representa uma faixa de valores para *F1 score* e a altura de cada barra representa a quantidade de soluções que possuem resultados dentro daquela determinada faixa. A barra em vermelho representa a faixa onde a solução obtida pelo mRMR se encontra e a verde corresponde a melhor performance encontrada pelo algoritmo Multimodal.

A análise dos resultados obtidos demonstra a capacidade do conjunto aproximado por mínima redundância e máxima relevância de encontrar soluções precisas para sistemas de

controle. Entretanto, a utilização do método não corresponde ao melhor desempenho que o sistema é capaz de obter utilizando o melhor conjunto disponível de variáveis, o que traz a necessidade de analisar a prioridade e viabilidade do sistema, uma vez que, a utilização do método multimodal possui custo computacional muito mais alto que determinar uma aproximação por mRMR.

5. Conclusões

Neste artigo, uma abordagem de treinamento para sistemas de classificação multiobjetivo utilizando o método da mínima redundância e máxima relevância e multimodalidade foi desenvolvida, com intuito de verificar a eficácia de soluções aproximadas pelo método mRMR utilizando árvores de decisão e a métrica do F1 *score.* Além disso, por meio de visualizações de Pareto *front* e gráfico de dispersão foi possível verificar e comparar o desempenho de cada um dos métodos propostos, ajudando na escolha do método mais eficiente para o *tradeoff* desejado. A análise dos dados demonstra a capacidade de abordagens utilizando mRMR de obter soluções próximas a soluções ótimas do sistema, mesmo que não possuam o melhor desempenho possível. Sistemas diferentes podem apresentar resultados distintos utilizando este mesmo método, tornando a abordagem mais ou menos eficaz dependendo das características específicas de cada sistema, pesquisas futuras podem abordar a implementação deste método para outras estruturas e em maior escala para verificar as diferenças de desempenho.

Agradecimentos

Gostaríamos de agradecer a generosidade e caridade de Patryk Grelewicz, Jacek Czeczot, et al. Por permitir a utilização do seu *dataset* presente em Grelewicz et al. (2023a, b) para este estudo.

O presente trabalho foi realizado com o apoio do Conselho Nacional de Pesquisa e Desenvolvimento (CNPq) e pela Fundação Araucária (FA), número de processos: PQ 309239/2026-5 e FA 372/2024 NAPI Aeronaves.

Referências

BALTRUSAITIS, T.; AHUJA, C.; MORENCY, L. Multimodal Machine Learning: A survey and Taxonomy. **IEEE Transactions on pattern analysis and machine intelligence.** v. 41, n. 2, p. 423-443, 2019.

DEB, K.; PRATAP, A.; AGARWAL, S.; MEYARIVAN, T. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II. **IEEE Transactions on Evolutionary Computation.** v. 6, n. 2, p. 182-197, 2002.

GRELEWICZ, P.; NOWAK, P.; KHUAT, T. T.; CZECZOT, J.; KLOPOT, T.; GABRYS, BOGDAN. Practical implementation of computationally-efficient machine learning-based control performance assessment system for a class of closed loop systems. **Applied Soft Computing.** v. 146, n. 1, 2023.

HILLERMEIER, C. **Nonlinear multiobjective optimization: a generalized homotopy approach.** Berlin: Birkhauser,2001.

JEJALI, M. Uma visão geral da tecnologia de avaliação do desempenho de controle e suas aplicações industriais. **Prática da Engenharia de Controle.** v. 14, n. 5, p. 441-466, 2006.

MITCHELL, T. M. **Machine Learning.** Nova York: MacGraw-Hill, 1997.

PENG, H., LONG F., DING, C. Feature Selection Based on Mutual Information: Criteria of Max-Dependency, Max-Relevance, and Min-Redundancy. **IEEE Transactions on pattern analysis and machine intelligence.** v. 27, n. 8, p. 1226-1238, 2005.

RAHMAN, M., SZABÓ, G. Multi-objective urban land use optimization using spatial data: A systematic review. **Sustainable Cities and Society.** v. 74, 2021.

TANABE, R.; ISHIBUCHI, H. A Review of Evolutionary Multi-modal Multi-objective Optimization. **IEEE Transactions on Evolutionary Computation.** v. 24, n. 4, p. 783-800, 2020.