



03 a 05 de dezembro de 2025

As Engenharias na Transformação Digital das PMEs

Controle Ótimo Não-Linear da Dinâmica Predador-Presa no Cultivo de Microalgas Utilizando a Abordagem SDRE

João Victor Batista de Souza Henrique

Engenharia de Produção - UTFPR

Fabio Neves Puglieri

Engenharia de Produção - UTFPR

Jose Manoel Balthazar

Engenharia de Produção - UTFPR

Resumo: De acordo com o contexto sustentável e a transição energética sustentável global, o presente estudo desenvolveu um modelo matemático utilizando o modelo predador-presa de Lotka-Volterra, desenhando uma estratégia de controle baseado no SDRE (State Dependent Riccati Equation) para regular a interação entre microalgas e predadores dentro do sistema produtivo, enquanto também considera a influência da disponibilidade de nutrientes no ambiente de cultivo. As microalgas são microrganismos fotossintéticos com a capacidade de capturar dióxido de carbono atmosférico e usá-lo como nutriente, além do nitrato e do fosfato para a produção de biomassa. O estudo contribuiu tanto teoricamente quanto praticamente: na teoria, demonstrou a necessidade de controlar a população de predadores tanto em sistemas abertos quanto fechados de cultivo; na prática, permitiu otimizar a produção de biomassa para posterior conversão em biocombustíveis avançados. Esta abordagem minimiza as perdas de biomassa em relação à competição de nutrientes limitantes entre predador e presa, oferecendo suporte a uma transição mais eficiente e sustentável.

Palavras-chave: Controle Dinâmico, SDRE, Microalgas.

Nonlinear Optimal Control of Predator-Prey Dynamics In Microalgae Cultivation Using the SDRE Approach

Abstract: In the context of the global sustainable energy transition, this study develops a mathematical model based on the Lotka-Volterra predator-prey framework. A control strategy using the State-Dependent Riccati Equation (SDRE) is designed to regulate the interaction between microalgae and predators within the production system, while also considering the influence of nutrient availability in the cultivation environment. Microalgae are photosynthetic microorganisms capable of capturing atmospheric carbon dioxide, which they utilize alongside nutrients such as nitrate and phosphate for biomass production. The study offers both theoretical and practical contributions: theoretically, it demonstrates the necessity of controlling predator populations in both open and closed cultivation systems; practically, it enables the optimization of biomass yield for subsequent conversion into advanced biofuels. This approach minimizes biomass losses arising from the competition for limiting nutrients between prey and predator, thereby supporting a more efficient and sustainable energy transition.

Keywords: Dynamic Control, SDRE, Microalgae.

1. Introdução

O uso de combustíveis fósseis não renováveis e seus impactos ambientais resultantes de emissões de gases de efeito estufa (GEE), particularmente dióxido de carbono (CO₂) (SADVAKASOVA *et al.*, 2023), impulsionaram as pesquisas por energias alternativas e sustentáveis. Neste contexto, os biocombustíveis avançados surgem como uma opção promissora. Derivados de biomassa de microalgas, esses biocombustíveis não competem diretamente com a indústria alimentícia, diferentemente das fontes de bioenergia convencional, além de oferecerem um alto potencial produtivo e de eficiência energética (PADDER *et al.*, 2024).

Para melhorar a produtividade e a eficiência energética do cultivo de microalgas, várias estratégias e tecnologias vêm sendo desenvolvidas para oferecer suporte à transição da matriz energética (AZARPOUR *et al.*, 2022). Dentre essas tecnologias, a implementação de controladores em sistemas de cultivo fechado em fotobiorreatores se destaca por permitir a regulação de operações, otimizando processos e a qualidade do biocombustível produzido (LU *et al.*, 2024).

Existem diversos tipos de controladores desenhados para diferentes processos (ASSWAD *et al.*, 2024). Em sistemas de cultivo fechado, o uso de controladores torna-se essencial para garantir a estabilidade e a eficiência do processo. Esses sistemas de controle operam automaticamente para manter os parâmetros críticos, como temperatura, pH, intensidade da luz, concentração de dióxido de carbono e disponibilidade de nutrientes (MULERO-MARTÍNEZ *et al.*, 2023). A implantação de controladores apropriados em fotobiorreatores é crucial não apenas para manter a estabilidade do meio de cultivo, mas também para otimizar a produção de biomassa e sua conversão em biocombustíveis, contribuindo diretamente para o avanço da bioeconomia e para a transição energética sustentável.

Diante deste contexto, o objetivo do presente estudo é aplicar o método de State-Dependent Riccati Equation (SDRE) dentro do clássico modelo de predador-presa de Lotka-Volterra (TUSSET *et al.*, 2016), mostrando estratégias de controle para melhorar o cultivo de microalgas, enquanto a taxa de crescimento é adaptada seguindo as dinâmicas descritas pela equação de Monod.

Este artigo está dividido em 5 seções. A primeira, contextualizando o tema geral do trabalho. A segunda, o referencial teórico, traz fundamentos teóricos do tema abordado. Na terceira, a metodologia empregada. Na quarta, os resultados do estudo e, por último, na quinta seção: as conclusões.

2. Biocombustíveis Avançados

Os biocombustíveis são fontes energéticas de materiais orgânicos renováveis. Para serem considerados avançados, devem ser classificados a partir da terceira geração. Os biocombustíveis são separados em quatro gerações (KHANDELWAL *et al.*, 2025):

- (i). Primeira geração: biocombustíveis derivados de produtos alimentícios. A falta de circularidade, além da competição alimentar, e o uso de fertilizantes podem causar um impacto ambiental negativo.
- (ii). Segunda geração: nesta geração, avanços consideráveis foram realizados, aumentando a circularidade e o uso de materiais residuais, como biomassa, para a produção de biocombustível. No entanto, problemas de escalabilidade e o alto custo de produção exigiram avanços tecnológicos na produção de biocombustível.
- (iii). Terceira geração: diante da necessidade de avanço para uma produção sustentável, técnicas de captura de carbono por micro e macroorganismos têm evoluído desde a terceira geração. As microalgas se destacam, pois não necessitam de terras aráveis para sua produção de biomassa e não competem com a indústria alimentícia. No entanto, a

necessidade de equipamentos especializados e a escalabilidade do âmbito laboratorial para o industrial ainda são intensamente discutidas.

A conversão da biomassa de microalgas em biocombustível depende do método de extração do conteúdo lipídico presente na biomassa. A extração pode ser, por exemplo, por liquefação, gaseificação e uso de catalisadores, entre outros (MARANGON *et al.*, 2024). No entanto, a importância do cultivo para a otimização dos processos e a captura de carbono deve ser considerada, incluindo seus diferentes sistemas de cultivo e estratégias para a produção.

2.1. Microalgas e seu Cultivo

As microalgas são organismos fotossintéticos microscópicos, predominantemente unicelulares, distribuídos em ambientes aquáticos, tanto em águas doces quanto em águas salgadas, bem como em águas salobras e marinhas (ABUHASHEESH *et al.*, 2025). Em seu processo de fotossíntese, as microalgas desempenham um papel crucial na captura de dióxido de carbono, convertendo a biomassa rica em lipídios, carboidratos e proteínas. Destes compostos orgânicos, as microalgas podem ser utilizadas em diversos setores industriais, mas se destacam em aplicações biotecnológicas de biocombustíveis avançados, como biodiesel, bioetanol, biogás e combustível sustentável de aviação (EFROYMSON *et al.*, 2021).

O cultivo de microalgas pode ser feito em dois sistemas básicos de produção: aberto ou fechado. Em sistemas abertos, lagoas circulares, retangulares ou tanques ao ar livre são caracterizados por menor custo de implementação e operação, além de uma capacidade de escalar a produção para nível industrial (CHEN *et al.*, 2025). Porém, a falta de controlabilidade devido à exposição às condições de ambientes externos torna-se uma limitação exclusiva deste modelo de cultivo. Essas condições podem ser desafiadoras, aumentando o risco de contaminação e a competição por nutrientes disponíveis no ambiente de cultivo (YU *et al.*, 2024). Apesar dessas limitações, os sistemas abertos continuam sendo economicamente vantajosos, especialmente em locais com ampla disponibilidade de espaço e condições ambientais favoráveis.

Sistemas fechados, como fotobiorreatores, por exemplo, são projetados para proporcionar um ambiente de cultivo mais controlado e estável, permitindo um ajuste preciso de variáveis importantes para a otimização da produção de biomassa (HASHMI *et al.*, 2025). O controle de nutrientes, pH, temperatura, iluminação, entre outros, reduz significativamente os riscos de contaminação e competição por nutrientes, garantindo maior pureza e velocidade na produção de biomassa. Contudo, sistemas fechados apresentam custos elevados de instalação de tecnologias avançadas, além de infraestruturas específicas para sua operação (BARBOZA-RODRÍGUEZ *et al.*, 2024), tornando-os mais desafiadores em contextos de produção em larga escala.

Dessa forma, a escolha entre sistemas abertos ou fechados deve ser orientada por fatores como objetivos de produção, disponibilidade de recursos, custo-benefício e condições ambientais favoráveis, considerando o equilíbrio entre produtividade e controle do sistema. Para alcançar esse equilíbrio, o controle é crucial para otimizar todo o processo de produção, reduzindo gastos desnecessários e evitando a perda do cultivo por domínio e competição por nutrientes, bem como a superlotação do sistema de cultivo por outros contaminantes, que podem diminuir a entrada de luz, principal recurso para a produção de biomassa, desequilibrando ainda mais o sistema (HUANG *et al.*, 2025).

2.2. Modelo de Lotka-Volterra e Equação de Monod como estabilizador

O modelo de Lotka-Volterra é um sistema de equações diferenciais não lineares que mostra a dinâmica e a interação entre espécies de predadores e presas em um sistema biológico

(WANGERSKY, 1978). Esta dinâmica é representada pela equação geral de Lotka-Volterra, mostrada na Eq. 1.

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= x(\alpha - \beta y) \\ \frac{dy}{dt} &= y(\delta x - \gamma)\end{aligned}\tag{1}$$

Onde x mostra o número de indivíduos de presa, y o número de indivíduos de predadores e t representa o tempo. Os parâmetros do modelo são definidos da seguinte maneira: α representa a taxa de crescimento da população de presas; β é a taxa de predação do predador na presa; γ representa a taxa de mortalidade da população de predadores; δ é a taxa de crescimento da população do predador em função da disponibilidade da presa.

Desta interação, três resultados podem ser alcançados: extinção de predadores, extinção de presa e coexistência no sistema. Então, se os predadores forem extintos do sistema, a população de presa cresce proporcionalmente à sua população atual, da mesma maneira que, se a presa for extinta, a população de predadores também cresce proporcionalmente à sua própria população. Em casos de coexistência, onde x e $y > 0$, acontece onde $dx/dt = 0$ e $dy/dt = 0$. Neste ponto, acontece o equilíbrio entre as espécies predadoras e presas, em que a taxa de natalidade da presa é compensada pela sua própria mortalidade e a taxa de natalidade do predador também é compensada por sua mortalidade natural (DAVIS *et al.*, 2022).

Por seu ponto de coexistência depender de um centro, uma pequena perturbação pode levar o sistema para um ciclo diferente, então, mecanismos estabilizadores são necessários (TÄUBER, 2025). A equação de Monod pode ser usada como um mecanismo estabilizador, visto que a população de microalgas necessita de recursos limitantes para seu crescimento; esta equação pode descrever a taxa de crescimento em função da concentração de um único nutriente limitante (S) (TUNAY *et al.*, 2022), representada pela Eq. 2.

$$\mu = \mu_{max} \frac{S}{K_s + S}\tag{2}$$

Onde μ é a taxa de crescimento variável dinamicamente; μ_{max} é a taxa de crescimento específica máxima; S é a concentração do nutriente limitante; K_s é a constante de meia-saturação.

2.3. Controle SDRE (State Dependent Ricatti Equation)

O modelo de Lotka-Volterra apresentado descreve a dinâmica entre as microalgas e seus predadores, ou seja, um sistema não-linear. Para controlar o sistema, um controle ótimo não linear via Equação de Riccati se demonstra como uma solução de engenharia e controle avançado (ÇIMEN, 2008). A estratégia do SDRE se baseia em uma técnica que se apoia na teoria do controle ótimo LQR, porém ampliando para sistemas não lineares, transformando o sistema não-linear original em uma estrutura dependente do estado. A equação que descreve esta dependência se dá pela Eq. 3.

$$\dot{x} = A(x)x + B(x)u\tag{3}$$

Onde $A(x)$ representa a matriz dinâmica de variável dependente do estado; x é o vetor de estado; $B(x)$ é a matriz de entrada do estado dependente; e u é o sinal de controle aplicado. Para encontrar o sinal u que estabiliza o sistema em um ponto de referência, é necessário minimizar a função de custo quadrática, mostrada pela Eq. 4.

$$J = \int_0^{\infty} [e(t)^T Q e(t) + u(t)^T R u(t)] dt\tag{4}$$

Onde Q é a matriz que penaliza os desvios das variáveis de estado do ponto de operação desejado; R é a matriz que penaliza o esforço de controle; e $e(t)$ representa o erro do sistema (Eq. 6), de acordo com o ponto de referência desejado (Eq. 5).

$$x_{ref} = \begin{bmatrix} x^* \\ y^* \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$e = x_{est} - x_{ref} \quad (6)$$

A partir deste ponto, a Equação de Riccati, expressa pelas Eqs. 7 e 8, podem ser resolvidos para determinar a matriz $P(x)$, que define a lei de controle ótimo do sistema.

$$A(x)^T P(x) + P(x)A(x) - P(x)B(x)R^{-1}B(x)^T P(x) + Q = 0 \quad (7)$$

Em resumo:

$$A(x)^T P + PA(x) - PBR^{-1}B^T P + Q = 0 \quad (8)$$

Onde $A(x)^T P + PA(x)$ representam a contribuição do sistema para a propagação do custo quadrático; $PBR^{-1}B^T P$ correspondem ao ganho ótimo relacionado ao efeito do controle; e Q a matriz que penaliza o erro de estado. Deste modo, o controle ótimo $K(x)$ pode ser determinado, representado pela Eq. 9.

$$K(x) = R^{-1}B^T P(x) \quad (9)$$

Baseado no ganho ótimo obtido, o sinal de controle pode ser definido pela Eq. 10.

$$u(t) = -K(x)e(t) \quad (10)$$

Onde $-K(x)$ denota o ganho ótimo; e o $e(t)$ é o erro relacionado ao ponto de referência desejado.

3. Metodologia

A interação dinâmica entre o predador e a população de microalgas será representada pelo modelo compreendendo três variáveis de estado (Eq. 11).

$$X(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \\ S(t) \end{bmatrix} \quad (11)$$

Onde $x(t)$ define a concentração de população das microalgas; $y(t)$ representa a concentração da população de predadores; e $S(t)$ corresponde a concentração de nutriente limitante disponível.

A variável de interesse primária para ser mantida em um nível ótimo é a população de microalgas, representada por $x(t)$. A variável $y(t)$ servirá como um objetivo de controle indireto, sendo reduzida pelas ações do controlador SDRE para estabilizar $x(t)$. Baseada na equação de Lotka-Volterra e utilizando a equação de Monod para representar a taxa de crescimento das microalgas como mecanismo estabilizador, a equação modificada definida é representada pela Eq. 12.

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = u(S)x - \beta xy \\ \frac{dy}{dt} = \delta xy - \gamma y + u(t) \\ \frac{dS}{dt} = -qu(S)x + D(S_{in} - S) \end{cases} \quad (12)$$

Onde $u(S)x$ representa a taxa de crescimento populacional das microalgas em função do nutriente limitante disponível S ; βxy modela a interação entre predador-presa; δxy representa a reprodução da população de predadores em relação à abundância de presa; γy representa a mortalidade natural de predadores; $u(t)$ demonstra o sinal de controle

SDRE; $-qu(S)x$ descreve o consumo do nutriente limitante associado ao crescimento da microalga; e $D(S_{in} - S)$ representa a taxa de troca de nutriente no sistema.

Desta forma, pode-se reformular o sistema, incorporando a forma matricial estruturada (Eq. 13) para aplicação do controle de SDRE.

$$A(x, y) = \begin{bmatrix} u(S) - \beta y & -Bx \\ \delta y & \delta x - \gamma \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \quad (13)$$

Neste estudo, para minimizar o custo quadrático da função, a matriz de penalização de desvios definida foi $Q = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix}$, a matriz que penaliza o esforço do controle R foi definida como $R = [0.1]$.

3.1. Parâmetros de nutrientes e presa

Seguindo o processo de modelagem do sistema, vários parâmetros foram definidos e simulados baseados em valores encontrados na literatura e assumidos para dar suporte ao desenvolvimento do modelo. Os valores adotados são detalhados e justificados na Tabela 1.

Tabela 1 – Parâmetros de Nutrientes e Presas		
Parâmetros	Valores	Referências
umax	0.4	CHANG, 2016
Ks	50	"
q	0.1	"
D	0.1	"
Sin	20	"

Fonte: próprio autor (2025)

A taxa máxima de crescimento das microalgas definida em 0,4 baseou-se nos estudos de CHANG *et al.* (2016) que representam o valor típico em condições ótimas de crescimento. A constante de meia-saturação do nutriente limitante foi definida em 50, indicando que as microalgas são sensíveis à disponibilidade de nutrientes. Os parâmetros q, D e Sin foram selecionados a partir de simulações para representar concentrações altas de nutrientes dentro do sistema em condições iniciais de simulação. Ambos q = 0.1 e D = 0.1 são valores relativamente baixos, implicando que a quantidade de biomassa presente no sistema depende da taxa de consumo contínuo de nutriente.

3.2. Parâmetros dos predadores

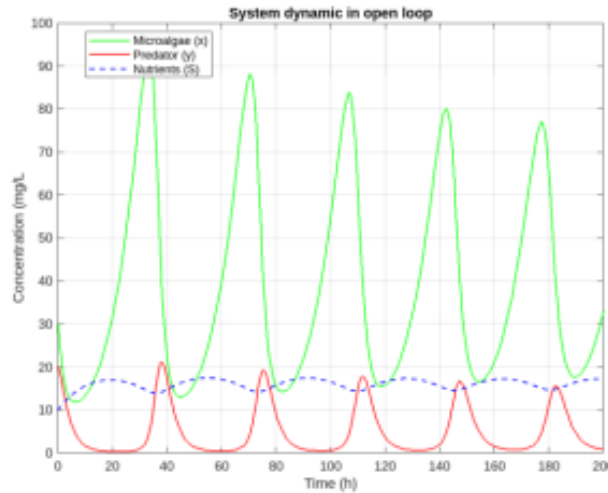
Não foram encontrados dados empíricos de crescimento de microalgas na literatura. Desta maneira, valores hipotéticos foram adotados para permitir que a simulação reflita o comportamento do sistema sobre condições de estresse por predadores. O valor de $\beta=0.02$ foi escolhido para representar a baixa taxa de predação, indicando que os predadores não causam impactos imediatos. Diferentemente, eles iniciam a competição por nutrientes disponíveis, e os efeitos negativos na população de microalgas levam tempo para se manifestar. A taxa de mortalidade dos predadores foi definida em $\gamma=0.4$, refletindo uma alta sensibilidade à escassez de nutriente, que leva a um rápido declínio da população. Por fim, $\delta=0.01$ indica uma baixa taxa de conversão de biomassa de microalgas em população de predadores, partindo da premissa de que a interação do modelo é baseada na competição de nutrientes e não em predação direta.

4. Resultados

Baseada nos parâmetros definidos, a dinâmica geral do sistema representada pelo modelo de Lotka-Volterra é ilustrada na Figura 1. É possível observar que enquanto a população de microalgas aumenta, a população de predadores também aumenta. No momento em que a população de microalgas atinge um pico e começa a reduzir, a população de predadores também tem o mesmo comportamento. A concentração de nutrientes também

afeta a dinâmica da população. Dependendo da maior densidade tanto de microalgas quanto de predadores resulta em uma competição intensificada, levando à redução da concentração de nutrientes disponíveis. Por outro lado, quando a taxa de biomassa é baixa, a concentração de nutrientes tende a subir, demonstrando o comportamento de *feedback* do sistema.

Figura 1 – Dinâmica do Sistema sem Controle

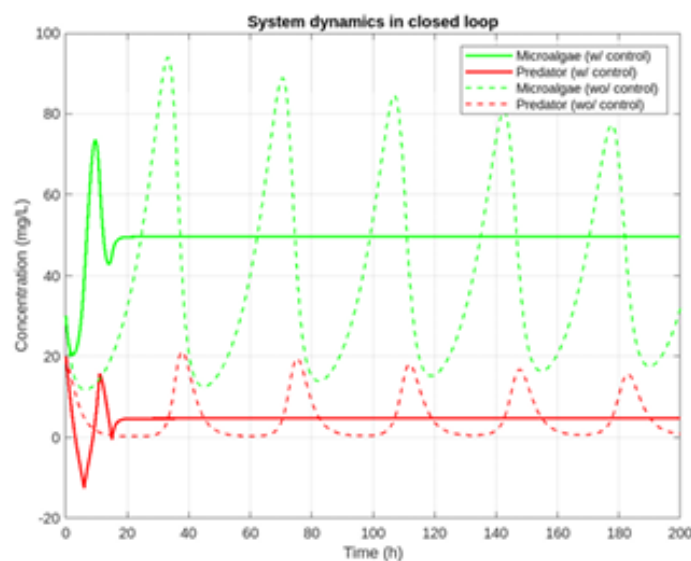


Fonte: próprio autor (2025)

Neste contexto, é essencial implementar um sinal de controle para reduzir a população de predadores e estabilizar o crescimento das microalgas, enquanto também mantém o equilíbrio de nutriente limitante no sistema. Neste estudo, o valor de referência utilizado foi de 5 mg/L para população de predadores sobre controle, que é considerado suficiente para manter o balanço ecológico através da competição sem desestabilizar o sistema.

Ao aplicar o sinal de controle para administrar a população de predadores, o sistema ilustrado pela Figura 2 alcança a estabilidade dinâmica, mantendo a população de predador e de microalgas no ponto de referência desejado, sendo $x^* = 50$ para microalgas e $y^*=5$ para os predadores.

Figura 2 – Sistema Dinâmico com Controle e Sem Controle



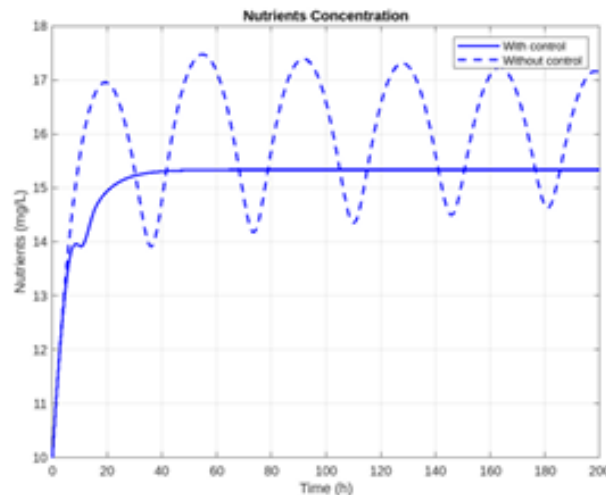
Fonte: próprio autor (2025)

A efetividade do sinal de controle é claramente observada, no momento em que a população de predadores estabiliza, a população de microalgas também atinge próximo ao

valor de referência desejado. Além disto, a constante de meia-saturação definido a 50 mg/L, acelera o processo de estabilização das microalgas mantendo o sistema menos sensível a flutuações do nutriente limitante, permitindo que o sistema chegue ao equilíbrio mais rapidamente.

Em adição, é possível observar também a dinâmica do nutriente dentro do ambiente de cultivo com o sinal de controle já implementado, como mostrado pela Figura 3. Essa relação representa como a estratégia de controle influencia na estabilidade do meio, contribuindo para condições mais favoráveis para o cultivo das microalgas.

Figura 3 – Sistema Dinâmico de Nutrientes com controle e sem controle



Fonte: próprio autor (2025)

A estabilização do nutriente dentro do sistema é essencial para prevenir a saturação de microalgas, o que poderia condicioná-las ao estresse desnecessário e descontrolado, comprometendo a viabilidade e, em casos extremos, o colapso do sistema.

5. Conclusões

Em conclusão, o presente estudo abordou a relação dinâmica entre o sistema de predador e presa no cultivo de microalgas para produção de biocombustíveis avançados, utilizando o Modelo Lotka-Volterra, a equação de Monod como mecanismo estabilizador e aplicando técnicas de controle de SDRE (State Dependent Riccati Equation), objetivando demonstrar estratégias de controle para otimizar o processo de produção de microalgas.

Deste modo, resultados positivos foram atingidos, mostrando primeiramente a relação de predador e microalgas dentro do sistema de cultivo, enquanto a população de microalgas cresce, aumenta também a população de predadores, gerando uma competição por nutrientes dentro do sistema. Com o controle, a estabilização de nutriente limitante estabiliza a população de microalgas, conseqüentemente, estabilizando a população de predadores nos níveis de referência desejados, sem causar desequilíbrio dentro do sistema de cultivo.

A contribuição teórica e prática deste estudo se mantém na análise do controlador SDRE no sistema produtivo de microalgas. Na prática, o estudo auxilia pesquisas futuras na superação de desafios técnicos relevantes ao controle de predadores no sistema de cultivo, aumentando a eficiência do processo produtivo.

A principal limitação da pesquisa foi a falta de dados confiáveis de parâmetros a serem utilizados para o sistema dinâmico. Fica como sugestão para trabalhos futuros, a obtenção de dados por práticas laboratoriais de cultivo de microalgas, transformando o sistema em realidade.

Referências

- Abuhasheesh, Y., Banat, F., Show, P. L., & Hasan, S. W. (2025). Electro-assisted microalgae cultivation, harvesting, and recovery of high-value products: A review. *Bioresource Technology*, 133269.
- Asswad, R., Djema, W., Bernard, O., Gouzé, J. L., & Cinquemani, E. (2024, December). Optimization of microalgae biosynthesis via controlled algal-bacterial symbiosis. In *2024 IEEE 63rd Conference on Decision and Control (CDC)* (pp. 589-594). IEEE.
- Azarpour, A., Zendehboudi, S., Mohammadzadeh, O., Rajabzadeh, A. R., & Chatzis, I. (2022). A review on microalgal biomass and biodiesel production through Co-cultivation strategy. *Energy Conversion and Management*, 267, 115757.
- Barboza-Rodríguez, R., Rodríguez-Jasso, R. M., Rosero-Chasoy, G., Aguado, M. L. R., & Ruiz, H. A. (2024). Photobioreactor configurations in cultivating microalgae biomass for biorefinery. *Bioresource Technology*, 394, 130208.
- Chang, H. X., Huang, Y., Fu, Q., Liao, Q., & Zhu, X. (2016). Kinetic characteristics and modeling of microalgae *Chlorella vulgaris* growth and CO₂ biofixation considering the coupled effects of light intensity and dissolved inorganic carbon. *Bioresource technology*, 206, 231-238.
- Chen, C. Y., Chang, Y. H., Leong, Y. K., & Chang, J. S. (2025). Developing an efficient open-pond microalgae cultivation system for producing biomass and fucoxanthin using *Pavlova granifera* IML2238. *Biochemical Engineering Journal*, 109762.
- Çimen, T. (2008). State-dependent Riccati equation (SDRE) control: a survey. *IFAC Proceedings Volumes*, 41(2), 3761-3775.
- Davis, J. D., Olivença, D. V., Brown, S. P., & Voit, E. O. (2022). Methods of quantifying interactions among populations using Lotka-Volterra models. *Frontiers in Systems Biology*, 2, 1021897.
- Efroymsen, R. A., Jager, H. I., Mandal, S., Parish, E. S., & Mathews, T. J. (2021). Better management practices for environmentally sustainable production of microalgae and algal biofuels. *Journal of Cleaner Production*, 289, 125150.
- Hashmi, Z., Zaini, J. H., Bakar, M. S. A., & Bilad, M. R. (2025). Advancements in photobioreactor systems: Optimizing operations for enhanced microalgal growth and bioremediation. *Algal Research*, 104282.
- Huang, Y., Zhao, Q., Yan, C., Wen, S., Zhou, Z., & Cong, W. (2025). Non-destructive in situ monitoring of photosynthetic quotient in open microalgae cultivation. *Bioresource Technology*, 132859.
- Khandelwal, N., Kumari, S., Poduval, S., Behera, S. K., Kumar, A., & Gedam, V. V. (2025). Life-cycle assessment of three biorefinery pathways across different generations. *Scientific Reports*, 15(1), 13135.
- Lu, M., Sha, Y., Kumar, V., Xu, Z., Zhai, R., & Jin, M. (2024). Transcription factor-based biosensor: A molecular-guided approach for advanced biofuel synthesis. *Biotechnology advances*, 72, 108339.
- Marangon, B. B., de Siqueira Castro, J., Assemany, P. P., Machado, N. A., & Calijuri, M. L. (2024). Wastewater-grown microalgae biomass as a source of sustainable aviation fuel: Life cycle assessment comparing hydrothermal routes. *Journal of environmental management*, 360, 121164.

- Mulero-Martínez, J. I., Baños, A., Moreno, J. C., & Guzmán, J. L. (2023, September). Hybrid Controller for an Industrial Raceway Photobioreactor. In 2023 IEEE 28th International Conference on Emerging Technologies and Factory Automation (ETFA) (pp. 1-5). IEEE.
- Padder, S. A., Khan, R., & Rather, R. A. (2024). Biofuel generations: New insights into challenges and opportunities in their microbe-derived industrial production. *Biomass and Bioenergy*, 185, 107220.
- Sadvakasova, A. K., Kossalbayev, B. D., Bauenova, M. O., Balouch, H., Leong, Y. K., Zayadan, B. K., ... & Allakhverdiev, S. I. (2023). Microalgae as a key tool in achieving carbon neutrality for bioproduct production. *Algal Research*, 72, 103096.
- Täuber, U. C. (2025). Stochastic spatial Lotka–Volterra predator-prey models. *Order, Disorder and Criticality: Advanced Problems of Phase Transitions and Complex Systems*, 67-115.
- Tunay, D., Yildirim, O., Ozkaya, B., & Demir, A. (2022). Determination of photoautotrophic growth and inhibition kinetics by the Monod and the Aiba models and bioenergetics of local microalgae strain. *Chemosphere*, 292, 133330.
- Tusset, A. M., Piccirillo, V., & Balthazar, J. M. (2016). A NOTE ON SDRE CONTROL APPLIED IN PREDATOR–PREY MODEL: BIOLOGICAL CONTROL OF SPIDER MITE PANONYCHUS ULMI. *Journal of Biological Systems*, 24(02n03), 333-344.
- Wangersky, P. J. (1978). Lotka-Volterra population models. *Annual Review of Ecology and Systematics*, 9, 189-218.
- Yu, B. S., Pyo, S., Lee, J., & Han, K. (2024). Microalgae: a multifaceted catalyst for sustainable solutions in renewable energy, food security, and environmental management. *Microbial Cell Factories*, 23(1), 308.