

Testes de Diferentes Valores do Parâmetro *Big M* do Modelo Matemático Para o Problema do Carteiro Rural Capacitado com Janelas de Tempo

Diego Venâncio Thomaz (Grupo de Tecnologia Aplicada à Otimização (GTAO) / Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR)) dvthomaz@utfpr.edu.br

Gustavo Valentim Loch (Grupo de Tecnologia Aplicada à Otimização (GTAO) / Universidade Federal do Paraná (UFPR)) gustavo.gvalentim@gmail.com

Cassius Tadeu Scarpin (Grupo de Tecnologia Aplicada à Otimização (GTAO) / Universidade Federal do Paraná (UFPR)) cassiusts@gmail.com

Tatiane Tambarussi / Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR) tambarussi@utfpr.edu.br

Resumo:

As formulações matemáticas para os Problemas de Roteamento em Arcos com Janelas de Tempo (PRAJT), em geral, contém um conjunto de restrições formado por inequações não lineares e uma forma de linearizar estas inequações é utilizar-se de uma constante de grande valor, um parâmetro “*Big M*”. Este trabalho traz uma análise, por meio do *solver GUROBI*, do desempenho do método exato de resolução em um modelo matemático para o Problema do Carteiro Rural Capacitado com Janelas de Tempo (PCRCJT). Para a análise são utilizadas três diferentes metodologias para gerar o parâmetro *Big M*. Os testes são realizados sobre 20 instâncias com até 60 nós, 90 arestas, 45 arestas requeridas e 4 veículos para um problema de coleta de lixo. Resultados computacionais mostram que não há metodologia predominante sobre as demais, mas os diferentes valores do parâmetro *Big M* podem gerar relaxações fracas e dificuldades numéricas no método exato de resolução.

Palavras chave: Problema de Roteamento em Arcos, Janelas de Tempo, Parâmetro *Big M*.

Tests of Different Values of the Parameter *Big M* of the Mathematical Model For the Capacitated Rural Postman Problem with Time Windows

Abstract

The mathematical formulations for Arc Routing Problem with Time Windows (ARPTW), generally, contains a set of constraints formed by non-linear inequalities and a way of linearizing these inequalities is to use a constant of great value, a parameter *Big M*. This paper provides an analysis, by means of solver *GUROBI*, performance of the exact method of resolution in a mathematical model for the Capacitated Rural Postman Problem with Time Windows (CRPPTW). For the analysis, three different methodologies are used to generate the parameter *Big M*. The tests are performed on 20 instances with up to 60 nodes, 90 edges, 45 required edges and 4 vehicles for a waste collection problem. Computational results show that there is no predominant methodology over the others, but the different values of the parameter *Big M* can generate weak relaxations and numerical difficulties in the exact method of resolution.

Key-words: Arc Routing Problems, Time Windows, Parameter *Big M*.

1. Introdução

Os problemas de roteamento de veículos podem ser divididos em duas classes: o roteamento em nós e o roteamento em arcos. No primeiro caso, os problemas consistem em determinar uma, ou mais, rotas em que alguns, ou todos, os nós de um grafo (representantes da localização dos clientes) devem ser visitados. A segunda classe tem por objetivo determinar uma, ou mais, rotas em que alguns, ou todos, os arcos ou arestas de um grafo (representantes das ruas) devem ser atendidos (MONROY; AMAYA; LANGEVIN, 2013). Algumas aplicações reais que podem ser modeladas como problema de roteamento em arcos: leitura de medidores, distribuição de correspondências, manutenção de rede, remoção de neve, coleta de lixo, entre outras (CORBERÁN; PRINS, 2010). Entre os problemas que se encaixam na classe de roteamento em arcos tem-se:

O *Chinese Postman Problem* (CPP – Problema do Carteiro Chinês) foi proposto por Meigu Guan (1962) e consiste em determinar uma rota com o menor custo possível (distância), em que um carteiro deve partir de um depósito, atravessar todas as ruas, ao menos uma vez, para realizar as entregas e retornar ao depósito (SUN; MENG; TAN, 2015). O *Rural Postman Problem* (RPP – Problema do Carteiro Rural) é similar ao CPP, no qual apenas um subconjunto de ruas deve ser atravessado (representado pelas arestas requeridas). Estes são os problemas mais básicos na classe de roteamento em arcos, o aumento do número de situações reais que podem ser modeladas desta forma, impulsionou o desenvolvimento de restrições adicionais (CORBERÁN; PRINS, 2010).

O *Chinese Postman Problem with Time Windows* (CPPTW – Problema do Carteiro Chinês com Janelas de Tempo) e o *Rural Postman Problem with Time Windows* (RPPTW – Problema do Carteiro Rural com Janelas de Tempo) são generalizações do CPP e do RPP, respectivamente. Para estes problemas são consideradas janelas de tempo para o início do atendimento de cada uma das arestas requeridas, todas no caso do CPPTW, e algumas no caso do RPPTW.

O *Capacitated Arc Routing Problem* (CARP – Problema de Roteamento em Arcos Capacitados) ou *Capacitated Rural Postman Problem* (CRPP – Problema do Carteiro Rural Capacitado), este último termo utilizado por Mullaseril (1996), foi proposto por Golden e Wong (1981). O objetivo consiste em determinar um conjunto de rotas de custo mínimo, em que uma frota de veículos com capacidade de carga finita deve partir de um depósito, realizar os atendimentos sobre as arestas requeridas, sem que a capacidade máxima de carga dos veículos seja excedida, e retornar ao depósito. Sua complexidade computacional é *NP-Hard* (GOLDEN; WONG, 1981).

O *Capacitated Arc Routing Problem with Time Windows* (CARPTW – Problema de Roteamento em Arcos Capacitados com Janelas de Tempo) e o *Capacitated Rural Postman Problem with Time Windows* (CRPPTW – Problema do Carteiro Rural com Janelas de Tempo) são versões do CARP e do CRPP, respectivamente. Para estes problemas são consideradas restrições de janelas de tempo para o início do atendimento das arestas requeridas. O CARPTW e o CRPPTW são ainda mais difíceis de resolução devido à restrição de horário de atendimento.

O *Periodic Capacitated Arc Routing Problem* (PCARP – Problema de Roteamento Periódico em Arcos Capacitados) foi proposto por Lacomme, Prins e Ramdane-Chérif (2002). Tem como objetivo determinar um planejamento de rotas de custo mínimo, sobre um horizonte de

períodos, em geral, maior que um dia. Uma frota de veículos com capacidade de carga finita deve partir de um depósito, realizar os atendimentos sobre as arestas requeridas, de acordo com as exigências de periodicidade, e retornar ao depósito. Sua complexidade computacional é também *NP-Hard*, pois é uma extensão natural do CARP (LACOMME; PRINS; RAMDANE-CHÉRIF, 2002).

O *Periodic Capacitated Arc Routing Problem with Time Windows* (PCARPTW – Problema de Roteamento Periódico em Arcos Capacitados com Janelas de Tempo) é uma extensão do PCARP. Para este problema são consideradas restrições de janelas de tempo para o início do atendimento das arestas requeridas. O PCARPTW é ainda mais difícil de resolução que o CARPTW devido à característica de periodicidade. Algumas publicações que apresentaram formulações matemáticas para os problemas de roteamento em arcos com janelas de tempo:

Mullaseril (1996) apresenta uma formulação matemática para o CRPPTW transformando o problema de roteamento em arcos em um problema equivalente de roteamento em nós. A aplicação real do problema está associada à distribuição de alimentos em uma fazenda de gado, uma espécie de confinamento.

Wang e Wen (2002) propõem uma formulação matemática para o CPPTW e consideram a formação de ciclos sempre que há a repetição do nó “0” (depósito) na rota. Para incorporar as restrições de janela de tempo utilizam-se da teoria dos conjuntos *fuzzy*. A aplicação real do problema está associada à coleta de lixo.

Monroy *et al.* (2014) propõem três formulações matemáticas para o RPPTW. No modelo sobre arestas, utilizam-se da metodologia de gerar nós artificiais. No modelo sobre arestas requeridas, transformam o problema de roteamento em arcos em um problema equivalente de roteamento em nós. No modelo sobre nós, utilizam apenas os nós iniciais das arestas requeridas. A aplicação real do problema está associada ao monitoramento de estradas congeladas.

Sun *et al.* (2015) propõem uma formulação matemática para o CPPTW como uma extensão de Wang e Wen (2002), consideram a formação de ciclos sempre que há a repetição de um nó qualquer na rota. Na modelagem estabelecem que o tempo de travessia do arco seja dependente do horário de início da travessia. A aplicação real do problema está associada à coleta de lixo.

Thomaz *et al.* (2018, no prelo) propõem uma formulação matemática para o PCARPTW, utilizando-se da metodologia de criar nós e arestas artificiais. A aplicação real do problema está associada ao planejamento do serviço de coleta de lixo.

Para incorporar as janelas de tempo nos problemas sem as janelas de tempo, em geral, os autores utilizam-se de alguns conjuntos de restrições clássicos. O conjunto de restrições responsável por cronometrar o horário de entrada dos veículos nas arestas é, em geral, formado por inequações não lineares e uma forma de linearizar estas inequações é utilizar-se de uma constante de grande valor, um parâmetro *Big M*.

O objetivo do presente trabalho consiste testar três diferentes metodologias para gerar os valores do parâmetro *Big M* do modelo matemático de um CRPPTW e analisar, por meio do *solver GUROBI*, o desempenho do método exato de resolução.

Uma possível aplicação real do problema aqui tratado está associada ao problema da coleta de lixo, pois este é um serviço que muitas vezes não pode ser realizado em qualquer horário do dia. Em geral, o horário de atendimento particular é uma exigência sobre ruas localizadas em

regiões comerciais ou centrais de uma cidade, nas quais os resíduos produzidos precisam ser coletados fora do horário comercial.

2. Descrição do Problema

Para ilustrar o problema CRPPTW e suas características, apresenta-se um exemplo didático como meio facilitador para compreensão. Sejam, então, os arcos i' e i'' do grafo apresentado na Figura 1 a ilustração dos sentidos em que são atravessadas as arestas i . São apresentados dois tipos de arestas: as arestas requeridas 1, 2 e 3, cujo atendimento único deve ser iniciado dentro da respectiva janela de tempo e as arestas, A e B, que são utilizadas apenas para passagem dos veículos. O ternário (c_i, TP_i, Q_i) sobre cada uma das arestas i apresenta o custo de travessia (c_i a distância), o tempo de passagem (TP_i em horas) e a demanda (Q_i em quilogramas) que deve ser coletada. As arestas A e B apresentam demanda nula, pois são utilizadas apenas para passagem do veículo. Neste trabalho, tem-se que c_i e TP_i são fixos para cada uma das arestas i , ou seja, independem de possíveis atendimentos e sentidos de travessias. O atendimento na aresta requerida i deve ser iniciado dentro da janela de tempo $[a_i, b_i]$, ou seja, deve se iniciar no mínimo no instante a_i e no máximo no instante b_i .

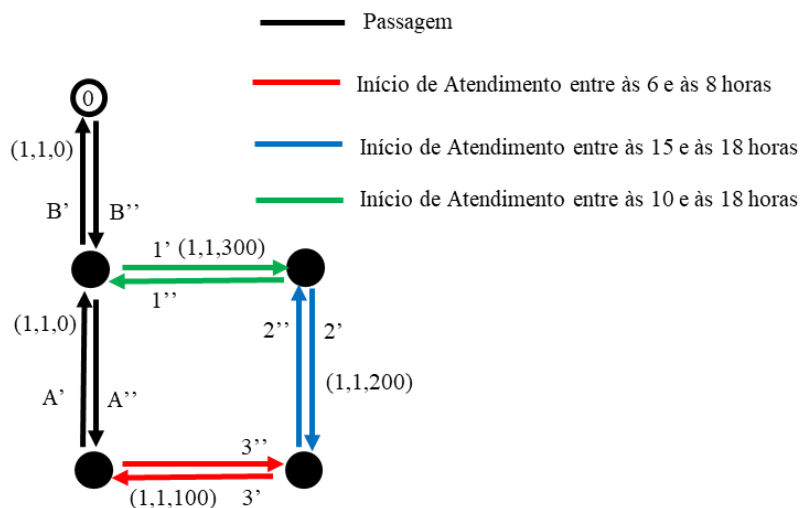


Figura 1 – Arestas requeridas, arcos, demandas e janelas de tempo

O problema consiste em determinar, para o período de um único dia, um conjunto de rotas de custo mínimo em que uma frota heterogênea de V veículos limitados a uma capacidade de carga individual W_v deve partir de um depósito, representado pelo nó “0”, coletar as demandas de lixo de acordo com as exigências de janelas de tempo e retornar ao depósito. A capacidade de carga individual dos veículos (W_v) não pode ser ultrapassada durante os atendimentos. O atendimento de uma aresta requerida i é único, sua demanda Q_i deve ser coletada por apenas um veículo v e em um único sentido (i' ou i''). Embora, os atendimentos devam se iniciar dentro das janelas de tempo $[a_i, b_i]$, os veículos podem se deslocar pelos arcos em qualquer horário do dia e atravessar o número de vezes que for necessário. Além disso, os veículos podem aguardar, caso cheguem com antecedência ao horário de abertura de uma janela de tempo. A rota abaixo representa uma solução para o problema ilustrado na Figura 1, considerando um único veículo na rota.

$$0 \xrightarrow{6} B'' \xrightarrow{6} A'' \xrightarrow{7} 3'' \xrightarrow{8} 2'' \xrightarrow{15} 1'' \xrightarrow{16} B' \xrightarrow{17} 0$$

Na rota apresentada, $i \rightarrow j$ ilustra a travessia do arco i antes do arco j com $i, j \in \{A', A'', B', B'', 1', 1'', 2', 2'', 3', 3''\}$. O número abaixo de cada um dos arcos i indica o horário de saída do veículo do nó inicial do arco i . O horário de saída do depósito é igual ao horário de saída do arco B' , pois 0 e B' são adjacentes e $TP_0 = 0$. A letra S sobre alguns arcos simboliza a realização do atendimento (serviço). Além disso, o número que aparece dentro do quadrado sob a representação $i \rightarrow j$ indica o tempo que o veículo espera no arco i a abertura da janela de tempo para o atendimento do arco j .

3. Formulação Matemática

Neste problema, os arcos podem ser atravessados inúmeras vezes o que traz algumas complicações no processo de modelagem, pois o horário de entrada do veículo em uma aresta está associado ao arco, entretanto se um mesmo arco for atravessado mais que uma vez serão a ele associados diferentes horários. Uma forma de contornar esta situação é gerar arcos artificiais para que os diferentes horários de entrada do veículo nos arcos sejam associados a arcos distintos. Monroy *et al.* (2014) propõe uma transformação do problema original em um problema equivalente de roteamento em nós, utilizando-se apenas dos arcos $\{1', 1'', 2', 2'', 3', 3''\}$ para associar o horário de entrada dos veículos nas arestas requeridas $\{1, 2, 3\}$. Logo, o único atendimento sobre uma aresta requerida i garante que seja associado apenas um horário de atendimento à um dos arcos i' ou i'' . Os deslocamentos, sem atendimentos, são realizados implicitamente por meio dos caminhos de custo mínimo, o que garante que os arcos sejam percorridos diversas vezes, se necessário. Desta forma, a rota abaixo representa a solução do problema ilustrado na Figura 1 utilizando-se apenas das arestas requeridas.

$$0 \xrightarrow{6} 3'' \xrightarrow{8} 2'' \xrightarrow{15} 1'' \xrightarrow{16} 0$$

Em que, $i \rightarrow j$ representa a travessia do arco i , e implicitamente, o caminho de custo mínimo saindo do nó final do arco i até o nó inicial do arco j . Por exemplo, $1'' \rightarrow 0$ representa a travessia do arco $1''$ e o caminho $B' \rightarrow 0$ de custo mínimo do nó final do arco $1''$ até o depósito.

A Figura 2 apresenta o grafo completo que representa a transformação do grafo não direcionado (Figura 1). Os nós $i \in \{1', 1'', 2', 2'', 3', 3''\}$ representam os sentidos contrários em que podem ser realizados os atendimentos das arestas requeridas 1, 2 e 3. Um arco $[i, j]$ do grafo completo representa no problema original a travessia do respectivo arco i , e implicitamente, o caminho de custo mínimo saindo do nó final do arco i até o nó inicial do arco j . Desta forma, o problema de roteamento em arcos é transformado em uma espécie de problema de roteamento em nós, em que o atendimento de uma aresta requerida do problema original é representado por meio do atendimento de um dos dois nós que representam os sentidos contrários de travessia da aresta requerida.

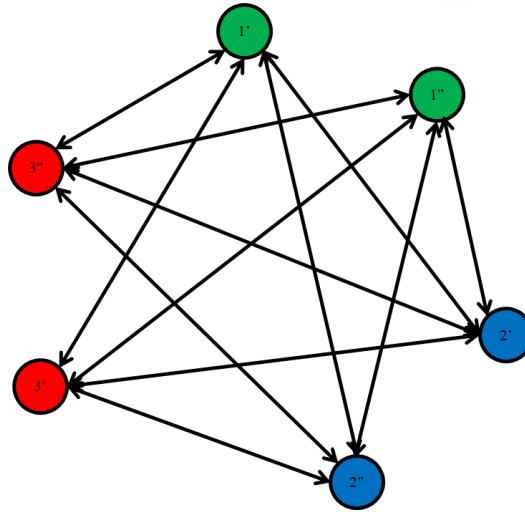


Figura 2 – Representação do novo problema

Para a formulação matemática, considera-se um grafo $G = (X, E, A)$, em que X é o conjunto de n nós, E é um conjunto de m arestas e A é um conjunto de $2m$ arcos. O subconjunto $R \subseteq E$ é o conjunto de r arestas requeridas, ou seja, aquelas que devem ser atendidas. A partir do grafo original é criado o grafo completo $G' = (X', E')$, em que X' é o conjunto de n' nós e E' é um conjunto de m' arcos que conectam cada um dos nós $i \in X'$ e $j \in X'$ que não representam a mesma aresta requerida. Para cada aresta requerida $e \in R$ define-se o conjunto $N(e) = \{e', e''\} \subseteq X'$. O atendimento de uma aresta requerida $e \in R$ do problema original é representado por meio do atendimento de um dos nós $i \in N(e)$. Os arcos $[i, j] \in E'$ representam no problema original a travessia do arco $i \in G$ e implicitamente o caminho de custo mínimo saindo do nó final do arco $i \in G$ até o nó inicial do arco $j \in G$. O nó "0" é o depósito que contém uma frota heterogênea de V veículos limitados a uma capacidade de carga individual W_v . TP_{ij} é o tempo de passagem sobre o arco $[i, j] \in E'$, ou no problema original, o tempo que o veículo leva para percorrer o arco $i \in G$ e o caminho de custo mínimo saindo do nó final do arco $i \in G$ até o nó inicial do arco $j \in G$. c_{ij} é o custo de travessia da aresta $[i, j] \in E'$, ou no problema original, o custo de percorrer o arco $i \in G$ e o caminho de custo mínimo saindo do nó final do arco $i \in G$ até o nó inicial do arco $j \in G$. O intervalo $[a_e, b_e]$ é a janela de tempo para que o atendimento da aresta requerida $e \in R$ seja iniciado (ou no novo problema, a janela de tempo para início do atendimento de um dos nós $N(e) = \{e', e''\} \subseteq X'$). Um nó $i \in N(e)$ atendido possui a mesma demanda Q_e e janela de tempo que a respectiva aresta requerida $e \in R$ do problema original.

As variáveis de decisão do modelo $x_{ijv} = 1$ se o veículo v atende o nó $i \in X'$ antes do nó $j \in X'$ e s_{iv} é o horário que o veículo v atende o nó $i \in X'$. O problema é então formulado da seguinte forma:

$$\min z = \sum_{[i,j] \in E'} \sum_{v=1}^V c_{ij} \cdot x_{ijv} \quad (1)$$

Sujeito às seguintes restrições:

$$\sum_{[i,j] \in E'} x_{ijv} = \sum_{[j,i] \in E'} x_{jiv} \quad v=1, \dots, V, \forall i \in X' \quad (2)$$

$$\sum_{[i,j] \in E'} \sum_{v=1}^V x_{ijv} \leq 1 \quad v=1, \dots, V, \forall h \in R, i \in N(h) \quad (3)$$

$$\sum_{h \in R} Q_h \cdot x_{ijv} \leq W_v \quad i \in N(h), j \in X', [i, j] \in E', v=1, \dots, V \quad (4)$$

$$\sum_{j \in X'} x_{0jv} \leq 1 \quad v=1, \dots, V \quad (5)$$

$$\sum_{i \in X'} x_{io v} \leq 1 \quad v=1, \dots, V \quad (6)$$

$$(s_{iv} + TP_{ij} - s_{jv})x_{ijv} \leq 0 \quad i \in X' \cup \{0\}, j \in X', v=1, \dots, V \quad (7)$$

$$a_i \leq s_{iv} \leq b_i \quad \forall h \in R, i \in N(h), v=1, \dots, V \quad (8)$$

$$x_{ijv} \in \{0, 1\} \quad \forall [i, j] \in E', v=1, \dots, V \quad (9)$$

$$s_{iv} \in R^+ \quad \forall i \in X' \cup \{0\}, j \in X', v=1, \dots, V \quad (10)$$

A função (1) minimiza o custo total das travessias. O conjunto de restrições (2) garante a conservação de fluxo dos veículos ao longo do trajeto. O atendimento sobre a aresta $h \in R$ só deve ser realizado por um único veículo e em um único sentido, fato garantido pelo conjunto de restrições (3). O conjunto de restrições (4) garante que a capacidade máxima de carga W_v do veículo v não seja ultrapassada. Os conjuntos de restrições (5) e (6) são utilizados para inserir o depósito nas rotas e garantir que todo trajeto inicie e termine no depósito. O conjunto de restrições (7) é utilizado para cronometrar o horário que os veículos partem dos nós atendidos. Se o veículo v realizar o atendimento do nó i antes do nó j tem-se $x_{ijv} = 1$, logo $s_{iv} + TP_{ij} \leq s_{jv}$, ou seja, o horário de partida do veículo v do nó j deve ser após o horário de partida do nó i somado ao tempo de passagem sobre o arco $[i, j]$. Se $x_{ijv} = 0$, o conjunto de restrições sempre é satisfeito. O conjunto de restrições (8) garante que o horário de atendimento da aresta requerida $h \in R$ deve ser iniciado dentro da janela de tempo $[a_i, b_i]$, em que $i \in N(h)$. Os conjuntos de restrições (9) e (10) garantem que as variáveis x_{ijv} são binárias e s_{iv} são reais.

O conjunto de restrições (7) é formado por inequações não lineares e pode ser linearizado substituindo (7) por (11).

$$s_{iv} + TP_{ij} - M(1 - x_{ijv}) \leq s_{jv} \quad i \in X' \cup \{0\}, j \in X', v=1, \dots, V \quad (11)$$

Se o veículo v realizar o atendimento do nó i antes do nó j tem-se $x_{ijv} = 1$, logo $M(1 - x_{ijv}) = 0$ e $s_{iv} + TP_{ij} \leq s_{jv}$, ou seja, o horário de partida do veículo v do nó j deve ser após o horário de partida do nó i somado ao tempo de passagem sobre o arco $[i, j]$. Se

$x_{ijv} = 0$, o conjunto de restrições sempre é satisfeito, pois M é uma constante de grande valor, um parâmetro *Big M*.

4. Testes e Resultados

Para analisar o desempenho do método de resolução exato foram geradas 20 instâncias (TW-C), adaptadas do trabalho dos autores Monroy, Amaya e Langevin (2014) (Tabela 1). Para gerar as instâncias TW-C foi considerado: demanda de 300 quilogramas de lixo sobre cada uma das arestas requeridas; número de veículos (Uniforme(1,4)); capacidade de carga dos veículos (Uniforme (300,9000)). Em ordem as colunas apresentadas indicam o problema; os números de: nós (n), arestas (m), arestas requeridas (r) e veículos (V).

Problema	n	m	r	V
TW-A10A98-C	10	15	8	2
TW-A13A89-C	13	23	12	1
TW-A13C69-C	13	23	12	3
TW-A13C71-C	13	23	12	2
TW-A20B59-C	20	31	10	2
TW-A20B60-C	20	31	16	3
TW-A20B61-C	20	31	16	2
TW-A40C219-C	40	69	21	2
TW-A40C220-C	40	69	21	3
TW-A40C221-C	40	69	21	4
TW-A40C222-C	40	69	35	2
TW-A40C224-C	40	69	35	3
TW-A40D230-C	40	69	31	4
TW-A40D231-C	40	69	35	3
TW-A40D232-C	40	69	35	2
TW-A40D233-C	40	69	35	2
TW-A60A128-C	60	90	9	3
TW-A60A129-C	60	90	27	2
TW-A60A131-C	60	90	27	2
TW-A60A132-C	60	90	45	3

Fonte: O Autor (2018)

Tabela 1 – Propriedades dos Problemas

A formulação matemática foi desenvolvida em *VisualBasic.NET* utilizando como *solver* o *software* de otimização *GUROBI 8.0.0* com parâmetros *default*, em um computador *Intel Core I7* com *2.4 GHz* de processamento e *8Gb* de memória *RAM* e sistema operacional *64 bits*. O tempo de processamento máximo definido foi de *3600 segundos*.

A Tabela 2 expõe os resultados obtidos por meio do *solver* com o uso de três metodologias, apresentadas na literatura, para gerar o parâmetro *Big M*. A primeira considera $M = \max_{i \in E} TP_i (m \cdot r + 1)$ e a segunda $M = \max \{b_i + TP_{ij} - a_j, 0\}$, estas duas metodologias foram propostas por Monroy *et al.* (2014). A terceira metodologia apresenta um limitante inferior para o parâmetro fazendo $M \geq \max \{b_i - TP_i - a_j\}$ e foi proposta por Thomaz *et al.* (2018, no prelo). Em ordem as colunas apresentadas indicam o problema tratado, e os resultados de tempo de processamento (T em segundos), o valor obtido na função objetivo durante o tempo de processamento (FO), o GAP (em %), melhor solução factível em relação ao *Lower Bound* para cada uma das metodologias utilizadas.

Problema	$M = \max_{i \in E} TP_i (m \cdot r + 1)$			$M = \max \{b_i + TP_{ij} - a_j, 0\}$			$M \geq \max \{b_i - TP_i - a_j\}$		
	T	FO	GAP	T	FO	GAP	T	FO	GAP
TW-A10A98-C	0,57	56	0	0,59	56	0	0,59	56	0
TW-A13A89-C	0,03	59	0	0,11	59	0	0,05	59	0
TW-A13C69-C	0,58	75	0	0,39	75	0	0,92	75	0
TW-A13C71-C	1,44	76	0	1,34	76	0	1,49	76	0
TW-A20B59-C	1,87	70	0	3,47	70	0	3,36	70	0
TW-A20B60-C	2,37	99	0	2,37	99	0	1,54	99	0
TW-A20B61-C	27,19	83	0	29,83	83	0	15,17	83	0
TW-A40C219-C	1,27	198	0	1,26	198	0	0,92	198	0
TW-A40C220-C	3600	183	2,185	3600	183	1,639	3600	183	3,825
TW-A40C221-C	978,89	182	0	976,47	182	0	1247,55	182	0
TW-A40C222-C	4,06	255	0	4,04	255	0	22,35	255	0
TW-A40C224-C	3269,63	245	0	3311,49	245	0	2313,50	245	0
TW-A40D230-C	3600	187	4,812	1885,23	187	0	3086,13	187	0
TW-A40D231-C	461,90	279	0	464,81	279	0	560,51	279	0
TW-A40D232-C	1351,29	262	0	1208,28	262	0	1695,77	262	0
TW-A40D233-C	30,94	267	0	30,77	267	0	202,58	267	0
TW-A60A128-C	90,31	219	0	93,38	219	0	52,93	219	0
TW-A60A129-C	185,34	430	0	185,50	430	0	158,74	430	0
TW-A60A131-C	1092,78	350	0	1116,72	350	0	1187,48	350	0
TW-A60A132-C	3600	535	8,785	3600	524	7,2519	3600	518	6,5637

Fonte: O Autor (2018)

Tabela 2 – Resultados

Os resultados apresentados na Tabela 2 mostram que as diferentes metodologias empregadas para gerar o parâmetro *Big M* influenciam no desempenho do *solver* durante a resolução do modelo matemático para o CRPPTW. Fazendo-se uso da primeira metodologia foi possível encontrar solução factível para todas as instâncias e a solução ótima em 17 das 20 instâncias. Já com a segunda e a terceira metodologia foi possível encontrar solução factível para todas as instâncias e a solução ótima em 18 das 20 instâncias. Houveram diferenças consideráveis quando comparado o tempo de processamento utilizado pelo *solver* até a obtenção da solução ótima, e também, o valor da função objetivo nos casos em que a otimalidade não foi comprovada. A primeira metodologia apresentou resultados notáveis nas instâncias TW-A40C221-C, TW-A40C222-C, TW-A40D231-C e TW-A40D233-C. A segunda metodologia se destacou nas instâncias TW-A40C221-C, TW-A40C222-C, TW-A40D230-C, TW-A40D231-C, TW-A40D232-C e TW-A40D233-C. Já a terceira metodologia apresentou resultados melhores nas instâncias TW-A20B61-C, TW-A40C224-C, TW-A60A128-C, TW-A60A129-C e TW-A60A132-C.

Para analisar os resultados é considerada a seguinte ordem de importância: 1º) tempo de processamento utilizado pelo *solver* até a obtenção da solução ótima, 2º) valor da função objetivo, e 3º) o GAP. Desta forma, pode-se concluir que o *solver* apresentou resultados melhores em 25% das instâncias quando utilizada a primeira metodologia para gerar o parâmetro *Big M* do modelo matemático, em 40% das instâncias com a segunda metodologia e em 35% das instâncias com a terceira metodologia.

5. Considerações Finais

Este trabalho apresentou uma proposta de formulação matemática para resolver o CRPPTW e uma análise do desempenho do *solver* GUROBI 8.0.0 utilizando três diferentes metodologias para gerar o parâmetro *Big M* do modelo matemático. Para realizar os testes foram adaptadas, do trabalho dos autores Monroy, Amaya e Langevin (2014), 20 instâncias com até 60 nós, 90 arestas, 45 arestas requeridas e 4 veículos.

Os resultados mostraram que não houve metodologia predominante sobre as demais, mas os valores distintos do parâmetro *Big M* podem gerar relaxações fracas e dificuldades numéricas no método exato de resolução. O *solver* encontrou solução factível para todas as instâncias e a solução ótima em 18 das 20 instâncias. Uma análise mostrou que o *solver* teve melhor desempenho em 25% das instâncias com o uso da primeira metodologia, em 40% das instâncias com a segunda metodologia e em 35% das instâncias com a terceira metodologia

Referências

- CORBERÁN, A.; PRINS, C. *Recent Results on Arc Routing Problems: An Annotated Bibliographys*. Networks. p.50-69, 2010.
- GOLDEN, B.L.; WONG, R.T. *Capacitated Arc Routing Problems*. Networks. Vol. 11, p.305-315, 1981.
- GUAN, M. *Graphic programming using odd and even points*. Chinese Mathematics. Vol. 1, p.273-277, 1962.
- LACOMME, P.; PRINS, C.; RAMDANE-CHÉRIEF, W. *Evolutionary Algorithms for Multiperiod Arc Routing Problems*. IPMU 2002 (Ed.); 9th Int. Conf. on Information Processing and Management of Uncertainty in Knowledge-Based Systems. p.1-8. 2002.
- MONROY, M. L.; AMAYA, C. A.; LANGEVIN, A. *The Periodic Capacitated Arc Routing Problem With Irregular Services*. Discrete Applied Mathematics. Vol. 161, p.691-701, 2013.
- MONROY, M. L.; AMAYA, C. A.; LANGEVIN, A. *The Rural Postman Problem with Time Windows*. Networks. p.169-180, 2014.
- MULLASERIL, P.A. *Capacitated rural postman problem with time Windows and Split Delivery*. Phd Thesis, University of Arizona, 1996.
- SUN, J.; MENG, Y.; TAN, G. *An integer programming approach for the Chinese postman problem with time-dependent travel time*. J. Comb. Optim. Vol. 29, p.565-588, 2015.
- THOMAZ, D. V.; LOCH, G. V.; SCARPIN, C.T.; SCHENEKEMBERG, C.M. *A Mathematical Model For The Periodic Capacitated Arc Routing Problem With Time Windows*. IEEE Latin America Transactions, 2018. No prelo.
- WAN, H. F.; WEN, Y. P. *Time-Constrained Chinese Postman Problems*. Computers and Mathematics with Applications. Vol. 44, p.375-387, 2002.