

Utilização do problema de p -medianas para subdividir uma região: Aplicação ao município de São José dos Pinhais

Tarley Mansur Fantazzini (Universidade Federal do Paraná) tarley_mansur@hotmail.com
Maria Teresinha Arns Steiner (Universidade Federal do Paraná e Pontifícia Universidade Católica do Paraná)
tere@ufpr.br; maria.steiner@pucpr.br

Resumo:

O desenvolvimento de rotas busca definir o melhor e mais econômico caminho a ser percorrido com o objetivo de redução de tempo e aumento da eficiência. O presente trabalho busca subdividir uma região localizada no município de São José dos Pinhais, Paraná, com o objetivo de homogeneizar a carga de trabalho dos leitores de uma companhia de energia elétrica. O desenvolvimento deste trabalho foi dividido em 4 partes: primeiramente foram coletados os dados dos endereços, e suas devidas coordenadas geográficas, atendidos pela companhia em análise. Em seguida, com a utilização das coordenadas foram plotados pontos representantes de cada rua da região na plataforma *My Maps* para melhor visualização. Na terceira parte foram desenvolvidos quatro cenários, fazendo uso do modelo matemático do Problema de Localização de Facilidades (PLF ou Problema das p -medianas) e, com a utilização do *software* LINGO, foi possível obter os resultados. Por fim foi realizada uma análise comparativa entre os resultados obtidos em cada um dos quatro diferentes cenários.

Palavras chave: Problema de Otimização de Redes, Problema das p -medianas, *Software* LINGO.

The use of p -median problem to subdivide a region: Applied on the city of São José dos Pinhais

Abstract:

The development of routes aims to define the best and most economical way to be traveled in order to reduce time and increase efficiency. The goal of this paper is to subdivide a region located in the city of São José dos Pinhais, Paraná, aiming the workload balance among the “readers” of an electric power company. The development of this work was divided in 4 parts: first, we collected the data regarding the addresses, and their due geographic coordinates. Then, using these coordinates we plotted points representing each street in the region on the *My Maps* platform for better visualization. In the third part, four scenarios were developed, using the mathematical model of the Facility Location Problem (p -median problem) and along with the use of the LINGO software, it was possible to obtain the results. Finally, a comparative analysis was performed between the results obtained in each of the four different scenarios.

Key-words: Net Optimization Problem, P -median problem, Software LINGO.

1. Introdução

Com o avanço da tecnologia, hoje é possível resolver problemas de pesquisa operacional (PO) cada vez mais complexos. Atualmente, a PO vem sendo utilizada com o objetivo de

otimização, seja de uma rota, na utilização de recursos, na localização de facilidades (instalações), dentre muitos outros.

A PO começa com a definição de um problema a ser resolvido e então construindo-se uma modelagem matemática para o mesmo que tem como objetivo abstrair a essência do problema definido, e como restrições, as limitações apresentadas pelo problema. Com esta modelagem são feitas experimentações, na qual são testadas hipóteses. A medida que o problema é conduzido, poderão ser realizadas alterações no modelo matemático, sempre visando a obtenção de melhores resultados (HILLIER; LIEBERMAN, 2006).

Um tipo de problema que se destaca na PO, é o de otimização de rotas. Seja para a alocação de facilidades, estreitar o caminho entre fornecedor e consumidor, ou com algum outro objetivo, visando a economia de tempo e a redução de custos. Alguns métodos utilizados para otimização de rotas são: Problema de Localização de Facilidades (PLF), Problema do Caixeiro Viajante (PCV) e o Problema do Carteiro Chinês (PCC).

O problema dos leituristas de consumo de energia elétrica, realizado por funcionários de diversas companhias de energia existentes no país, consiste na definição de grupos (*clusters*) de pontos de demanda a serem atendidos (cada grupo de pontos deverá ser atendido por um leiturista), com a utilização do PLF e, subsequentemente, na definição da melhor rota dentro de cada um destes grupos, com o objetivo de minimizar o deslocamento.

O objetivo deste trabalho consiste em desenvolver a primeira etapa do problema dos leituristas, criando diferentes cenários para divisão de uma região, em **grupos**, a ser atendida por oito leituristas de uma companhia de energia elétrica localizada no município de São José dos Pinhais, Paraná. Há uma crescente demanda de fornecimento de energia elétrica no município e os leituristas devem passar por todas as localidades registradas no sistema da companhia, para registrar o consumo mensal.

O restante deste trabalho está organizado da seguinte forma: a seção 2 apresenta um referencial teórico sobre o PLF. Na seção 3 é explicada a metodologia da pesquisa. A obtenção e análise dos dados é apresentada na seção 4, seguida das considerações finais, discorridas na seção 5.

2. Fundamentação Teórica

Os PLFs têm como objetivo determinar o número de estabelecimentos a serem instalados e melhor distribuí-los dentre as diversas alternativas disponíveis, tendo em vista que uma melhor localização destas facilidades resultará em uma redução nos custos para a distribuição dos bens e serviços. (BELFIORE; FÁVERO, 2013).

Integrado ao PLF está o problema das p -medianas, que envolve a determinação da localização de p facilidades e designação dos clientes às facilidades, com o objetivo de redução no tempo de deslocamento e no custo. É possível que estas instalações estejam localizadas em qualquer local dos arcos que faça conexão com seus clientes. (ARENALES et al., 2007).

A formulação deste problema matemático consiste em um modelo de Programação Linear Inteiro Binário (PLIB). A seguir, de (1) a (5), encontra-se o modelo matemático apresentado por Senne e Lorena (2003) para o problema de p -medianas.

$$\text{Minimizar } \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_i \cdot d_{ij} \cdot x_{ij} \quad (1)$$

Sujeito a:

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1 \quad \text{para } j \in N \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ii} = p \quad (3)$$

$$x_{ij} \leq x_{ii} \quad \text{para } i, j \in N \quad (4)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad \text{para } i, j \in N \quad (5)$$

onde:

x_{ij} = matriz de alocações, em que:

$x_{ij} = 1$, se o vértice x_j é alocado ao vértice x_i ;

$x_{ij} = 0$, caso contrário;

$x_{ii} = 1$, se o vértice x_i é um vértice-mediana;

$x_{ii} = 0$, caso contrário.

n = número de nós na rede;

d_{ij} = distância entre o cliente j a facilidade i ;

a_i = peso atribuído a facilidade i ;

p = número de facilidades a serem abertas.

$N = \{1, \dots, n\}$.

A função objetivo (1) minimiza a distância entre clientes às facilidades. As restrições apresentadas em (2) e (4) garantem que cada cliente localizado em j seja atendido por uma única facilidade, e esta deve ser uma mediana. As restrições em (3) indicam o número de instalações (p) que deverão ser abertas. Por fim, as restrições em (5) indicam que as variáveis x_{ij} deverão ser binárias.

3. Metodologia

A metodologia de pesquisa é de natureza aplicada, tendo como objetivo gerar soluções para serem aplicadas na prática, envolvendo interesses locais (GERHARDT; SILVEIRA, 2009). Em relação ao objetivo do estudo, possui características de uma pesquisa exploratória, que segundo Gil (2008), tem o propósito tornar o problema mais explícito, proporcionando uma maior familiaridade com a situação.

Quanto ao delineamento da pesquisa, a mesma pode ser classificada como modelagem e simulação, que faz a utilização de técnicas matemáticas e computacionais para aprimorar o funcionamento de sistemas reais ou desenvolver representações de situações, com o objetivo de sistematizar o processo de tomada de decisões (MIGUEL et al., 2012).

Em relação a investigação da pesquisa, esta é classificada como uma pesquisa empírica normativa, que segundo Miguel et al. (2012) tem como objetivo conceber conhecimento, através do desenvolvimento de soluções para problemas, por meio de modelos de otimização

matemática. Quanto à abordagem, a pesquisa apresenta caráter quantitativo, recorrendo às análises matemáticas para mensurar fenômenos e chegar a resultados objetivos e brutos (FONSECA, 2002).

O objeto de estudo deste trabalho é uma companhia de energia elétrica localizada no município de São José dos Pinhais. A companhia é responsável pelo abastecimento elétrico da região, e o trabalho de leitura dos medidores elétricos é realizado por uma empresa terceirizada, denominada como empreiteira. A empreiteira dispõe de oito leituristas para a execução das leituras urbanas desta área.

Para o estudo do problema apresentado, foi necessário realizar o levantamento dos endereços de cada unidade consumidora e as respectivas coordenadas geográficas. Foi utilizada uma plataforma disponibilizada pelo *google maps*, denominada *my maps* para plotagem das coordenadas da região a serem analisadas.

4. Obtenção e Análise dos Resultados

Para realizar as leituras dos medidores de energia elétrica da região, a companhia de energia elétrica disponibiliza oito leituristas para a realização do trabalho, que deve ser realizado em um dia. Cada leiturista percorre em média 5 km por dia, e a quantidade de leituras é distribuída conforme a capacidade de execução das atividades de cada funcionário. Portanto, com o objetivo de encontrar um equilíbrio entre tamanho da rota a ser percorrida e quantidade de leituras a serem realizadas, foram realizadas quatro simulações (cenários) do problema com diferentes atribuições de pesos às leituras a serem realizadas.

Para solucionar o problema foi necessária a construção de um modelo matemático de um PLIB, baseado no problema de p-medianas, com o objetivo de otimizar as rotas a serem percorridas pelos leituristas da companhia de energia elétrica. O modelo matemático foi solucionado por meio do *software* LINGO.

Na Figura 1 é possível verificar a região de São José dos Pinhais que foi tomada como objeto de estudo deste trabalho. Foram plotados 132 pontos no mapa, e cada ponto está localizado no meio de cada um dos trechos das ruas e avenidas e representa o número de leituras a serem realizadas.

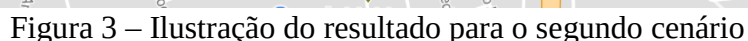




Fonte: Os autores (2018).

Tabela 1 – Resultados do primeiro cenário

Na Figura 2 é possível verificar o resultado do primeiro cenário, sem a atribuição de pesos para a realização dos cálculos. O tempo total que o *software* LINGO levou para encontrar o resultado foi de 38 minutos e 50 segundos. Na Figura 2, cada uma das cores representa um dos oito leituristas. A partir da análise dos resultados, na Tabela 1, é possível verificar que a divisão do trabalho, tanto em relação à distância percorrida como o número de leituras a serem realizadas, não é homogênea. O leiturista 4, por exemplo, irá atender um número muito maior de residências (1248 leituras) em comparação aos outros leituristas. Já o leiturista 8 irá percorrer uma distância pequena e atender poucas residências.



Fonte: Os autores (2018).

Tabela 2 – Resultados do segundo cenário

A Figura 3 mostra o resultado obtido para o segundo cenário, com os pesos de 1 e 0,2 atribuídos às leituras únicas e demais leituras, respectivamente. Também foi utilizado um critério para a distribuição dos pesos, em que, o peso máximo que cada leitorista pode receber é de 225, uma vez que a divisão da soma dos pesos pelo número de leitoristas resulta em aproximadamente 216. O tempo total da simulação para encontrar os resultados foi de 54 minutos e 55 segundos. Podemos perceber, a partir da Tabela 2, que há uma melhora na divisão do trabalho dos leitoristas como, por exemplo, o leitorista 8 irá percorrer uma distância menor, porém realizará mais leituras.

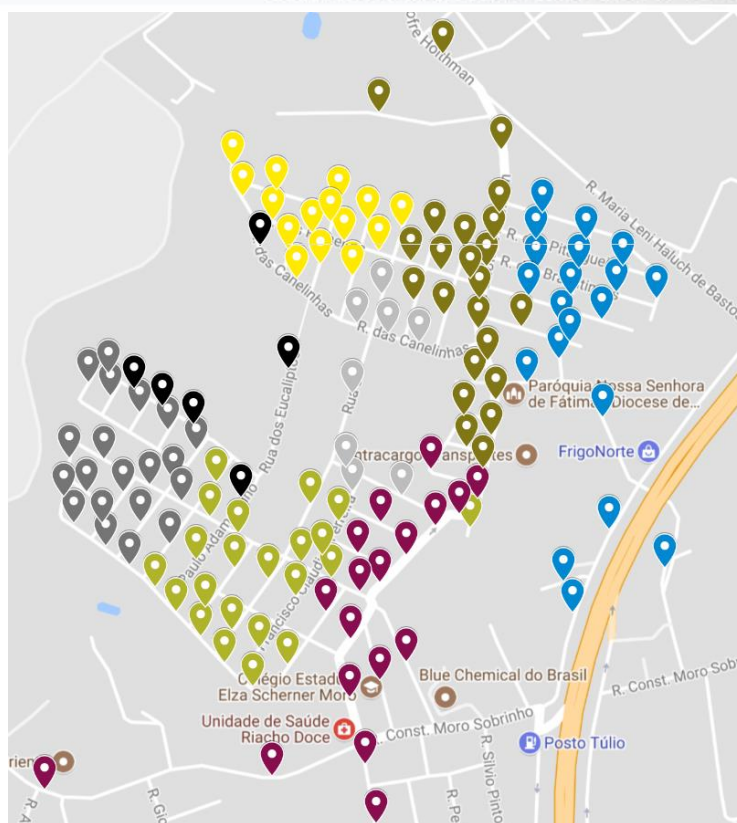


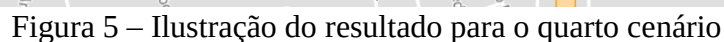
Figura 4 – Ilustração do resultado para o terceiro cenário

LEITURISTAS	DISTÂNCIA PERCORRIDA (M)	QUANTIDADE DE PONTOS	MEDIANAS	QUANTIDADE DE LEITURAS	PESO
1	4.838	23	Ponto 61	269	239,4
2	4.659	20	Ponto 36	273	235,8
3	4.653	18	Ponto 5	271	239,9
4	4.561	22	Ponto 82	254	238,5
5	3.659	20	Ponto 77	257	239,8
6	1.872	15	Ponto 57	257	238,3
7	1.867	6	Ponto 87	671	239,7
8	1.397	8	Ponto 48	437	211,2
TOTAL	27.506	132		2.689	1.882,6

Fonte: Os autores (2018).

Tabela 3 – Resultados do terceiro cenário

Na Figura 4 é possível verificar o resultado para o terceiro cenário, com os pesos de 1 e 0,3 atribuídos, respectivamente, às leituras únicas e demais leituras providas do mesmo local. Para buscar uma melhor divisão do trabalho, o peso máximo a ser designado a cada leiturista é de 240, uma vez que a divisão da soma de pesos pelo número de leituristas é de aproximadamente 235. O tempo total desta simulação foi de 3 horas 26 minutos e 29 segundos. É possível verificar que há uma melhor distribuição da carga de trabalho, sendo que os trabalhadores que percorrem uma maior distância são encarregados de um menor número de leituras. Podemos notar que apenas o leiturista 7 está com uma maior carga de trabalho em comparação aos demais, porém a diferença não apresenta uma discrepância demasiada.



Fonte: Os autores (2018).

Tabela 4 – Resultados do quarto cenário

Na Figura 5 é possível verificar o resultado obtido para o quarto cenário, com os pesos de 1 e 0,5 atribuídos às leituras únicas e demais leituras, respectivamente. Também foi utilizado um critério para a distribuição dos pesos, em que, o peso máximo que cada leitorista pode receber é de 310 e a divisão da soma dos pesos pelo número de leitoristas resulta em aproximadamente 273. Neste caso em específico, foi utilizado um número razoavelmente elevado em comparação à média dos pesos, pois há dois condomínios localizados na mesma rua com um total de 615 leituras a serem realizadas, portanto, para que o programa gere um resultado viável, é necessário que o peso esteja acima de 309,5 para cada leitorista. O tempo total da simulação para encontrar os resultados foi de 49 minutos e 32 segundos. Podemos

perceber, a partir da Tabela 2, que um dos leituristas ficará responsável por percorrer apenas uma rua, porém há uma boa distribuição da carga de trabalho quando comparamos a distância a ser percorrida juntamente com o número de leituras a serem realizadas.

5. Considerações finais

As organizações estão sempre buscando redução de custos e aumento da lucratividade para se manterem no mercado. A aplicação de técnicas da PO trazem diversos benefícios às companhias, e podem ser aplicadas em áreas distintas das empresas.

Neste presente trabalho buscou-se obter soluções otimizadas para o problema de agrupamento dos leituristas de uma companhia de energia elétrica. Com a utilização do modelo matemático do problema de p -medianas foi possível desenvolver e obter quatro soluções. Comparando estas soluções obtidas, foi possível perceber a necessidade da utilização de pesos para a resolução do problema, pois no primeiro cenário, onde não foram atribuídos pesos, encontrou-se uma solução que não apresenta uma divisão da carga de trabalho satisfatória. Já os demais cenários apresentaram melhores resultados.

Como os leituristas precisam realizar as leituras desta região analisada em um dia útil, seria adequado realizar testes com os três últimos cenários para verificar qual o que melhor se adequa ao problema. Vale destacar que faz-se necessário realizar uma medição do tempo em que o leiturista necessita para atender cada residência e também as demais leituras que possam ocorrer no mesmo endereço. Com esta medição, será possível definir qual dos cenários apresentados neste trabalho melhor se adequa a situação real.

Como sugestões para trabalhos futuros, tem-se a aplicação do PCC para encontrar as rotas que cada leiturista deverá percorrer dentro de cada um dos grupos.

Referências

ARENALES, M.; ARMENTANO, V.; MORABITO, R.; YANASSE, H. *Pesquisa Operacional para Cursos de Engenharia*. 2007.

BELFIORE, P.; FÁVERO, L. P. *Pesquisa Operacional: para Cursos de Engenharia*. Rio de Janeiro: Elsevier Ltd, 2013.

FONSECA, J. J. S. *Metodologia da pesquisa científica*. São Carlos: Serviço de Biblioteca e Informação ..., p. 1–127, 2002.

GERHARDT, T. E.; SILVEIRA, D. T. *A pesquisa científica*. Porto Alegre, 2009.

GIL, A. C. *Métodos e técnicas de pesquisa social*. 6º ed. São Paulo: Atlas, 2008.

HILLIER, F. S.; LIEBERMAN, G. J. *Introdução a pesquisa operacional*. 8º ed. São Paulo: McGraw-Hill, 2006.

MIGUEL, P. A. C.; FLEURY, A.; MELLO, C. H. P.; et al. *Metodologia de pesquisa em engenharia de produção e gestão de operações*. 2º ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2012.

SENNE, E. L. F.; LORENA, L. A. N. *Abordagens complementares para problemas de p-medianas*. Revista Produção, v. 13, p. 78–87, 2003.