

## Otimização de linhas de produção utilizando programação linear: um estudo de caso na indústria metalúrgica

Fernanda Gomes de Andrade (UTFPR) [fgandrade02@gmail.com](mailto:fgandrade02@gmail.com)

Leticia Pavan da Silva (UTFPR) [leticiaa.pavan@hotmail.com](mailto:leticiaa.pavan@hotmail.com)

Rodrigo Salvador (UTFPR) [salvador.rodrigors@gmail.com](mailto:salvador.rodrigors@gmail.com)

João Carlos Colmenero (UTFPR) [colmenero@utfpr.edu.br](mailto:colmenero@utfpr.edu.br)

### Resumo:

Indústrias metalúrgicas que fornecem sistemas de armazenamento estão crescendo, porque as empresas estão se preocupando cada vez mais com a qualidade de seus produtos e a satisfação de seus clientes. Pensando nisso, as empresas têm buscado implantar, em seus centros de distribuição, uma logística eficiente. Os sistemas de armazenamento viabilizam a alocação de materiais, aproveitando ao máximo o espaço e aumentando a velocidade na movimentação dos produtos. Para atender à demanda da indústria metalúrgica e cumprir o prazo de entrega prometido aos clientes, o objetivo do estudo é otimizar a produção em uma empresa metalúrgica, a fim de minimizar os custos de produção e entregar o produto dentro do prazo prometido ao cliente, utilizando programação linear. Dados e informações sobre o processo produtivo foram coletados em uma indústria metalúrgica. O modelo matemático para a resolução desse problema foi construído com aplicação de programação linear e utilização da ferramenta Solver da planilha eletrônica do software Excel. Os resultados mostraram que a partir do momento que a empresa reconhece suas limitações, se torna mais simples a solução do problema e prova que com planejamento é possível conciliar a produção com qualidade e atender o cliente dentro do prazo estabelecido.

**Palavras chave:** Programação linear, tomada de decisão, planejamento da produção.

## Optimizing production lines by means of linear programming: a case study in the metallurgical industry

### Abstract

Metallurgical industries that provide storage systems have been growing, for companies have been worrying about the quality of their products and their customers' satisfaction. Therefore, companies have been seeking to establish efficient logistics in their distribution centers. Storage systems allow for the allocation of materials, making the most of space and increasing the speed in the motion of products. To answer the demand of the metallurgical industry and fulfill the promised delivery deadline, the aim of this study is to optimize the production in a metallurgical company, in order to minimize production costs and deliver the product within the promised deadline to the customer, using linear programming. Data and information about the production process were collected in a metallurgical industry. The mathematical model for solving this problem was built using linear programming and the Excel Solver tool. The results showed that once the company recognizes its limitations, it becomes simpler to solve the problem and it proves that with planning it is possible to reconcile production with quality and to meet customer demand within the promised delivery deadline.

**Key-words:** Linear Programming, decision-making, production planning.

## 1. Introdução

As empresas têm investido no desenvolvimento de estratégias para agregar valor ao produto e se tornar mais competitivas no mercado. Uma das formas encontradas é investir em logística de armazenamento, porque ela possibilita maior integração entre as cadeias de suprimentos, produção e distribuição. Ela reduz os custos, criando um sistema que flexibilize e aumente a velocidade na operação de armazenagem de produtos acabados, e assim solucionando os atrasos e problemas criados na estocagem de materiais. Dessa maneira, é possível dar mais informações aos clientes sobre onde se encontra seu produto.

As empresas se preocupam cada vez mais com a qualidade de seus produtos e a satisfação de seus clientes, pensando nisso as empresas tem buscado implantar, em seus centros de distribuição, uma logística eficiente, já que a logística é responsável por planejar, implementar e controlar o fluxo e armazenamento dos materiais. Os sistemas de armazenamento viabilizam a alocação de materiais, quando bem gerenciados evitam diversos problemas e a empresa garante otimização do processo e espaço, diminuindo custos desnecessários.

No caso de espaços reduzidos, há um sistema de armazenagem dinâmica, que verticaliza o estoque, aproveitando ao máximo o espaço, aumentando a velocidade na movimentação dos produtos e o usuário pode alocar seus produtos de acordo com o prazo de validade, se desejar. Segundo Phruksaphanrat et al. (2011) a capacidade reduzida de armazenamento faz com que as decisões sejam tomadas levando em consideração apenas a capacidade e isso prejudica os prazos de entrega de produtos, a capacidade de resposta ao cliente, a operação, os custos e a capacidade de uma empresa para competir, ocasionando até em perda de clientes e limitação do crescimento.

Por esse motivo, empresas metalúrgicas que fornecem sistemas de armazenamento estão crescendo, precisam atender às demandas do mercado e se manter à frente de seus concorrentes. Investir no planejamento da produção, de forma a atender o prazo de entrega prometido ao cliente e ao mesmo tempo reduzir custos na produção é um problema encontrado por essas empresas.

Uma maneira de solucionar o problema é com a utilização de programação linear, já que segundo Hiller e Lieberman (2006) “a programação linear é uma ferramenta para o planejamento de atividades para a obtenção de um resultado ótimo, respeitando as alternativas viáveis”. Desta maneira, para atender à demanda e cumprir o prazo de entrega aos clientes, o objetivo do estudo é otimizar a produção em uma empresa metalúrgica, a fim de minimizar os custos de produção e entregar o produto dentro do prazo prometido ao cliente, utilizando programação linear. Assim, esta seção (1) apresentou o contexto e as considerações iniciais do estudo.

A seguir será apresentado um referencial teórico a respeito de pesquisa operacional (2.1), programação linear (2.2) e planejamento e controle da produção (2.3) que servirão como base teórica para o desenvolvimento do estudo. Na seção 3 serão expostos os métodos utilizados para a solução do problema mencionado, contextualizando a empresa (3.1) e descrevendo o problema (3.2). Os resultados e as implicações são apresentados na seção 4. Finalmente, a seção 5 expõe as considerações finais acerca do estudo.

## **2. Referencial teórico**

### **2.1 Pesquisa Operacional**

O início da pesquisa operacional é geralmente relacionado com as atividades militares do início da Segunda Guerra Mundial. Devido à guerra, era necessário realizar a alocação dos escassos recursos disponíveis de forma eficiente nas diversas operações militares (HILLER E LIEBERMAN, 2006).

Segundo Hiller e Lieberman (2006), a medida que aumenta a complexidade e a especialização das empresas, realizar a alocação dos recursos disponíveis de forma eficiente se torna cada vez mais difícil. Para encontrar o melhor caminho para solucionar esses problemas é que se deu o surgimento da pesquisa operacional.

A pesquisa operacional é um método de apoio à tomada de decisão construído de forma coerente e estruturada, mas é preciso que o pesquisador estude os principais conceitos relacionados à pesquisa operacional (BELFIORE E FÁVELO, 2013), entre eles:

- a) Variáveis de Decisão: são as incógnitas que serão determinadas pela solução do modelo;
- b) Função Objetivo: é a função matemática que estabelece o valor-alvo que se tem a intenção de alcançar. Em função das variáveis de decisão, ela pode ser uma função de maximização ou minimização;
- c) Restrições: são um conjunto de equações e inequações na qual as variáveis de decisões do modelo devem satisfazer. Elas têm a função de limitar o sistema e elas influenciam diretamente os valores das variáveis de decisão.

Fazendo uso do conceito de pesquisa operacional, podem ser observados diversos tipos de programação, dentre eles, está a programação linear, abordada a seguir.

### **2.2 Programação linear**

Um modelo matemático em pesquisa operacional consiste em um conjunto de equações e inequações que tem por objetivo otimizar a eficiência do sistema e oferecer subsídios para que o tomador de decisão identifique as limitações do mesmo. Uma função é dita linear quando envolve apenas constantes e termos com variáveis de primeira ordem (BELFIORE E FÁVELO, 2013).

Quando a quantidade de recursos disponíveis é limitada deve ser realizada uma alocação cuidadosa, para isso, a programação linear é utilizada quando envolve problemas genéricos para alocar os recursos da melhor maneira possível (HILLER E LIEBERMAN, 2006).

Segundo HILLER E LIEBERMAN (2006) “um problema de programação linear inteira é aquele que está sujeito a uma restrição adicional, em que as variáveis de decisão devem possuir valores inteiros”.

Para a solução de problemas, tanto de programação linear como outros, pode-se fazer uso de métodos e ferramentas computacionais, um exemplo é o Solver. O Solver é um suplemento disponível na planilha eletrônica do Excel e possibilita o alcance de soluções ótimas para problemas de programação linear e permite realizar simulações a partir das mudanças de parâmetros na modelagem matemática.

O Solver é um aplicativo simples, mas extremamente poderoso para otimizar um parâmetro numérico. Ele consegue satisfazer as condições impostas ao encontrar o valor ótimo em uma

célula de destino (DELGADO-AGUILAR et al., 2018). De acordo com Küçükkelçi e Evren (2017), o Solver ter uma característica de trazer mais flexibilidade e liberdade aos pesquisadores, já que é possível manipular e analisar os dados por uma planilha eletrônica onde o número de funções que podem ser escritas no Excel é quase infinito.

Tais mencionadas ferramentas tornam a solução de problemas mais rápida, principalmente de problemas com um grande número de variáveis. Problemas como estes podem ser encontrados em diversas áreas e uma das áreas com frequente utilização é a de planejamento e controle da produção.

### **2.3 Planejamento e Controle da Produção**

O Planejamento e Controle da Produção (PCP) é uma área/ferramenta que auxilia o processo de tomada de decisão e facilita que as empresas consigam conciliar a produção, de forma a atender às demandas dos clientes.

Segundo Corrêa et al. (2012), planejar é entender como a situação presente e a visão do futuro podem influenciar na tomada de decisão, a fim de que as decisões tomadas no presente atinjam os objetivos no futuro. O PCP auxilia na tomada de decisão em vários níveis dentro de uma empresa, de forma a possibilitar o controle do presente e ter visão do futuro.

O objetivo do PCP é garantir que o processo de produção ocorra de forma eficaz e eficiente, para que assim possam ser produzidos produtos e serviços conforme os pedidos realizados pelos consumidores (SLACK et al., 2002).

Para Lustosa et al. (2008), o PCP tem como responsabilidade a realização da coordenação e aplicação dos recursos produtivos de maneira a atender da melhor forma possível os planos estabelecidos pelos níveis estratégico, tático e operacional.

## **3. Metodologia**

### **3.1 Empresa**

A empresa estudada é do setor metalúrgico e reconhecida pela qualidade de seus produtos e criatividade de seus projetos, e assim, cresceu e tornou-se uma empresa de grande prestígio no setor de movimentação e armazenagem de materiais. A empresa possui mais de 900 funcionários. Ela possui uma linha especial de produtos para infraestrutura logística, quando se refere a soluções em movimentação e armazenagem, com produtos baseados em aço, e desenvolve projetos de acordo com as necessidades de cada cliente. Sua produção alcança cerca de 3.000 toneladas por mês em sistemas de movimentação e armazenagem.

A empresa trabalha por pedidos especializados para cada cliente através de um projeto. O projeto é levado ao setor de PCP da empresa para realizar o desdobramento do mesmo. A definição deste sistema está exposta na Figura 1.

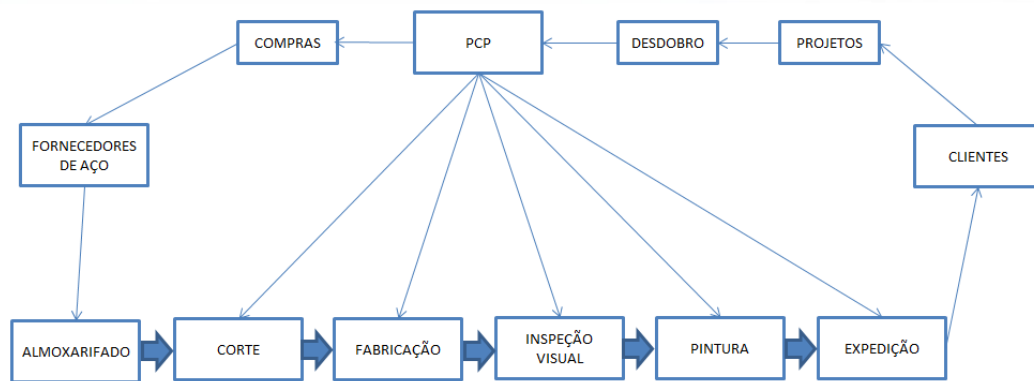


Figura 1: Definição do Sistema

Fonte: Autores (2018)

Um projeto de sistemas de armazenamento conta um centenas de itens, dentre eles há a produção de estantes de aço e, dentro das estantes de aço, este estudo focou no processo de produção de longarinas. O fluxograma do processo produtivo das longarinas está esquematizado na Figura 2.

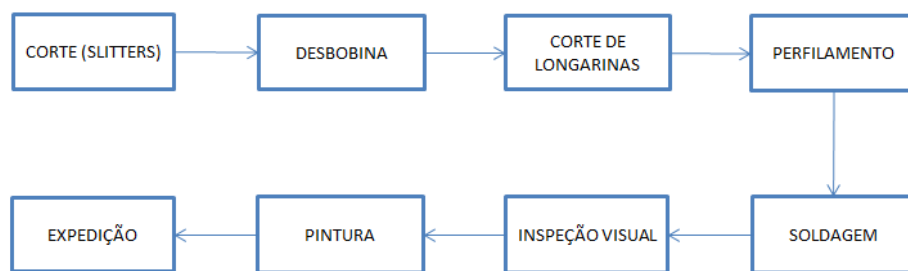


Figura 2: Fluxograma do processo produtivo de longarinas

Fonte: Autores (2018)

Ao chegar o pedido na linha de produção, o primeiro passo é o corte da bobina de aço formando os *slitters*, ou seja, fitas de aço. Em seguida, os *slitters* são desenrolados e vão para o corte, no qual é feito a *laser*. No perfilamento, essas são enfileiradas e seguem para a solda. A solda é realizada de forma manual e automatizada. Antes de serem pintadas, as longarinas passam pela inspeção visual, durante a qual é verificada a qualidade e a conformidade com a especificação do projeto. Por fim, as longarinas passam pelo processo de pintura e posterior secagem. Então são encaminhadas à expedição.

### 3.2 Descrição do problema

A empresa está tendo problemas com a decisão de alocação dos pedidos nas máquinas e recebeu um pedido de um cliente importante para ser entregue em 10 dias. Para atender a esse pedido é necessário fabricar 12.000 longarinas. A empresa trabalha em turno de oito horas por dia, com cerca 150 funcionários trabalhando nas linhas de produção. Ela possui três linhas de produção, linhas 1, 2 e 3. A linha 1 possui carga-máquina de 60 longarinas por hora, a linha 2 possui carga-máquina de 54 longarinas por hora e a linha 3 possui carga-máquina de 70 longarinas por hora. O custo de produção por longarina para cada linha é R\$5,00, R\$3,00 e R\$7,00 respectivamente. Sendo que as linhas de produção possuem produção mínima de 300 longarinas

por dia para a linha 1, 250 para a linha 2 e 400 para a linha 3, é necessário determinar se o pedido será entregue no prazo utilizando essa produção, minimizando o custo. Se não, qual seria a melhor maneira de entregar o pedido?

O modelo matemático para a resolução desse problema foi construído com aplicação de programação linear e utilização da ferramenta *Solver* da planilha eletrônica do software *Excel*. Ele deve ser resolvido por programação linear, com equações lineares, onde são decididas as variáveis de decisão, e depois definidas a função objetivo e suas restrições. A função objetivo está diretamente dependente das restrições, e o problema da empresa visa otimizar a produção minimizando os custos de produção. As restrições limitam e determinam a função objetivo, sendo que elas visam restringir a quantidade de longarinas produzidas.

#### 4. Resultados e Discussões

Para realizar a modelagem matemática foram necessárias definir as variáveis de decisão, elas são definidas por  $x_i$ , onde  $x$  é o número de longarinas produzidas pela linha de produção  $i$ . A Função Objetivo é definida como a minimização do custo de longarinas produzidas nas três linhas de produção, descritas pela Equação 1:

$$\text{Min}C = 5x_1 + 3x_2 + 7x_3 \quad \text{Eq. (1)}$$

A função objetivo está sujeita às restrições descritas pelas equações 2, 3, 4 e 5.

$$x_1 \geq 300 \quad \text{Eq. (2)}$$

Devido à produção mínima na linha de produção 1 ser de 300 longarinas.

$$x_2 \geq 250 \quad \text{Eq. (3)}$$

Devido à produção mínima na linha de produção 2 ser de 250 longarinas.

$$x_3 \geq 400 \quad \text{Eq. (4)}$$

Devido à produção mínima na linha de produção 3 ser de 400 longarinas

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 1472 \quad \text{Eq. (5)}$$

A soma da produção das três linhas de produção não deve ultrapassar o número de 1.472 devido à máxima capacidade de produção das linhas. Para encontrar a produção máxima de longarinas por dia basta multiplicar a carga-máquina de cada longarina por oito horas de trabalho, conforme a Tabela 1:

|                | Carga<br>Máquina | Horas<br>Trabalhadas | Produção máx. |
|----------------|------------------|----------------------|---------------|
| <b>Linha 1</b> | 60               | 8                    | 480           |
| <b>Linha 2</b> | 54               | 8                    | 432           |
| <b>Linha 3</b> | 70               | 8                    | 560           |
| <b>Total:</b>  |                  |                      | 1472          |

Fonte: Autores (2018)

Tabela 1: Produção máxima de longarinas

As restrições do problema são apresentadas na Tabela 2.

| Variáveis de Decisão                                     |       |       |       |             |
|----------------------------------------------------------|-------|-------|-------|-------------|
|                                                          | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ |             |
| Função Objetivo                                          |       |       | Total |             |
| Minimizar Custo:                                         | 5     | 3     | 7     |             |
| Sujeito à:                                               |       |       | LHS   | RHS         |
| Quantidade mínima de longarinas produzidas na linha 1    | 1     | 0     | 0     | $\geq$ 300  |
| Quantidade mínima de longarinas produzidas na linha 2    | 0     | 1     | 0     | $\geq$ 250  |
| Quantidade mínima de longarinas produzidas na linha 3    | 0     | 0     | 1     | $\geq$ 400  |
| Quantidade máxima de longarinas que podem ser produzidas | 1     | 1     | 1     | $\leq$ 1472 |

Fonte: Autores (2018)

Tabela 2: Parâmetros do modelo com as restrições e os dados do problema

A otimização se deu utilizando a ferramenta Solver, presente no Excel. Na Tabela 3, as células roxas representam a quantidade de longarinas produzidas em cada uma das linhas de produção e a célula laranja representa o valor do custo otimizado.

| Variáveis de Decisão                                     |       |       |       |                 |
|----------------------------------------------------------|-------|-------|-------|-----------------|
|                                                          | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ |                 |
|                                                          | 300   | 250   | 400   |                 |
| Função Objetivo                                          |       |       | Total |                 |
| Minimizar Custo:                                         | 5     | 3     | 7     | 5050            |
| Sujeito à:                                               |       |       | LHS   | RHS             |
| Quantidade mínima de longarinas produzidas na linha 1    | 1     | 0     | 0     | 300 $\geq$ 300  |
| Quantidade mínima de longarinas produzidas na linha 2    | 0     | 1     | 0     | 250 $\geq$ 250  |
| Quantidade mínima de longarinas produzidas na linha 3    | 0     | 0     | 1     | 400 $\geq$ 400  |
| Quantidade máxima de longarinas que podem ser produzidas | 1     | 1     | 1     | 950 $\leq$ 1472 |

Fonte: Autores (2018)

Tabela 3: Solução obtida Modelo resolvido pelo Solver (Excel)

O custo para produzir 950 longarinas é R\$ 5.050,00, então para produzir as 12.000 longarinas, o custo será de R\$ 63.789,47. Para saber em quantos dias o pedido será entregue com essa produção diária divide-se o número de longarinas necessárias pelo número de longarinas

produzidas por dia nas três linhas, então será possível entregar o pedido em 13 dias. Com esses valores verifica-se que não será possível atender ao pedido do cliente, além de apresentar um custo relativamente alto. A empresa terá pouca porcentagem de lucro e não seria vantajoso realizar o pedido.

Como o cliente é importante, necessita-se encontrar outra solução para que possa entregar o pedido dentro do prazo, portanto, a produção de 12.000 precisa ocorrer em 10 dias. Para isso foi incluída a seguinte restrição apresentada na Eq. (6).

$$x_1 + x_2 + x_3 \geq 1200 \text{ Eq. (6)}$$

Para produzir as 12.000 longarinas em 10 dias, necessita que sejam produzidas pelo menos 1.200 longarinas por dia, então a soma da produção diária das três linhas deve ser maior ou igual a 1.200. Acrescentando esta restrição, realizou-se outra otimização e o resultado encontrado está exposto na Tabela 4.

| Variáveis de Decisão                                             |       |       |       |       |    |      |
|------------------------------------------------------------------|-------|-------|-------|-------|----|------|
|                                                                  | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ |       |    |      |
|                                                                  | 300   | 500   | 400   |       |    |      |
| Função Objetivo                                                  |       |       |       | Total |    |      |
| Minimizar Custo:                                                 | 5     | 3     | 7     | 5800  |    |      |
| Sujeito à:                                                       |       |       |       | LHS   |    | RHS  |
| Quantidade mínima de longarinas produzidas na linha 1            | 1     | 0     | 0     | 300   | >= | 300  |
| Quantidade mínima de longarinas produzidas na linha 2            | 0     | 1     | 0     | 500   | >= | 250  |
| Quantidade mínima de longarinas produzidas na linha 3            | 0     | 0     | 1     | 400   | >= | 400  |
| Quantidade máxima de longarinas que podem ser produzidas por dia | 1     | 1     | 1     | 1200  | <= | 1472 |
| Quantidade mínima de longarinas que devem ser produzidas por dia | 1     | 1     | 1     | 1200  | >= | 1200 |

Fonte: Autores (2018)

Tabela 4: Solução final obtida Modelo resolvido pelo Solver (Excel)

Com a nova análise verifica-se que o custo para produzir 1.200 longarinas por dia aumentou para R\$ 5.800,00, mas para produzir as 12.000 longarinas o custo acaba diminuindo para R\$ 58.000,00, além de ser possível entregar o pedido no prazo exigido de 10 dias.

## 5. Conclusões

A indústria metalúrgica está sempre em alta oferecendo soluções para o mercado altamente competitivo. A empresa estudada já é conhecida no mercado pela sua qualidade, mas ela precisa de mais diferenciais, assim, o estudo cumpriu seu objetivo de encontrar a solução ótima que equilibra baixo custo e o tempo adequado de entrega ao cliente.

O uso da programação linear foi essencial para chegar à simples e rápida solução do problema

de produção. Muitos problemas similares estão presentes na mesma empresa, assim como em empresas similares e demandam de soluções imediatas para que seja possível um correto e acurado planejamento e controle da produção. A empresa necessita saber de suas capacidades e estar ciente de suas restrições para que uma solução de problema com o uso de programação linear (como apresentado aqui) seja possível.

No caso apresentado, é possível perceber que a partir do momento que a empresa reconheceu suas limitações, se tornou mais simples a solução do problema e provou que com planejamento é possível atender a um pedido importante e ainda ter uma pequena folga para produzir os demais pedidos. Após a realização deste estudo, a empresa poderá replicar a modelagem para outros produtos no qual ela fabrica e otimizar a produção em outros setores da empresa.

### **Agradecimentos**

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo financiamento das nossas pesquisas.

### **Referências**

- BELFIORE, P.; FÁVERO, L. P.** *“Pesquisa Operacional para Cursos de Engenharia”*, Editora Campus, Rio de Janeiro, 534 p. (2013).
- CORRÊA, H. L.; GIANESI, I. G. N.; CAON, M.** *Planejamento, Programação e Controle da Produção: MRP II/ERP: Conceitos, uso e implementação: Base para SAP, Oracle Applications e outros softwares integrados de gestão*. 5ª Edição, São Paulo: Editora Atlas, 2012.
- DELGADO-AGUILAR, M.; VALVERDE-SOM, L.; CUADROS-RODRÍGUEZ, L.** *Solver, an Excel application to solve the difficulty in applying different univariate linear regression methods*. *Chemometrics And Intelligent Laboratory Systems*, [s.l.], v. 178, p.39-46, jul. 2018. Elsevier BV.
- HILLIER, F.; LIEBERMAN, G. J.** *Introdução à Pesquisa Operacional*; tradução: Ariovaldo Griesse. 8 ed. São Paulo: McGraw-Hill, 2006.
- KÜÇÜKELÇİ, D. T.; EVREN, A.** *A Comparison Between Microsoft Excel Solver and Ncss, Spss Routines for Nonlinear Regression Models*. *Journal of Engineering Technology and Applied Sciences*, Turkey, v. 2, n. 2, p.91-100, 9 out. 2017.
- LUSTOSA, L.; MESQUITA, M. A.; QUELHAS, O.; OLIVEIRA, R. J.** *Planejamento, Programação e Controle da Produção*. 4. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2008.
- PHRUKSAPHANRAT, B.; OHSATO, A.; YENRADEE, P.** *Aggregate production planning with fuzzy demand and variable system capacity based on theory of constraints measures*. *International Journal of Industrial Engineering*, Pathumtani, Tailândia, 2011.
- SLACK, N.; CHAMBERS, S.; JOHNSTON, R.** *Administração da Produção*. 2. ed. São Paulo: Atlas, 2002.