



ConBRepro

XIV CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

I CIGELUBRA

Congresso Internacional de Gestão e Engenharia Luso-Brasileiro

04 a 06 de dezembro de 2024

Energias Limpas nas Engenharias

Análise de Decomposições da Heurística Fix-and-optimize aplicada ao Modelo MRP com Restrição de Faixas de Preço

Alisson Segatto de Souza

Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia - UFPR

Gustavo Valentim Loch

Departamento de Administração Geral e Aplicada - UFPR

Resumo: Este artigo explora a aplicação do Planejamento de Requisitos de Materiais (MRP), um método que organiza o fluxo de materiais, assegurando sua disponibilidade no momento certo para a produção e evitando excessos no estoque. Uma questão pouco explorada na gestão de suprimentos é a Economia de Escala, que permite às empresas obter benefícios ao comprar grandes lotes de produtos, gerando economias em transporte, configuração de máquinas e descontos por volume. O modelo matemático utilizado incorpora diferentes faixas de preço para cada produto, com o objetivo de avaliar a viabilidade de adquirir maiores quantidades e otimizar os custos e o gerenciamento de estoque. Neste estudo, testamos nove estratégias de decomposição da heurística fix-and-optimize, fixando iterativamente parte das variáveis para alcançar uma solução melhor. Utilizamos 38 instâncias da literatura para avaliar os resultados, e os testes demonstram que as decomposições propostas superam o desempenho do solver em 21 dos problemas-teste, deixando claro que as abordagens são promissoras e podem ser melhor exploradas em análises futuras.

Palavras-chave: Cadeia de Suprimentos, Planejamento de Materiais, Economia de Escala, Fix-and-optimize.

Title of the article in English

Abstract: This article explores the application of Material Requirements Planning (MRP), a method that organizes material flow, ensuring its availability at the right time for production and avoiding excess inventory. A less-explored issue in supply management is Economies of Scale, which allows companies to gain benefits by purchasing large quantities of products, generating savings in transportation, machine setup, and volume discounts. The mathematical model used incorporates different price ranges for each product, aiming to assess the feasibility of acquiring larger quantities and optimizing costs and inventory management. In this study, we tested nine decomposition strategies of the fix-and-optimize heuristic, iteratively fixing part of the variables to reach an improved solution. We used 38 instances from the literature to evaluate the results, and the tests show that the proposed decompositions outperform the solver in 21 out of the test problems, clearly indicating that these approaches are promising and may be further explored in future analyses.

Keywords: Supply Chain, Materials Planning, Economies of Scale, Fix-and-Optimize.

1. Introdução

Nas décadas de 1950 e 1960, as grandes indústrias começaram a adotar computadores para auxiliar no gerenciamento de projetos e na administração de processos. Foi nesse contexto que o Planejamento de Requisitos de Materiais (MRP) começou a ser desenvolvido e, ao longo do tempo, se tornou popular entre os gestores industriais. No entanto, o MRP enfrentava desafios como não lidar adequadamente com limitações de capacidade, longos tempos de produção e a necessidade de trabalhar com uma demanda fixa, o que levou muitas empresas a questionarem sua eficiência (ROSSI E PERO, 2011).

Diante dessas deficiências, surge a necessidade de examinar outros fatores que podem melhorar a eficiência da produção. Um desses fatores, que tem sido pouco explorado na literatura sobre o MRP, é a economia de escala. À medida que a quantidade produzida ou adquirida aumenta, o custo unitário tende a cair, pois os custos fixos são diluídos sobre um número maior de unidades. Muitas empresas utilizam essa estratégia, comprando em grandes volumes para oferecer preços mais baixos e aumentar suas vendas. Essa abordagem beneficia tanto o comprador, que paga menos por unidade, quanto o fornecedor, que aumenta seus lucros devido ao maior volume vendido (BALLOU, 2006).

No entanto, essa estratégia precisa ser bem planejada, já que um volume excessivo de compras pode sobrecarregar os estoques, elevando os custos de armazenamento e manutenção. Além disso, há o risco de prejuízos se os produtos não forem utilizados ou vendidos dentro do período de validade ou garantia (GUPTA; GOVINDARAJAN, 2001).

Embora o MRP seja amplamente utilizado, os modelos tradicionais não levam em conta as variações de preço dos produtos, desconsiderando as potenciais economias de escala. Este estudo incorpora um modelo MRP com múltiplas faixas de preço, já presente na literatura, e utiliza esse modelo para testar nove estratégias de decomposição da heurística fix-and-optimize. Essa abordagem fixa um conjunto de variáveis de decisão enquanto otimiza um subconjunto menor, alternando entre diferentes variáveis ao longo de várias iterações. Com isso, o problema é fragmentado em subproblemas menores, que podem ser resolvidos de forma mais eficiente pelo solver, aprimorando o desempenho geral do processo.

2. Revisão da literatura

O Planejamento de Requisitos de Materiais (MRP) tem sido uma ferramenta crucial para os gerentes de produção, pois facilita a previsão e a programação dos materiais necessários em períodos futuros. Sua popularidade cresceu devido à sua capacidade de adaptação a mudanças nos sistemas de produção (OZTURK; ORNEK, 2010; KE et al., 2020).

Historicamente, as empresas dependiam de um sistema fixo de pedidos de materiais, realizando pedidos adicionais conforme o nível de estoque caía, a fim de evitar a falta de itens na linha de produção. No entanto, com o advento do MRP na década de 60, foi possível calcular as necessidades de materiais ao longo do tempo, permitindo uma redução nos níveis de estoque. Contudo, a implementação do MRP exigiu uma capacidade computacional maior e uma mudança significativa na cultura de gestão da época (LAURINDO; MESQUITA, 2000).

Em 1981, o MRP foi aprimorado para incluir as restrições de capacidade do sistema produtivo. Isso introduziu o conceito de Centros de Produção, onde cada centro opera com uma capacidade finita, levando em conta fatores como equipamentos, mão de obra e ferramentas. Foram incorporados dados adicionais, como a sequência e o tempo de produção, resultando no MRP de ciclo fechado ou Planejamento de Recursos de Produção (MRPII) (LAURINDO; MESQUITA, 2000).

O MRPII possibilitou uma integração entre o planejamento de produção e as capacidades dos centros de produção, permitindo o redirecionamento do processo caso um centro estivesse sobrecarregado. No entanto, o método ainda dependia dos gerentes de produção

para identificar e solucionar problemas como sobrecargas, uma vez que não oferecia soluções automáticas.

Outra limitação do sistema original era a estimativa estatística do lead time, tratada como constante ao longo do processo, o que poderia resultar em estoques excessivos ou falta de materiais, dependendo da precisão dessas estimativas (LAURINDO; MESQUITA, 2000). Para enfrentar essas deficiências, técnicas de otimização foram introduzidas para aumentar simultaneamente a produtividade, flexibilidade e gestão de estoques (OZTURK; ORNEK, 2010).

Apesar dos custos adicionais gerados pela manutenção de estoques, eles podem reduzir outros custos operacionais logísticos (BALLOU, 2006; GUPTA; GOVINDARAJAN, 2001). Estoques permitem uma produção contínua e estável, sem depender diretamente das variações de demanda do mercado, desde que haja uma quantidade suficiente para atuar como buffer (BALLOU, 2006).

Além disso, os estoques ajudam a gerar economias nas compras e transporte. As empresas costumam adquirir materiais em volumes maiores do que o necessário para o curto prazo, a fim de obter descontos por quantidade. Os custos adicionais de armazenamento são compensados pelos descontos obtidos nas compras (BALLOU, 2006; GUPTA; GOVINDARAJAN, 2001).

Os custos logísticos de transporte também podem ser reduzidos quando se trata de grandes volumes de mercadorias, pois menos manuseio por unidade é necessário. Como o transporte representa uma parcela significativa dos custos logísticos, o tamanho da carga impacta diretamente o número de operadores, a rota dos veículos e o tempo de carregamento. Por outro lado, cargas que não utilizam a capacidade total do veículo geram prejuízos tanto para o fornecedor quanto para o comprador, tornando fundamental a avaliação precisa das quantidades (BALLOU, 2006; GUPTA; GOVINDARAJAN, 2001).

Por fim, manter um nível maior de estoques pode ser justificado para mitigar incertezas nos prazos de entrega e produção, além de servir como proteção contra aumentos de preços futuros devido à escassez ou alta demanda de matérias-primas (BALLOU, 2006; GUPTA; GOVINDARAJAN, 2001).

Essa estratégia de economia gerada por volumes maiores de aquisição é conhecida como Economia de Escala. No entanto, esses benefícios não surgem automaticamente, exigindo um planejamento detalhado por parte de toda a equipe da empresa (GUPTA; GOVINDARAJAN, 2001).

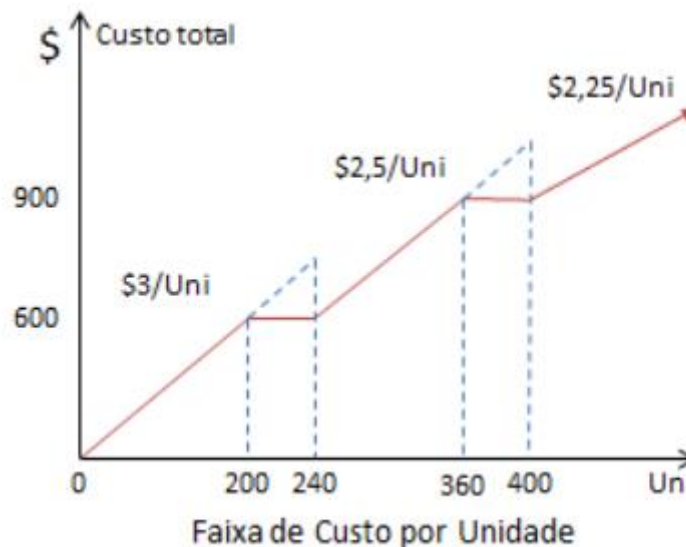
3. Modelo matemático

O problema aborda o ambiente de fabricação de diversos itens $i \in I$, incluindo produtos acabados, componentes, matérias-primas e estruturas semiacabadas, que são organizados por meio de uma lista de materiais. Esses itens serão produzidos ao longo de um horizonte de planejamento T . Trata-se de um problema multinível, em que cada item $i \in I$ é considerado tanto como um produto independente quanto como um pré-requisito para o produto final. O horizonte de planejamento é dividido em vários períodos $t \in T$, que são sequências inteiras e consecutivas de mesma duração. O estoque E_{it} de cada item i refere-se ao volume disponível ao final de um determinado período t . Além disso, podem ser necessários alguns recursos $r \in R$, como máquinas, ferramentas, espaço físico ou operários, para a produção dos itens (Souza & Loch, 2024).

Alguns itens podem apresentar economia de escala quando são produzidos ou adquiridos em grandes quantidades, o que cria conjuntos de faixas de preços K_i . Cada faixa $k \in K_i$ tem um limite b_{ik} que define a quantidade mínima para que o custo do item seja ajustado. Como a produção em quantidades maiores geralmente resulta em descontos, é esperado

que haja uma consolidação de itens, de modo que sejam fabricados em lotes maiores para aproveitar essas reduções de custo.

Figura 1 – Faixa de desconto por unidade de itens produzidos



Fonte: Li et al. (2012)

A Figura 1 ilustra os custos unitários de produção, que variam de acordo com o volume das remessas: \$3 para lotes com menos de 240 unidades, \$2,50 para lotes entre 240 e 400 unidades, e \$2,25 para volumes superiores a 400 unidades. Os pontos de 240 e 400 unidades são considerados como marcos de quebra. Caso a empresa consiga consolidar a produção para volumes superiores a 400 unidades, o custo unitário será otimizado. Além disso, quando o número de unidades adquiridas estiver entre 200 e 240, é mais vantajoso comprar 240 unidades para aproveitar o desconto da segunda faixa de preço. A mesma lógica se aplica para compras entre 360 e 400 unidades (LI et al., 2012).

Além do custo de produção, há o custo de manutenção de estoque, que pode aumentar se grandes quantidades de um produto permanecerem armazenadas, aguardando processamento ou venda. Por isso, é crucial equilibrar o volume de compras com o tempo certo para produzir ou adquirir um item, de forma a minimizar os custos totais.

O cronograma mestre de produção define a quantidade a ser fabricada de cada item em cada período. Nesse contexto, é permitido que o item seja entregue com atraso (Diaz-Madronero et al., 2016). Entretanto, ao final do período de planejamento, esses atrasos são penalizados de forma mais rigorosa, o que obriga o modelo a atender a demanda dentro do prazo estipulado, sempre que possível, penalizando o não atendimento.

Adicionalmente, cada recurso possui uma capacidade de produção limitada, que pode variar de acordo com o período analisado. O tempo de produção (lead time) de um item representa o número de períodos consecutivos necessários para sua fabricação ou para que o material chegue à fábrica, no caso de matérias-primas (Diaz-Madronero et al., 2016).

Para que a solução seja válida, é necessário respeitar as seguintes restrições (*Hard*):

- H1 – A capacidade de cada recurso não pode ser violada.
- H2 – As restrições de precedência devem ser respeitadas.
- H3 – Um tipo de item não pode ser adquirido em faixas de preço diferentes em um mesmo período.

Apesar de não serem obrigatórias, as soluções obtidas devem tentar respeitar os seguintes quesitos, sendo penalizadas quando não conseguem (*Soft*):

- S1 – Evitar sobrecarga dos recursos.

- S2 – Evitar atrasos no atendimento da demanda.
- S3 – Evitar que os recursos fiquem ociosos.
- S4 – Evitar o não atendimento da demanda.

Tabela 1 – Notação usada para a construção do modelo

Símbolo	Definição
Conjuntos e índices	
$t \in T$	Conjunto de períodos ($t = 1, 2, \dots, T$)
$t \in T^*$	Conjunto de todos os períodos até o instante atual ($t = 1, 2, \dots, T^*$), onde $T^* \in T$
$i \in I$	Conjunto de itens ($i = 1, 2, \dots, I$)
$i \in I_f$	Conjunto de itens acabados, ou item final ($i = 1, 2, \dots, I_f$), onde $I_f \in I$
$i \in I_c$	Conjunto de itens não acabados, ou componentes ($i = 1, 2, \dots, I_c$), onde $I_c \in I$
$j \in I$	Conjunto de itens com precedência a i , onde $j^i \in I$
$r \in R$	Conjunto de recursos ($r = 1, 2, \dots, R$)
$k \in K_i$	Conjunto de faixas de custo do item i ($k = 1, 2, \dots, K_i$)
Parâmetros	
α_i^k	Custo variável de produção ou compra do item i na faixa de custo k
β_i	Custo fixo de produção ou compra do item i
ρ_i	Custo de estoque do item i
γ_{rt}	Custo de horas extras do recurso r no período t
σ_i	Custo por unidade de itens i em atraso
μ_r	Custo por quantidade de tempo ocioso do recurso r
z_{ir}	Tempo necessário para uma unidade do item i ser produzido pelo recurso r
c_{rt}	Capacidade disponível do recurso r durante o período t
d_{it}	Demanda do item i no período t
a_{ij}	Quantidade do item i necessário para produzir uma unidade do item j
l_i^k	Lead time do produto i na faixa de custo k
b_i^k	Limite da faixa de preço k do item i
π_i	Demanda total do item i
Variáveis	
p_{it}^k	Quantidade do item i que deve ser produzida/comprada no período t na faixa de custo k
E_{it}	Estoque do item i no fim do período t
B_{it}	Quantidade em atraso do item i no fim do período t
T_{rt}^-	Horas de ociosidade do recurso r durante o período t
T_{rt}^+	Número de horas extras utilizadas no recurso r durante o período t
W_{it}^k	Binário que indica se o número de itens i produzidos no período t se enquadra na faixa de custo k
G_i^k	Quantidade de vezes em que o item i esteve na faixa k

Fonte: Souza e Loch (2024)

O modelo a seguir foi apresentado em Souza & Loch (2024), e será utilizado para a análise dos resultados apresentado neste trabalho. A função objetivo (7) representa um problema de minimização que considera diferentes custos. O termo O_1 está relacionado aos custos variáveis de produção, enquanto O_2 abrange os custos de manutenção de estoques. Já O_3 refere-se aos custos gerados por horas extras. O termo O_4 representa o custo associado a itens em atraso dentro do horizonte de planejamento ou, no último período T , o custo por não atendimento da demanda, sendo este 10 vezes maior que o custo por atraso. Além disso, O_5 se refere ao custo por tempo de ociosidade dos recursos e O_6 envolve o custo fixo de produção. Assim, a função objetivo visa otimizar o uso dos recursos, minimizando tempos ociosos e penalizando o uso de horas extras.

$$O_1 = \sum_{i=1}^I \sum_{t=1}^T \sum_{k=1}^{K_i} \alpha_i^k p_{it}^k \quad (1)$$

$$O_2 = \sum_{i=1}^I \sum_{t=1}^T \rho_i E_{it} \quad (2)$$

$$O_3 = \sum_{r=1}^R \sum_{t=1}^T \gamma_{rt} T_{rt}^+ \quad (3)$$

$$O_4 = \sum_{i=1}^I \sum_{t=1}^T \sigma_i B_{it} + \sum_{i=1}^I 10 \sigma_i B_{iT} \quad (4)$$

$$O_5 = \sum_{r=1}^R \sum_{t=1}^T \mu_r T_{rt}^- \quad (5)$$

$$O_6 = \sum_{i=1}^I \sum_{t=1}^T \beta_i W_{it} \quad (6)$$

$$\text{Min } O_1 + O_2 + O_3 + O_4 + O_5 + O_6 \quad (7)$$

Sujeito à

$$\sum_{t^*=1}^{T^*} \sum_{k=1}^{K_i} (P_{it^*}^k) + E_{i0} - E_{it} + B_{it} = \sum_{t=1}^{T^*} d_{it} \quad \forall t, i \in I_f \quad (8)$$

$$\sum_{t=1}^{T^*} \sum_{k=1}^{K_i} (P_{it}^k) + E_{i0} - E_{it} - \sum_{t=1}^{T^*} \sum_{j=1}^I \sum_{k=1}^{K_i} (a_{ij} P_{jt}^k) = 0 \quad \forall t, i \in I_c \quad (9)$$

$$\sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^{K_i} z_{ir} P_{it}^k + T_{rt}^- - T_{rt}^+ \leq c_{rt} \quad \forall r, t \quad (10)$$

$$b_i^{k-1} W_{it}^k \leq P_{it}^k \leq b_i^k W_{it}^k \quad \forall i, k, t \quad (11)$$

$$\sum_{k=1}^{K_i} W_{it}^k \leq 1 \quad \forall i, t \quad (12)$$

$$\sum_{t=1}^T W_{it}^k = G_i^k \quad \forall i, t \quad (13)$$

$$\sum_{k=1}^K b_i^k G_i^k = \pi_i \quad \forall i \quad (14)$$

$$P_{it}^k, E_{it}, B_{it}, T_{rt}^-, T_{rt}^+, G_i^k \geq 0 \quad \forall i, r, t, k \quad (15)$$

$$P_{it}^k, E_{it}, B_{it} \in \mathbb{Z}, W_{it}^k, Y_{it} \in \{0,1\} \quad \forall i, t, k \quad (16)$$

O conjunto de restrições (8) controla tanto o estoque quanto os atrasos de todos os produtos acabados, que são destinados a atender à demanda externa da empresa. Já o conjunto de restrições (9) gerencia o estoque de componentes e matérias-primas, que compõem a demanda interna, servindo como base para a produção dos produtos finais. As restrições (10) regulam a capacidade disponível, identificando o uso de horas extras e os períodos de ociosidade dos recursos. O conjunto de restrições (11) determina em qual faixa de custo o item se enquadrará em cada período, enquanto o conjunto (12) assegura que, no máximo, uma única faixa de custo seja selecionada. As restrições (13) monitoram quantas vezes o item i se enquadrou na faixa de preço k . O conjunto de restrições (14) é uma igualdade auxiliar que ajuda o solver a encontrar novos limites para o problema, sendo π_i calculado pela soma das demandas externas e internas de cada item i . As restrições (15) garantem que as variáveis não assumam valores negativos, e as restrições (16) definem os conjuntos numéricos aos quais as variáveis pertencem.

3. Heurística *fix-and-optimize*

Uma abordagem comum para resolver problemas de grande escala é o uso de métodos heurísticos, que conseguem encontrar soluções de qualidade em um curto espaço de tempo, mas sem garantir que a solução obtida seja a ideal (Dorneles et al., 2014). Essas heurísticas podem seguir uma lógica determinística ou aleatória, e têm sido eficazes na resolução de problemas que exigem decisões contínuas ao longo do tempo, onde as escolhas influenciam resultados futuros (Oliveira e Scarpin, 2020).

O método fix-and-optimize (F&O) funciona dividindo o problema principal em subproblemas menores de forma iterativa. Em cada um desses subproblemas, algumas variáveis têm seus valores mantidos fixos com base em uma solução inicial, enquanto outras variáveis são ajustadas para otimização. Isso permite que os subproblemas sejam solucionados por meio de solvers de programação linear (Dorneles et al., 2014).

O primeiro passo do processo é encontrar uma solução inicial que seja válida. Em seguida, as subdivisões do problema são definidas para determinar as vizinhanças que serão exploradas ao longo das iterações. Durante esse processo, algumas variáveis são liberadas para otimização, enquanto outras permanecem fixas conforme a solução inicial (Oliveira e Scarpin, 2021).

Cada subproblema é trabalhado até atingir o valor ótimo ou até o tempo de processamento estipulado ser alcançado. O objetivo é examinar várias vizinhanças, garantindo que o solver tenha tempo suficiente para realizar uma busca adequada em cada uma delas (Dorneles et al., 2014).

Se a solução de um subproblema superar a solução atual, ela passa a ser a nova solução válida. O processo continua, ajustando o conjunto de variáveis a ser otimizado. Se todas as vizinhanças forem exploradas sem melhorias, a complexidade do problema aumenta (Oliveira e Scarpin, 2021).

Quando uma melhoria é encontrada em uma vizinhança, essa nova solução é registrada, o contador de vizinhanças reiniciado, e a próxima iteração começa a partir do ponto onde a melhoria foi identificada. O aumento da complexidade só ocorre após todas as vizinhanças serem analisadas (Dorneles et al., 2014).

Como a heurística não garante a solução ótima, o processo é interrompido quando uma condição pré-estabelecida é atingida, como um número específico de iterações ou, neste caso, o tempo máximo de processamento (Oliveira e Scarpin, 2021).

Neste trabalho, utilizamos nove estratégias de decomposição para a heurística F&O. Dentre elas, cinco foram propostas por Thevenim et al. (2020), enquanto as outras quatro são apresentadas aqui, alternando as estratégias durante a troca de cardinalidade. Cada estratégia começa com a cardinalidade 1, concentrando-se na variável binária W_{it} , que define em qual faixa de custo o item será produzido. A seguir, descrevemos cada decomposição:

Decomposição por item: A cada iteração, o algoritmo libera todas as faixas de custo W_{itk} para todos os itens $i \in I$ para otimização. O processo é repetido até que o número de vizinhanças sem melhorias seja igual ao tamanho do conjunto I . Quando isso ocorre, dois conjuntos de variáveis são liberados, W_{itk} para $i \in I$ e W_{jtk} para $j \in I \setminus i$, e assim sucessivamente.

Decomposição por período: A cada iteração, todas as faixas de custo W_{itk} são liberadas sequencialmente para cada período $t \in T$. O processo continua até que o número de vizinhanças sem melhorias seja igual ao tamanho de T . A partir daí, dois conjuntos de variáveis são liberados: W_{itk} para $t \in T$ e W_{ihk} para $h \in T \setminus t$, repetindo o procedimento.

Decomposição por recurso: O algoritmo libera sequencialmente todas as faixas de custo W_{itk} para itens $i \in I$ que utilizam o recurso r ($A_{ir} > 0$). O procedimento se repete até que o número de vizinhanças sem melhorias seja igual ao tamanho do conjunto de recursos R , liberando, em seguida, dois conjuntos de variáveis: W_{itk} para $i \in \{A_{ir} > 0\}$ e W_{jtk} para $j \in \{A_{jr} > 0\} \setminus i$, e assim por diante.

Decomposição por precedência: Neste método, o algoritmo libera, a cada iteração, as faixas de custo W_{itk} para itens $i \in \{a_{ij} > 0\}$, para todos os $j \in I$. O processo continua até que o

número de vizinhanças sem melhorias seja igual ao tamanho de I . Então, dois conjuntos de variáveis são liberados: W_{itk} para $i \in \{a_{ij} > 0\}$ e W_{ltk} para $l \in \{a_{lm} > 0\}$, onde $m \in I \setminus j$.

Decomposição por ascendência: A cada iteração, o algoritmo libera as faixas de custo W_{jtk} para $j \in \{a_{ij} > 0\}$, para todos $i \in I$. Quando o número de vizinhanças visitadas sem melhorias é igual ao tamanho de I , dois conjuntos de variáveis são liberados: W_{itk} para $i \in \{a_{ij} > 0\}$ e W_{ltk} para $l \in \{a_{lm} > 0\}$, onde $m \in I \setminus j$.

Além dessas, também foram testadas combinações entre diferentes decomposições:

Decomposição por item/recurso: O algoritmo começa liberando variáveis conforme a decomposição por item. Se todas as vizinhanças forem exploradas sem melhorias, ao invés de aumentar a cardinalidade, a decomposição por recurso é aplicada. Após explorar as vizinhanças nessa nova estratégia, o algoritmo volta para a decomposição por item, desta vez aumentando a cardinalidade.

Decomposição por item/período: Segue a mesma lógica da decomposição item/recurso, mas alterna entre a decomposição por item e por período.

Decomposição por recurso/item: Inicia com a decomposição por recurso e, após explorar todas as vizinhanças, alterna para a decomposição por item.

Decomposição por período/item: Semelhante à decomposição recurso/item, mas alternando entre período e item.

Estratégias que alternavam entre recurso e período não apresentaram resultados satisfatórios nos testes iniciais, sendo descartadas.

4. Resultados computacionais

Neste capítulo, serão discutidos os testes realizados com o objetivo de validar tanto o modelo quanto o método proposto, incluindo variações de problemas-teste amplamente conhecidos na literatura.

Os experimentos foram desenvolvidos no Microsoft Visual Studio 2019, utilizando o solver de otimização GUROBI 9.1.2, e executados em um computador com processador Intel Core i5-6200U, 2,4 GHz, 8 GB de RAM, rodando o sistema operacional Windows 10.

Para validar o modelo e o método de solução, foram utilizados 38 problemas-teste descritos por Thevenim et al. (2020). Esses problemas foram escolhidos devido ao maior número de itens e à complexidade computacional elevada. A característica principal dos problemas é que, em grande parte dos casos, a demanda supera a capacidade de produção, resultando em penalidades por quebra de contrato. As faixas de preço foram definidas aleatoriamente, sendo que o número de faixas k para cada produto foi gerado de forma uniforme entre 1 e 3. Quando todos os produtos possuem apenas uma faixa de preço, o problema se reduz ao caso clássico do MRP. O limite de cada faixa de preço bik foi calculado com base no limite da faixa anterior, mais um valor gerado por uma distribuição uniforme entre a média do número de produtos necessários para atender à demanda e 80% da demanda total, conforme indicado na equação (17).

$$b_i^k = b_i^{k-1} + U\left(\frac{\sum P_{it}}{T}, 0.8 * \sum P_{it}\right) \forall i \quad (17)$$

Onde:

$\sum P_{it}$ – Número total de unidades do item i necessário para atender a demanda;

T – Número total de períodos;

O custo de produção das faixas de preço foram geradas usando a distribuição normal com a média da demanda por período e desvio de 20%, que apresentou ser um desvio médio para a variação dos preços observado na indústria.

Tabela 2 – Parâmetros dos problema-testes

Problema	Produto	Horizonte	Recurso	Nº Faixas Preço
1	8	7	3	16
2	13	9	4	27
3	17	11	5	27
4	22	9	4	42
5	27	11	5	49
6	28	9	4	58
7	38	9	4	82
8	40	17	8	73
9	49	11	5	106
10	58	5	2	116
11	68	11	5	141
12	88	11	5	175
13	108	5	2	216
14	116	9	4	233
15	133	9	4	253
16	145	15	7	282
17	152	11	5	295
18	154	17	8	331
19	156	19	9	305
20	156	21	10	307
21	186	15	7	352
22	253	19	9	509
23	271	7	3	551
24	334	13	6	687
25	409	7	3	860
26	468	13	6	898
27	482	11	5	1005
28	577	17	8	1165
29	617	11	5	1185
30	626	11	5	1260
31	706	9	4	1444
32	844	11	5	1703
33	976	17	8	1959
34	1206	7	3	2418
35	1386	13	6	2780
36	1451	9	4	2946
37	1479	9	4	2990
38	2025	9	4	4007

Fonte: Os autores (2024)

Cada instância é testada com as nove decomposições apresentadas e comparadas com a solução do GUROBI.

Por melhor que seja o desempenho do F&O, é comum que após algum tempo a heurística estabilize e pare de encontrar boas soluções para os problemas. Prevendo isto, após a busca através das decomposições, é realizado uma busca intensiva utilizando o solver, sem fixar nenhuma variável e utilizando a solução obtida pela heurística como solução inicial.

Os tempos de processamento foram fixados da seguinte maneira:

- Menos de 50 produtos: 500 segundos para a heurística F&O com resolução de cada subproblema limitado a 30 segundos, finalizando com 100 segundos de busca pelo solver. Totalizando 600 segundos de processamento.

- Entre 50 e 500 produtos: 3000 segundos para a heurística F&O com resolução de cada subproblema limitado a 30 segundos, finalizando com 600 segundos de busca pelo solver. Totalizando 3600 segundos de processamento.
- Mais de 500 produtos: 6000 segundos para a heurística F&O com resolução de cada subproblema limitado a 120 segundos, finalizando com 1200 segundos de busca pelo solver. Totalizando 7200 segundos de processamento.

Os valores da Tabela 7 são apresentados em forma de Δ^G (18) sendo que o valor alcançado via solver, Z_u , é usado como a base de cálculo para os resultados encontrados pela heurística, Z_h . Deste modo, quando a heurística obtém resultados melhores do que o solver o valor de Δ^G se torna negativo. Quanto mais negativo o valor de Δ^G , melhor é a solução apresentada pela heurística em comparação ao solver. Em contra partida, o mesmo pode ser dito sobre o solver quanto mais positivo for Δ^G .

$$\Delta^G = \frac{(Z_h - Z_u)}{Z_u} * 100 \quad (18)$$

A Tabela 3 apresenta os resultados obtidos. Na coluna com as soluções obtidas pelo solver (Z_u), os valores sublinhados são os problemas-teste aos quais o solver obteve solução ótima e os valores com X são os problemas-teste em que o solver não conseguiu obter uma solução factível.

Tabela 3 – Resultados

Inst	(Z_u)	Prod	Perío	Recur	Preced	Ascend	Prod/Rec	Prod/Peri	Recur/Prod	Perio/Prod
1	<u>229</u>	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
2	<u>33221</u>	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
3	<u>28684</u>	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
4	<u>9336</u>	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
5	<u>8183</u>	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
6	<u>352</u>	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
7	<u>10398</u>	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,001
8	10013	0,094	0,127	0,00	0,016	0,035	0,097	0,112	0,025	0,127
9	6307	0,002	0,017	0,000	0,001	0,000	0,002	0,002	0,000	0,205
10	<u>1230</u>	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
11	<u>29491</u>	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
12	18900	-0,003	-0,003	-0,004	-0,004	-0,004	0,147	-0,003	-0,004	0,082
13	<u>11406</u>	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
14	1493	0,002	0,002	0,000	0,000	0,000	0,000	0,002	0,000	0,002
15	6418	-0,002	-0,001	0,055	-0,039	-0,002	-0,002	-0,002	0,055	-0,038
16	49217	-16,764	-17,188	-15,503	-17,296	-16,827	-16,755	-16,755	-14,772	-17,180
17	58420	-26,993	-27,157	-19,887	-25,710	-26,743	-27,210	-26,981	-26,258	-27,125
18	93716	681,79	129,072	181,05	340,564	41,239	154,557	154,557	125,992	155,193
19	25970	-81,379	-85,621	-87,084	-87,455	-81,452	-81,392	-81,391	-85,951	-86,020
20	5779	-4,888	-4,186	16,008	10,882	-5,690	-4,880	-4,888	19,557	-4,119
21	14916	515,34	515,34	279,11	479,82	403,76	515,34	515,34	306,66	182,02
22	28177	4,767	0,792	-0,260	-0,041	0,073	2,911	4,767	-0,105	0,792
23	103969	31,477	-94,549	-91,818	-92,169	-92,167	-92,373	-91,525	-91,880	-94,328
24	237539	82,533	82,533	95,222	-3,773	-3,789	78,893	86,090	76,142	26,260
25	22750	-40,085	-49,085	19,064	-9,958	-44,170	-42,559	-42,559	-40,909	-48,068
26	1048051	-92,271	-94,549	-22,291	-5,553	25,268	30,709	31,477	-22,614	-94,328

27	20894	73,365	-50,358	60,156	57,086	42,590	69,926	59,700	208,027	-53,537
28	125818	252,91	11,42	37,93	245,33	26,12	251,10	253,05	24,500	11,245
29	60660	-80,66	-82,92	-81,11	-81,81	-83,23	-81,36	-80,77	-78,55	-82,94
30	11936	72,392	-15,014	-11,988	82,625	0,420	51,112	47,007	-13,128	-15,065
31	750143	28,099	-21,846	37,707	23,395	-4,441	28,099	28,453	34,041	-22,047
32	82073	-52,576	-85,522	-58,421	-37,163	-51,866	-52,564	-51,685	-63,777	-85,667
33	14554	117,77	23,57	32,40	100,32	81,95	117,77	117,77	16,96	25,58
34	X	34481	14521	33590	34149	30442	34481	34481	32115	14577
35	400918	48,617	-66,397	-21,335	14,948	43,260	49,925	49,925	-9,782	-66,887
36	X	201858	48341	201805	197999	139017	201858	201858	201805	47075
37	X	26216	15948	26190	25906	23810	26216	26216	26218	16188
38	5501	21,269	19,979	-13,934	19,031	27,202	34,764	47,898	-14,507	18,330
$\Delta^G \leq 0$	-	23(13)	28 (18)	28(15)	26 (15)	27 (15)	23 (12)	23 (13)	28 (16)	25 (16)

Fonte: Os autores (2024)

A Tabela 3 apresenta os resultados obtidos. Na coluna com as soluções obtidas pelo solver, os valores sublinhados são os problemas-teste aos quais o solver obteve solução ótima e os valores com X são os problemas-teste em que o solver não conseguiu obter uma solução factível.

Vemos que a heurística obteve solução competitiva para a maioria dos problemas-testes, onde o valor de $\Delta^G = 0$, mostrando que a solução encontrada é igual ou muito próxima a solução encontrada pelo solver. Em 21 problemas-teste a heurística obteve ao menos uma solução superior a do solver, que podem ser encontrados observando os valores onde $\Delta^G < 0$. Mas, em apenas em dez destes casos a heurística obteve melhorias robustas, em todas as decomposições, sendo estes os problemas 16, 17, 19, 25, 26, 29, 32, 34, 36 e 37.

Já na última linha da tabela, temos a quantidade de vezes que Δ^G obteve valor menor ou igual ao solver, sendo o valor entre parênteses a quantidade de vezes que este foi menor. Ao analisarmos este indicativo vemos que a decomposição por período obteve 28 valores inferiores ao do solver, sendo 18 delas menores, mostrando que está decomposição é a que produz resultados mais regulares e com o maior número de resultados superiores aos do solver.

5. Conclusões

Este estudo propôs nove abordagens de decomposição para resolver um modelo MRP com faixas de preço, utilizando a heurística fix-and-optimize, com o objetivo de avaliar o desempenho de cada estratégia. As abordagens foram organizadas em cinco estratégias de decomposição principais (produto, período, recurso, precedência e ascendência) e quatro estratégias combinadas (produto/período, produto/recurso, recurso/produto e período/produto), proporcionando maior flexibilidade na obtenção de soluções otimizadas. Nos testes realizados com 38 instâncias da literatura, o método superou o solver em 10 problemas e apresentou soluções melhores em 21 deles, destacando-se a decomposição por período. Para os problemas de maior complexidade, as heurísticas se mostraram mais eficazes, especialmente em três casos onde o solver não conseguiu encontrar soluções factíveis. Como continuação deste estudo, recomendamos a aplicação do modelo em um ambiente industrial real, modelando os desafios operacionais do cotidiano, particularmente nas áreas de operação e manutenção de itens, que muitas vezes não podem ser quantificados financeiramente, mas frequentemente representam o principal obstáculo na gestão de grandes estoques.

Referências

- BALLOU, R. H. Gerenciamento da Cadeia de Suprimentos/Logística Empresarial, 5º ed., Porto Alegre: Bookman, 2006.
- DÍAZ-MADROÑERO, M.; MULA, J.; JIMÉNEZ, M.; PEIDRO, D. A rolling horizon approach for material requirement planning under fuzzy lead times. *International Journal of Production Research*, v. 55, n. 8, p. 2197-2211, 2016. DOI: 10.1080/00207543.2016.1223382.
- DORNELES, A. P.; ARAUJO, O. C. B.; BURIOL, L. S. A fix-and-optimize Heuristic for the High School Timetabling Problem. *Computers & Industrial Engineering*, vol. 52, pp. 29-38, 2014.
- GUPTA, A. K.; GOVINDARAJAN, V. Converting Global Presence into Global Competitive Advantage, *Academy of Management Executive*, v. 15, n. 2, pp. 45-56, 2001. DOI: 10.5465/AME.2001.4614881.
- KE, G.; CHEN, R.; CHEN, Y.; WANG, S.; ZHANG, X. Using colony optimisation for improving the execution of material requirements planning for smart manufacturing. *Enterprise Information Systems*, 2020. Link: <https://doi.org/10.1080/17517575.2019.1700552>.
- LAURINDO, F. J. B.; MESQUITA, M. A. Material requirements planning: 25 anos de história – Uma revisão do passado e prospecção do futuro. *Gestão & Produção*, v. 7, n. 3, p. 320-337, 2000.
- LI, Z.; BOOKBINDER, J. H.; ELHEDHLI, S. Optimal shipment decisions for an airfreight forwarder: Formulation and solution methods. *Transportation Research Part C*, n. 21, p. 17-30, 2012.
- OLIVEIRA, J. D.; SCARPIN, C. T. A Relax-and-Fix Decomposition Strategy Based on Adjacent Nodes Applied to the Periodic Capacitated Arc Routing Problem (PCARP), *IEEE Latin America Transactions*, v. 18, n. 3, pp. 573-580, 2020.
- OLIVEIRA, J. D., & SCARPIN, C. T. Multi-Period Service Scheduling Problems: A New Model and Heuristic Approaches of Relax-and-Fix and Fix-and-Optimize, *IEEE Latin America Transactions*, v. 19, n. 9, pp. 1528-1536, 2021.
- ÖZTÜRK, C.; ÖRNEK, A. M. Capacited lot sizing with linked lots for general product structures in job shops. *Computers & Industrial Engineering*, n. 58, p. 151-164, 2010. DOI: 10.1016/j.cie.2009.10.002.
- ROSSI, T.; PERO, M. A simulation-based finite capacity MRP procedure not depending on lead time estimation. *International Journal of Operational Research*, v. 11, n. 3, p. 237-261, 2011.
- SOUZA, A. S. DE, & LOCH, G. V. Modelo de gestão de estoques com restrição de faixas de preço para obter economia de escala. *Revista De Gestão E Secretariado*, 15(8). 2024. <https://doi.org/10.7769/gesec.v15i8.4187>
- THEVENIM, S., ADULYASAK, Y., & CORDEU, J. F. Material Requirements Planning Under Demand Uncertainty Demand Uncertainty. *Production and Operations Management*. 2020. DOI:10.1111/poms.13277.