

Otimização do processo de compras de matéria-prima de uma empresa metalúrgica, com a aplicação da Programação Dinâmica

Rafaela Boeira Cechin (Universidade de Caxias do Sul) rafaelacechin@hotmail.com

Leandro Luís Corso (Universidade de Caxias do Sul) leandro.lcorso@gmail.com

Resumo:

Em uma economia altamente competitiva, redução de custos pode ser o diferencial para uma organização se manter no mercado. A aplicação de métodos de otimização torna possível este controle nos gastos, sem afetar a qualidade dos produtos ou serviços prestados. Este artigo estuda a aplicação de Programação Dinâmica a compras de matéria-prima de uma empresa metalúrgica, a fim de otimizar o processo de compras e reduzir seus custos. Para isso, a empresa forneceu informações relacionadas a aquisição do material e capacidade e custo de estoque. Desta forma, comparado o resultado com três diferentes possibilidades de compras, e foi constatado uma possível redução de 71,8% para o período analisado com relação a um dos cenários de compra.

Palavras-chave: Programação Dinâmica, Otimização, Redução de custos.

Optimization of the raw material purchasing process of a metallurgical company, with the application of Dynamic Programming

Abstract:

In a highly competitive economy, cost savings may be the differential for an organization to stay in the market. The application of optimization methods makes this control in the expenses possible, without affecting the quality of the products or services provided. This article studies the application of Dynamic Programming to the purchase of raw material from a metallurgical company in order to optimize the purchasing process and reduce its costs. For this, the company provided information related to material acquisition and inventory capacity and cost. In this way, the result was compared with three different purchasing possibilities, and a possible reduction of 71.8% was verified for the analyzed period in relation to one of the purchase scenarios.

Keywords: Dynamic Programming, Optimization, Cost Reduction.

1. Introdução

O termo Indústria 4.0 caracteriza a nova revolução industrial, que está acontecendo nos dias de hoje e representa empresas inteligentes, flexíveis, dinâmicas e ágeis, e que tem a inovação tecnológica como uma de suas principais bases, conforme comenta Coelho (2016) em seu trabalho. O autor exemplifica a otimização de processos e recursos como um dos meios para aumentar a eficiência e produtividade, visando a atender as necessidades dos clientes com alta qualidade e baixo custo, para que a empresa possa acompanhar a inovações que estão acontecendo.

Otimizar um problema significa calcular o maior ou menor de valor de uma função, como, por exemplo, maximizar a capacidade produtiva de uma empresa ou minimizar os custos. Com esta finalidade, este artigo aplicou Programação Dinâmica (PD), que é um método para resolver

problemas de otimização, em que divide o problema em subproblemas, e o resultado de forma sequencial destes subproblemas leva à solução do problema original.

O conceito da PD pode ser utilizado em diversos exemplos práticos, como é o caso de Diban et al. (2016) que aplicaram PD para obter uma política ótima de replantio em plantações agrícolas comerciais, e que tenha emissão mínima de CO₂ em um horizonte de tempo finito. Já Wang et al. (2016) se aprofundaram no uso da PD em *big data*, em um algoritmo com objetivo de simplificar a programação paralela.

Scarcelli (2012) aplicou PD no planejamento de operações de sistemas hidrotérmicos de potência, para que as usinas hidrelétricas pudessem ser retratadas e otimizadas individualmente. Já Raupp, Gibbon e Beuren (2004) utilizaram esta técnica visando maximizar a produção, considerando diversas limitações na capacidade produtiva de uma empresa de cobertores e mantas.

Em seu trabalho, Duchaud et al. (2018) propuseram um algoritmo de PD que minimiza a energia comprada da rede, com o propósito de otimizar a comercialização de energia e gerenciar o estado de carga do Sistema de Armazenamento de Energia sob várias restrições. Zhang, Wu e Zuo (2016) sugeriram um algoritmo baseado em PD para solucionar um problema de minimização de combustível de um gasoduto em estado transitório.

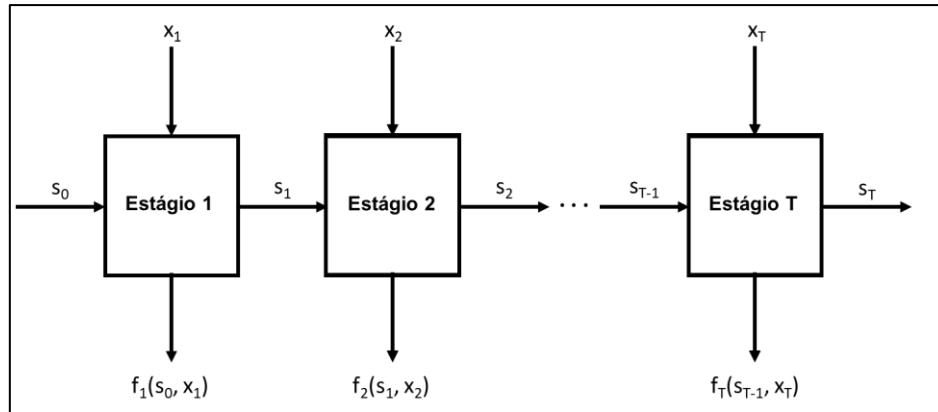
O objetivo deste estudo é aplicar PD para minimizar os custos de compras de uma matéria-prima utilizada em uma empresa metalúrgica presente em Caxias do Sul-RS, otimizando o processo administrativo de aquisição de materiais.

2. Referencial teórico

De acordo com Duchaud et al. (2018), Wang et al. (2016), Raupp, Gibbon e Beuren (2004) e Diban et al. (2016), Programação Dinâmica pode ser conceituada como um modelo matemático que divide o problema em estágios que ocorrem de forma sequencial. Deve-se encontrar a melhor solução para estágio, e combinando estas respostas, é obtido o ótimo do problema completo. Esta técnica foi criada, na década de 1950, por Richard Bellman, e não possui uma metodologia matemática padronizada para resolução, ou seja, a cada caso é necessário escrever novas equações para descreverem o comportamento do problema estudado, conforme relata Colin (2007).

Hillier e Lieberman (2005) e Raupp, Gibbon e Beuren (2004) citam que há duas classificações para um problema de PD: determinístico ou probabilístico. A primeira é para quando as variáveis de estado são discretas e o período de otimização é finito, ilustrado pelos autores como problemas de engenharia e ciências sociais; enquanto a especificação de probabilístico é para questões em que existe uma distribuição de probabilidade que influencia a tomada de decisão para o estágio seguinte.

Zhang, Wu e Zuo (2016), Scarcelli (2012) e Colin (2007) descrevem como um problema de PD se possuir, para um estágio t qualquer, um estado de entrada s_0 , estados de saída s_t , variável de decisão x_t que influencia na saída e no custo, custo do estágio $f_t(e_{t-1}, x_t)$ que é influenciado também pela demanda d_t , e a transformação ϕ_t do estágio t . O custo $f_t(e_{t-1}, x_t)$ mensura a eficiência da transformação das entradas em saídas, e ϕ_t representa as saídas como uma função das entradas, isto é, $s_t = \phi_t(s_{t-1}, x_t)$. A Figura 1 apresenta esquematicamente a generalização do conceito para T estágios.



Fonte: Adaptado de Colin (2007)

Figura 1 – Caso genérico para T estágios

Scarcelli (2012), Hillier e Lieberman (2005) e Zhang, Wu e Zuo (2016) apresentam a equação de continuidade de fluxo e o cálculo do custo, exibidos na Equação 1 e 2, respectivamente.

$$e_t = e_{t-1} + x_t - d_t \quad (1)$$

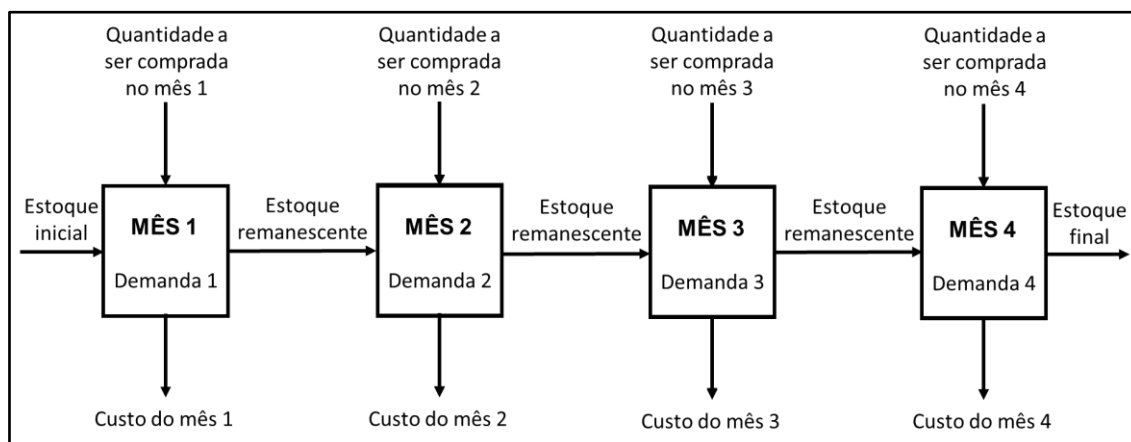
$$\max \text{ ou } \min f_t(e_{t-1}, x_t) = \max \text{ ou } \min \left[\left(\begin{array}{c} \text{custo do} \\ \text{estado } s_{t-1} \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} \text{custo da variável} \\ \text{de decisão } x_t \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} \text{custo do} \\ \text{estado } s_{t+1} \end{array} \right) \right] \quad (2)$$

3. Métodos e Resultados

Verificando os dados de uma empresa metalúrgica presente na cidade de Caxias do Sul – RS, foi possível coletar algumas informações referentes aos custos de compra de uma matéria-prima, um tubo redondo de aço SAE 1045, de 5” de diâmetro, e porém não foi permitido a divulgação de mais detalhes, como a peça e a aplicação que este material é utilizado, por se tratar de dados confidenciais e estratégicos da empresa. Este trabalho estudou os custos de quatro meses relacionados a compra e estoque deste tubo. A seguir, estão listadas estas informações:

- o estoque é limitado por restrição física de 100 metros de matéria-prima;
- estoque inicial do tubo é de 10 metros;
- as demandas mensais são de 20, 40, 10 e 30 metros, respectivamente para cada mês;
- por determinação da empresa, não deve sobrar esta matéria-prima em estoque no quarto mês;
- há um acordo prévio entre a empresa estudada e a que fornece a matéria-prima, que apenas valores múltiplos de 10 metros de tubo podem ser comprados;
- nos dois primeiros meses, o custo de entrega do pedido é de R\$300,00 a cada 10 m de material comprado, porém há um aumento para R\$400,00 para os demais meses;
- o custo de estoque é de 2% do valor total mensal do estoque para os dois primeiros meses, e de 2,5% para os dois seguintes;
- o preço do tubo é de R\$150,00/m para os meses 1 e 2, e R\$180,00/m para os meses 3 e 4.

Assim, estes dados foram relacionados com os parâmetros da Programação Dinâmica, conforme exibido na Figura 2.



Fonte: Elaborado pelos autores (2018)

Figura 2 – Dados do problema relacionados com a Programação Dinâmica

A Figura 2 apresenta a estrutura sequencial de como as decisões são tomadas, e é possível compreender que o estado de entrada e_0 é o estoque inicial, estados de saída e_t são os estoques remanescentes, a quantidade a ser comprada é uma variável de decisão x_t , e que $f_t(e_{t-1}, x_t)$ é o custo do mês t , que é influenciado também pela demanda d_t .

Em análises nos algoritmos desenvolvidos da PD e pela praticidade do cálculo, a solução do modelo ocorre de trás para frente, assim como Diban et al. (2016) implementaram em seu trabalho. Portanto, para este estudo, o cálculo iniciou-se no mês 4, em seguida o terceiro mês, depois foi calculado o mês 2, e finalizando no primeiro mês. O Quadro 1 mostra os custos para as quatro situações possíveis que ocorram no mês 4. Para este estágio, não deve sobrar estoque de matéria-prima, desta forma, o mês pode iniciar com nada em estoque, 10, 20 ou 30 metros do material, ou seja, $f_4(e_3 = 0, x_4)$, $f_4(e_3 = 10, x_4)$, $f_4(e_3 = 20, x_4)$ e $f_4(e_3 = 30, x_4)$.

Mês 4			
Estoque remanescente do estágio anterior	Quantidade a ser comprada	Custo total do estágio	Estoque final
0	30	R\$ 6.600,00	0
10	20	R\$ 4.445,00	0
20	10	R\$ 2.290,00	0
30	0	R\$ 135,00	0

Fonte: Elaborado pelos autores (2018)

Quadro 1 – Resultado do estágio 4

As quantidades de metros do material a serem compradas no estágio 4, apresentados no Quadro 1, foram calculadas com a equação de continuidade de fluxo, conforme a Equação 1. Assim, foi possível calcular x_4 , de acordo com as Equações 3 a 6.

$$\text{para } e_3 = 0: x_4 = e_4 - e_3 + d_4 = 0 - 0 + 30 = 30 \quad (3)$$

$$\text{para } e_3 = 10: x_4 = e_4 - e_3 + d_4 = 0 - 10 + 30 = 20 \quad (4)$$

$$\text{para } e_3 = 20: x_4 = e_4 - e_3 + d_4 = 0 - 20 + 30 = 10 \quad (5)$$

$$\text{para } e_3 = 30: x_4 = e_4 - e_3 + d_4 = 0 - 30 + 30 = 0 \quad (6)$$

O mês 3 pode iniciar com até 40 metros da matéria-prima em estoque, que é o somatório das demandas deste e do próximo mês. Para estes valores de estoque inicial, há algumas hipóteses possíveis, considerando a restrição citada anteriormente referente a compras de lotes múltiplos de 10 m. Estes cenários foram exemplificados no Quadro 2.

Estoque remanescente do estágio anterior	Estoque para estágio seguinte	Quantidade a ser comprada	Custo de estoque do material remanescente	Custo da compra
0	0	10	R\$ 0,00	R\$ 2.200,00
	10	20	R\$ 0,00	R\$ 4.400,00
	20	30	R\$ 0,00	R\$ 6.600,00
	30	40	R\$ 0,00	R\$ 8.800,00

Fonte: Elaborado pelos autores (2018)

Quadro 2 – Parte do estudo realizado para o estágio 3

Neste exemplo apresentado no Quadro 2, todas as hipóteses analisadas são as que iniciam o mês sem nada em estoque. Considerando a demanda deste estágio e as diferentes quantidades de material para deixar em estoque para ser utilizado no mês seguinte, foi necessário fazer um estudo para as possíveis quantidades para comprar. Neste exemplo, o único custo é o de compra, já que não há o custo de estoque, por não haver nenhum material remanescente do mês anterior. Este mesmo estudo foi realizado para as demais possíveis quantidades em estoque inicial e_2 , ou seja, 10, 20, 30 e 40 metros. O Quadro 3 mostra os menores custos destas análises para cada uma das condições iniciais, já que o problema em questão visa minimizar os custos.

Mês 3			
Estoque remanescente do estágio anterior	Quantidade a ser comprada	Custo total do estágio	Estoque a ser enviado para o próximo estágio
0	10	R\$ 2.200,00	0
10	0	R\$ 45,00	0
20	0	R\$ 90,00	10
30	0	R\$ 135,00	20
40	0	R\$ 180,00	30

Fonte: Elaborado pelos autores (2018)

Quadro 3 – Resultados do estágio 3

O custo mínimo exibido no Quadro 3 foi calculado pela Equação 7.

$$\min f_3(e_2, x_3) = \min \left[\left(\text{custo do estoque} \right)_{\text{do mês 2}} + \left(\text{custo da compra} \right)_{\text{do mês 3}} \right] \quad (7)$$

No segundo mês, o estoque inicial e_1 pode ser até 80 metros do material, que é o somatório das demandas dos estágios 2, 3 e 4. Já o estoque remanescente e_2 deve ser de até 40 m, conforme citado anteriormente. Sendo assim, o Quadro 4 apresenta os menores custos de cada análise do segundo mês, considerando estas condições.

Mês 2			
Estoque remanescente do estágio anterior	Quantidade a ser comprada	Custo total do estágio	Estoque a ser enviado para o próximo estágio
0	40	R\$ 18.000,00	0
10	30	R\$ 13.530,00	0
20	20	R\$ 9.060,00	0
30	20	R\$ 9.090,00	10
40	40	R\$ 7.320,00	40
50	30	R\$ 5.550,00	40
60	20	R\$ 3.780,00	40
70	10	R\$ 2.010,00	40
80	0	R\$ 240,00	40

Fonte: Elaborado pelos autores (2018)

Quadro 4 – Resultados do estágio 2

A análise feita para o mês 1 está exibida no Quadro 5. Este estágio tem somente uma condição inicial, ou seja, $e_0 = 10$, conforme descrito nas especificações do problema. Foram analisadas todas possíveis quantidades para ficarem em estoque e serem utilizadas nos meses seguintes, ou seja, e_1 de até 80 m. O Quadro 5 apresenta o menor custo $f_1(e_0 = 10, x_1)$ calculado.

Mês 1			
Estoque inicial	Quantidade a ser comprada	Custo total do estágio	Estoque a ser enviado para o próximo estágio
10	50	R\$ 9.030,00	40

Fonte: Elaborado pelos autores (2018)

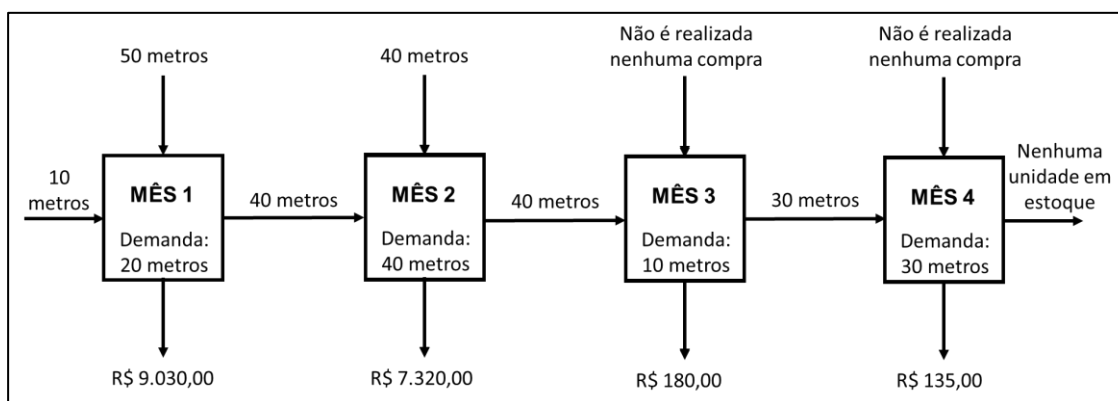
Quadro 5 – Resultados do estágio 1

Desta forma, foi calculado o resultado final do modelo de otimização, ou seja, a possibilidade com o menor custo possível, exibido no Quadro 6, e representado na Figura 3.

Mês	Estoque inicial do estágio	Quantidade a ser comprada	Custo total do estágio
1	10	50	R\$ 9.030,00
2	40	40	R\$ 7.320,00
3	30	0	R\$ 180,00
4	20	0	R\$ 135,00
Custo total:			R\$ 16.665,00

Fonte: Elaborado pelos autores (2018)

Quadro 6 – Resultado final



Fonte: Elaborado pelos autores (2018)

Figura 3 – Representação gráfica do cálculo obtido com PD

3.1. Análise do resultado

A fim de averiguar e quantificar a redução de custos possível com a otimização calculada, foi comparado o custo total com três diferentes cenários. No primeiro, a cada mês é comprado somente a quantidade necessária para atender a demanda, de acordo com o Quadro 7, em que é exibido também o custo de cada mês.

Cenário 1			
Mês	Estoque inicial do estágio	Quantidade a ser comprada	Custo total do estágio
1	10	10	R\$ 1.830,00
2	0	40	R\$ 18.000,00
3	0	10	R\$ 2.200,00
4	0	30	R\$ 6.600,00
Custo total:			R\$ 28.630,00

Fonte: Elaborado pelos autores (2018)

Quadro 7 – Cenário 1

No cenário 2, foi calculado para uma compra de toda a demanda no primeiro mês. Os custos desta hipótese estão apresentados no Quadro 8.

Cenário 2			
Mês	Estoque inicial do estágio	Quantidade a ser comprada	Custo total do estágio
1	10	90	R\$ 16.230,00
2	80	0	R\$ 240,00
3	40	0	R\$ 180,00
4	30	0	R\$ 135,00
Custo total:			R\$ 16.785,00

Fonte: Elaborado pelos autores (2018)

Quadro 8 – Cenário 2

Já para a última hipótese, foram consideradas duas compras, uma no primeiro mês e a outra no terceiro, dividindo a quantidade da demanda total, conforme Quadro 9.

Cenário 3			
Mês	Estoque inicial do estágio	Quantidade a ser comprada	Custo total do estágio
1	10	50	R\$ 9.030,00
2	40	0	R\$ 120,00
3	0	40	R\$ 8.800,00
4	30	0	R\$ 135,00
Custo total:			R\$ 18.085,00

Fonte: Elaborado pelos autores (2018)

Quadro 9 – Cenário 3

Então, foi comparado o resultado otimizado com a PD com os custos destes três cenários, apresentado no Quadro 10.

	Ganho (%)	Ganho (R\$)
Resultado da PD e Cenário 1	71,80%	R\$ 11.965,00
Resultado da PD e Cenário 2	0,72%	R\$ 120,00
Resultado da PD e Cenário 3	8,52%	R\$ 1.420,00

Fonte: Elaborado pelos autores (2018)

Quadro 10 – Comparativo dos custos

Analisando o Quadro 10, é possível observar uma redução de 71,8% nos custos, representando quase R\$ 12.000,00, quando comparado com o cenário com o pior desempenho.

4. Conclusão

Este artigo estudou o conceito de Programação Dinâmica com aplicação a minimização de custos de compras de tubo com especificação SAE 1045, utilizando como matéria-prima em uma empresa metalúrgica presente na cidade de Caxias do Sul-RS. Com as informações

coletadas na empresa, foi analisado que o menor custo possível foi de R\$ 16.665,00 para os quatro meses considerados neste trabalho. Este valor é relativo a uma compra no primeiro mês de 50 metros do material e outra de 40 m no segundo mês, e somando os custos de estoque.

Dando continuidade neste estudo, foram calculados os custos para três hipóteses diferentes, isto é, três maneiras possíveis de comprar o material para atender as demandas mensais. Após, foi comparado o resultado obtido com a utilização da Programação Dinâmica com estes valores. Observando o cenário com a pior performance, isto é, comprar somente a demanda do respectivo mês, ficou evidenciado uma possível redução de custos de R\$ 11.965,00 com a aplicação da PD, que representa 71,8%.

Conhecimento dos métodos de otimização pode ser vantajoso para os gestores das organizações, já que estas técnicas podem auxiliar na tomada de decisão. Assim, este trabalho teve como objetivo exemplificar o uso de Programação Dinâmica em aplicações práticas, possibilitando que os processos administrativos sejam realizados de forma otimizada. O modelo proposto resolve adequadamente o problema analisado, e desta forma, este artigo alcançou seus objetivos satisfatoriamente.

Referencial bibliográfico

COELHO, P.M.N. *Rumo à indústria 4.0*. 2016, 65 f. Dissertação de Mestrado em Engenharia e Gestão Industrial. Universidade de Coimbra, Coimbra.

COLIN, E.C. *Pesquisa Operacional: 170 aplicações em estratégia, finanças, logística, produção, marketing e vendas*. Livros Técnicos e Científicos, 2007.

DIBAN, P.; AZIZ, M.; FOO, D.; JIA, X.; LI, Z.; TAN, R. *Optimal biomass plantation replanting policy using dynamic programming*. Journal of Cleaner Production, v. 126, p. 409-418, 2016.

DUCHAUD, J.; NOTTON, G.; DARRAS, C.; VOYANT, C. *Power ramp-rate control algorithm with optimal State of Charge reference via Dynamic Programming*. Energy, v. 149, p. 709-717, 2018.

HILLIER, F.; LIEBERMAN, G. *Introduction to Operations Research*. 8. ed. Nova Iorque: McGraw-Hill, 2005.

RAUPP, F.M.; GIBBON, A.R.O.; BEUREN, I.M. *O uso da programação dinâmica pela contabilidade de custos na otimização de recursos escassos*. Contabilidade Vista & Revista, v. 15, n. 1, p. 73-89, 2004.

SCARCELLI, R.O.C. *Programação dinâmica aplicada à otimização individualizada e desacoplada das usinas hidrelétricas de sistemas hidrotérmicos*. 2012. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo, São Paulo.

WANG, C.; YU, C.; TANG, S.; XIAO, J.; SUN, J.; MENG, X. *A general and fast distributed system for large-scale dynamic programming applications*. Parallel Computing, v. 60, p. 1-21, 2016.

ZHANG, X.; WU, C.; ZUO, L. *Minimizing fuel consumption of a gas pipeline in transient states by dynamic programming*. Journal of Natural Gas Science and Engineering, v. 28, p. 193-203, 2016.