

Um Modelo de Planejamento Agregado da Produção de Queijos

C. Tinoco (FACIP-UFU) cynara@ufu.br

T. Ohishi (Faculdade de Engenharia Elétrica e Computação-UNICAMP) taka@densis.fee.unicamp.br

Resumo:

Esse trabalho apresenta um modelo de planejamento agregado da produção de queijos. Na indústria de queijos é importante planejar a sua produção devido às sazonalidades na oferta de leite e no consumo de queijos. Além disso, a necessidade de maturação dos queijos exige uma produção antecipada, reforçando ainda mais a utilidade de um planejamento de sua produção. O problema de produção foi representado como um problema de Programação Linear Inteira Mista, e determina a produção mensal de cada tipo de queijo. A abordagem foi aplicada a um exemplo baseado em uma fábrica de queijos brasileira.

Palavras chave: Produção de Queijos, Planejamento da Produção, Programação Linear Inteira Mista, Produtos Perecíveis.

An Aggregated Cheese Production Planning Model

Abstract

This paper presents an aggregated cheese production planning model. In the cheese industry the production planning is important due the seasonality on milk offer and on cheese demands. The cheese production has a maturation phase, requiring an anticipated production, highlighting the utility of a planning model. The cheese production planning is formulated as a Mixed-Integer Linear Programming, and determines the monthly cheese productions. The model is applied to a case study based on a Brazilian cheese industry.

Key-words: Cheese Production, Production Planning, Mixed-Integer Linear Programming, Perishable product.

1. Introdução

Este artigo apresenta um modelo de planejamento da produção agregada de queijos. Em 2015 a produção da cadeia do leite representou 3,7% do PIB brasileiro, totalizando R\$ 52 bilhões (CEPEA, 2016). De 2015/16 o PIB da cadeia do leite cresceu 9,83%, totalizando R\$ 63,6 bilhões, enquanto o PIB do agronegócio teve aumento de 4,48% e o brasileiro apresentou recuo de 3,6% (CEPEA, 2017). Além do aspecto econômico, o agronegócio do leite está presente em cerca de 40% das propriedades rurais brasileiras, gerando renda para muitos produtores rurais, sendo 47% do volume de leite provindo de pequenas propriedades rurais (G1, 2017). Estima-se o crescimento do consumo de produtos lácteos deverá se manter nos próximos anos, decorrente da expansão da demanda refletida pelo crescimento da renda, da expansão da população e uma maior globalização das dietas. O maior crescimento deve ficar em torno do consumo de queijos e leite em pó integral.

A produção de queijo requer um planejamento, dado que há variações tanto na oferta de leite, como também na demanda de queijos ao longo do ano, além de duas particularidades em sua produção. A primeira é o período de maturação do queijo, o que exige uma produção antecipada; e o segundo aspecto é o seu limitado tempo de vida. No Brasil, as grandes

indústrias de laticínios mantêm um conjunto de fornecedores de leite in natura, uma boa parte de pequenos produtores, e diariamente o leite destes produtores chega à indústria. Nesse processo produtivo, o controle de estoques tem um papel relevante. Assim, o modelo proposto planeja a produção de uma indústria de queijos, levando em conta as sazonalidades na oferta de leite e na demanda de queijo. Como estas sazonalidades possuem um ciclo anual, então este planejamento deve considerar no mínimo um horizonte de um ano. O problema de planejamento é formulado como um problema de otimização linear, e a sua solução define as produções mensais de queijos.

O consumo per capita de queijo no Brasil está bem abaixo dos verificados nos EUA, Europa e em alguns países da América Latina, de forma que há um grande mercado potencial de queijos no Brasil. O consumo de queijos no Brasil está concentrado em poucos queijos convencionais de baixo custo, principalmente os queijos mussarela, prato e requeijão. O processo básico de fabricação da maior parte dos queijos é bastante similar. Mas cada tipo de queijo tem suas particularidades, que são influenciadas pela região de produção do leite, sua qualidade, e tipos de tratamento associado à maturação necessária. O processo de maturação é essencial, pois determinam os aromas e sabores de cada produto, suas propriedades físicas e nutricionais.

A literatura sobre produtos perecíveis é bastante extensa, pois muitos produtos podem ser classificados como perecíveis, tais como alimentos, produtos químicos e produtos hospitalares. Há uma diversidade de artigos tratando diferentes produtos, considerando aspectos específicos e principalmente propondo diferentes abordagens. Foram publicados vários artigos de revisão de trabalhos nesta área, tais como os artigos de (NAHMIAS, 1982), (RAFAAT, 1991), (GOYAL e GIRI, 1991), (URBAN, 2005) e (BAKKER, RIEZEBOS e TEUNTER, 2012). Todos estes classificam os artigos de acordo com características apresentadas nos modelos, tais como o tempo de vida; tipo de demanda; a quantidade de períodos de planejamento; o processo de deterioração; e o tipo de modelos de preço.

Os trabalhos iniciais nesta área, como em (NAHMIAS, 1982), (RAFAAT, 1991), consideravam o tempo de vida fixo, e exploraram mais a representação da demanda de queijos através de modelos determinísticos e estocásticos, e na representação do processo de deterioração dos produtos via modelos de decaimento constante e decaimento exponencial. Posteriormente outros aspectos foram incorporados, tais como modelo integrado de produção de perecíveis com aspectos logísticos (ZANONI, 2007); modelo considerando a venda de produtos perecíveis em duas lojas, a primeira com os produtos mais novos, e a segunda loja com os produtos mais próximos de seu tempo de validade (KAR, 2007); modelos considerando as demandas dependentes de preços, (FENG, 2006); modelos com desconto (WEE, 1997); modelo com preço dependente da quantidade encomendada do produto ou dependente da idade do produto (TEKIN, 2001); modelo que considera a cadeia de suprimento para a produção de perecíveis, (RAU, 2004); e modelos integrando a produção com o sistema de planejamento de recursos da empresa, (CHEN e CHEN, 2005). Os autores não identificaram nenhum artigo tratando especificamente da produção de queijos.

O modelo proposto nesse trabalho considera múltiplos produtos perecíveis, com capacidade de produção dinâmica dependente da demanda. Os itens devem ser vendidos dentro de seu prazo de validade. Para evitar perdas, os produtos com reduzidos tempos de validade são vendidos com desconto. O modelo não considera a possibilidade de *backlogging*. O artigo contém mais três seções. A Seção 2 apresenta o modelo matemático de produção agregada de queijos; a Seção 3 mostra um estudo de caso; e a Seção 4 conclui o artigo.

2. Modelo Proposto

Essa seção apresenta o modelo de planejamento agregado da produção de queijos em uma dada fábrica. Este planejamento, denominado Planejamento Anual, estabelece as metas mensais de produção por tipo de queijo.

2.1 Descrição de uma Fábrica Típica de Queijos

Em geral cada planta tem capacidade de produzir um dado conjunto de tipos de queijos que fazem parte de sua estratégia de negócio. Após o processamento dos queijos, os mesmos são conservados por um período de tempo em câmeras frias, o chamado tempo de maturação, que varia por tipo de queijo. Após a maturação os produtos estão prontos para venda, e destinados ao centro de distribuição, responsável pela operação logística de todas as plantas da empresa. O centro de distribuição é responsável pelo controle de qualidade e acondicionamento dos produtos prontos para venda, tempo de validade, venda e entrega dos produtos aos clientes.

2.2 Notação

O sub índice pode ter dois ou três componentes, onde o primeiro indica o tipo de queijo, o segundo o intervalo de tempo, e o terceiro índice indica a idade do produto (para a variável estoque). As variáveis e parâmetros são representados pelas letras romanas e gregas em minúsculo, os grupos (conjuntos) são representados por letras romanas maiúsculas.

2.2.1 Variáveis

- c_j : Capacidade mensal para produção do queijo j , respectivamente.
- $d_{j,t}$: Demanda mensal do queijo j durante o intervalo de tempo t , respectivamente.
- $i_{j,t,k}$: Nível de estoque do queijo j com k intervalos intervalo de tempo de vida no final do intervalo de tempo t .
- m_t : Quantidade total de leite ofertado no mês t .
- $v_{n,j,t}$: Variável booleana que indica que a n -ésima unidade é alocada para produzir o queijo j durante o intervalo de tempo t .
- r_j : Quantidade de leite necessário para produzir um quilo de queijo j .
- $s_{j,k}$: Estoque inicial do queijo j com k intervalos de tempo para perecer (Estoque mensal e diário, respectivamente).
- $x_{j,t}$: Produção mensal do queijo j durante o intervalo de tempo t , respectivamente.
- $y_{j,t,k}$: Montante de queijo j vendido com preço integral com k intervalos de tempo para perecer no intervalo de tempo t .
- $z_{j,t,k}$: Montante de queijo j vendido com preço promoção com k intervalos de tempo para perecer no intervalo de tempo t .

2.2.2 Parâmetros

- α_{jt}, β_{jt} : Preço de venda unitário integral e com desconto para o queijo j no intervalo de tempo t , respectivamente.
- γ_t^d : Custo unitário de leite fornecido no intervalo de tempo t .
- $\lambda_{j,t}$: Custo de produção unitário do queijo j no intervalo de tempo t .
- π_t : Custo de estocagem mensal no intervalo de tempo t .
- τ_j, μ_j, σ_j : Tempo de maturação; período de venda com preço integral para venda no período; e tempo de vida, respectivamente para o queijo j , todos em base mensal.
- f_j : Percentual da demanda que pode ser vendido do produto j por promoção β_{jt} .

2.2.3 Conjuntos

- T : Número de intervalos de tempo em meses do horizonte de planejamento.

- C: Conjunto de tipos de queijos trabalhados.
- N_T : Conjunto de Capacidade de produção por tipo de queijo que devem ser produzidos no tempo T.

2.3 Estoque de Queijos

O controle do estoque de queijos é um dos aspectos mais importante nesta indústria, pois um gerenciamento inadequado pode resultar em perdas significativas. Quando há um excesso de queijo em estoque, é prática comum o desconto no preço para produtos que estão próximo do seu prazo de validade. O modelo proposto considera que o prazo de validade de um dado queijo é de σ meses. Este prazo começa a contar a partir da data de sua fabricação. O intervalo de 0 a τ meses é de maturação, e o intervalo entre μ e σ o produto é vendido com desconto. Queijos com tempo de vida menor que μ é vendido com preço integral. Os custos de estocagem são computados somente após a maturação, já que o tempo de maturação já está incluso no custo de produção. A **Erro! Fonte de referência não encontrada.** representa o tempo de vida de um dado queijo.

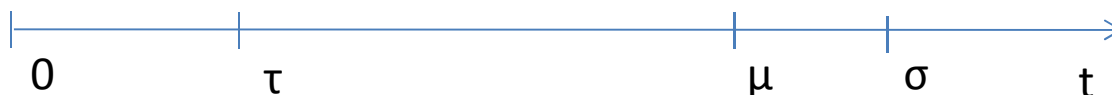


Figura 1- Linha de tempo de um queijo

Cada lote precisa ser gerenciado separadamente devido ao seu limitado tempo vida, como no exemplo a seguir. Suponha um dado queijo com $\tau=1$ mês, $\mu=4$ meses, $\sigma=5$ meses, e que no começo do mês $t-2$ foi produzido o lote x_{t-2} e no começo do mês $t-1$ foi produzido o lote x_{t-1} . A Figura 27 ilustra os dois lotes. Cada linha horizontal representa um lote, sendo a seta inferior correspondente ao primeiro lote, e a superior ao segundo lote. Da figura nota-se que as demandas dos intervalos de tempo t , $t+1$, $t+2$ podem ser atendidos com os estoques dos dois lotes, ambos vendidos a preço cheio. Já no mês $t+3$, se ainda houver estoque no primeiro lote, este deve ser vendido com desconto, pois está com pouco tempo de vida.

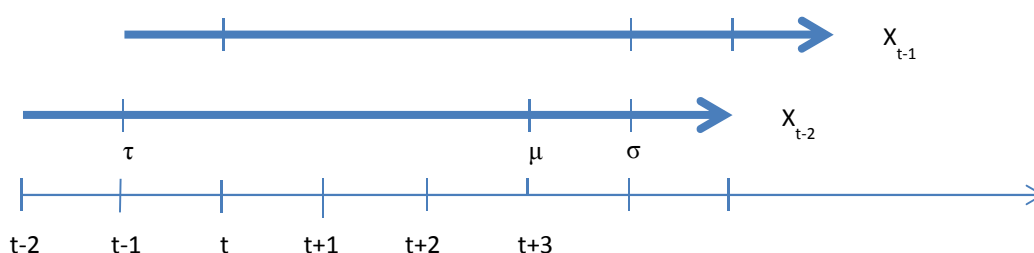


Figura 2 - Exemplo de controle de estoques

Como em cada intervalo de tempo há queijos com diferentes idades, então o modelo representa o nível de estoque ao final de cada intervalo de tempo como um vetor de dimensão σ_j , no qual, por exemplo, o valor na posição σ indica a quantidade de queijo com σ meses de vida (queijo já vencido). Já o valor da posição 1 indica o volume que queijo com um mês de idade. Assim, o vetor de estoques do queijo j no final do intervalo de tempo $t-1$ é dado por: $i_{j,t-1} := (x_{j,t-1} ; x_{j,t-2} - d_{j,t-1} ; 0 ; 0 ; 0 ; 0)^T$, onde $d_{j,t-1}$ é a demanda do queijo j o intervalo de tempo $t-1$. Note que a produção no período $t-1$ é considerada como um lote com um intervalo de tempo de vida ao final de $t-1$. Durante a fase de maturação, os níveis de estoque ficam

inalterados. A seguir são apresentadas as equações dinâmicas que representam o movimento do estoque.

$$\begin{cases} i_{j,t-1} = x_{j,t}; j \in C; 1 \leq t \leq T \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} i_{j,t,k} = i_{j,t-1,k-1}; j \in C; 1 \leq t \leq T; 2 \leq k \leq \tau_j; \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} i_{j,t,k} = i_{j,t-1,k-1} - y_{j,t,k}; j \in C; 1 \leq t \leq T; \tau_j < k \leq \sigma_j - \mu_j; \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} i_{j,t,k} = i_{j,t-1,k-1} - z_{j,t,k}; j \in C; 1 \leq t \leq T; \sigma_j - \mu_j < k \leq \sigma_j; \end{cases} \quad (4)$$

A Equação (1) estabelece que a produção do mês t terá um mês de vida ao final do intervalo de tempo t . A Equação (2) representa os queijos em maturação. Note que o volume de queijo em maturação no final do intervalo t com k intervalos de tempo de vida é igual à quantidade em estoque com idade $k-1$ no intervalo de tempo anterior; aqui os estoques ficam inalterados, pois não se vende estoque em maturação. A Equação (3) representa o nível de estoque de queijos já maturados, que já podem ser vendidos a preço integral. A Equação (4) representa a dinâmica do estoque de queijos com pouco tempo de vida e que são vendidos com desconto.

2.4 Modelo de Planejamento de Produção Agregada de Queijos

Na sequência é apresentado o modelo de planejamento de produção agregada de queijos, o qual considera as decisões mensais.

2.4.1 A função objetivo

A função objetivo busca maximizar o resultado de lucro financeiro da planta.

- Resultados gerados pelas vendas

$$z_1 = \sum_{j \in C} \left[\sum_{t=1}^T \left(\sum_{k=\tau_j+1}^{\mu_j} y_{j,k,t} * \alpha_{jt} + \sum_{k=\mu_j+1}^{\sigma_j} z_{j,k,t} * \beta_{j,t} \right) \right] \quad (5)$$

- Custos de produção e estocagem

$$z_2 = \sum_{t=1}^T \left[m_t * \gamma_t + \sum_{j \in C} \left(x_{j,t} * \theta_{jt} + \sum_{k=\tau_j+1}^{\sigma_j} i_{j,k,t} * \pi_{j,t} \right) \right] \quad (6)$$

- Função objetivo:

$$z = \text{Maximizar } z_1 - z_2 \quad (7)$$

Equação (5) fornece o total da receita, na qual o primeiro termo é a receita decorrente das vendas com preço normal, e o segundo termo é dado pelo total de receitas decorrentes das vendas realizadas com desconto. Equação (6) representa os custos do leite, os custos de produção e os custos de estocagem, respectivamente. A função objetivo (7) maximiza o lucro total.

2.4.2 Restrições

$$\begin{cases} i_{j,1} = x_{j,t}; j \in C; 1 \leq t \leq T \end{cases} \quad (8)$$

$$\begin{cases} i_{j,t,k} = i_{j,t-1,k-1}; j \in C; 1 \leq t \leq T; 2 \leq k \leq \tau_j; \end{cases} \quad (9)$$

$$\begin{cases} i_{j,t,k} = i_{j,t-1,k-1} - y_{j,t,k}; j \in C; 1 \leq t \leq T; \tau_j < k \leq \sigma_j - \mu_j; \end{cases} \quad (10)$$

$$\begin{cases} i_{j,t,k} = i_{j,t-1,k-1} - z_{j,t,k}; j \in C; 1 \leq t \leq T; \sigma_j - \mu_j < k \leq \sigma_j; \end{cases} \quad (11)$$

$$\sum_{k=\tau_j+1}^{\mu_j} y_{j,k,t} \leq d_{j,t}; j \in C; t = 1, \dots, T \quad (12)$$

$$\sum_{k=\mu_j+1}^{\sigma_j} z_{j,t,k} \leq f_j d_{j,t}; j \in C; t = 1, \dots, T \quad (13)$$

$$\sum_{j \in C} r_j x_{j,t} \leq m_t; t = 1, \dots, T \quad (14)$$

$$x_{j,t} \leq \alpha_j; j \in C; t = 1, \dots, T \quad (15)$$

$$i_{j,k,t}, x_{j,t}, y_{j,t,k}, z_{j,k,t} \geq 0; j \in C; 1 \leq k \leq \sigma_j; t = 1, \dots, T \quad (16)$$

As equações (8)-(11) representam o controle dinâmico do estoque. A restrição (12) assegura que o volume de produtos vendidos a preço cheio será menor ou igual a suas respectivas demandas. A restrição (13) assegura que o volume de produtos vendidos a preço por promoção será menor ou igual ao percentual permitido em relação a suas respectivas demandas. Restrição (14) representa o consumo de leite, devendo ser menor ou igual a disponibilidade ofertada de leite. Restrição (15) aloca capacidade de produção para cada tipo de queijo. Finalmente, a restrição (16) assegura a condição de que todas as variáveis serão não negativas.

3. Estudo de Caso

Esta seção apresenta um estudo de caso da aplicação do método aos dados de produção de uma fábrica de laticínios. O modelo foi implementado no software Gurobi, versão 6.03. Um dos objetivos do planejamento é decidir as produções mensais considerando as sazonalidades anuais. Mas, para diminuir o efeito do estado final, este estudo considerou um horizonte de planejamento de dezoito meses.

3.1 Dados de fabricação de queijos

Este estudo considerou o planejamento de um conjunto de dezoito queijos. A Tabela 1 apresenta os dados relativos a estes queijos. A coluna Conversão de Leite mostra a quantidade de leite necessário para produzir um quilo do respectivo queijo. A próxima coluna indica o tempo de maturação (em meses). A terceira coluna mostra o tempo de vida de cada queijo (em meses). A quinta coluna indica o custo unitário de produção dos queijos, e as duas últimas colunas mostram os preços unitários de vendas, integral e com descontos, respectivamente. A Tabela 2 apresenta os tempos maturação e validade por tipo de queijo. Neste estudo considerou-se um desconto de 20% no preço integral para produtos com 90% do tempo de validade. O custo do leite foi de R\$0,75/litro, e o custo unitário de estocagem de queijo já maturado foi de R\$0,30 /kg/mês.

Tabela 1 – Dados de tempo de maturação e validade, preço de produção e venda por tipo de queijo

j	Queijo	Maturação (Dias)	Validade (Dias)	Conversão de leite (L/KG)	Custo de Produção (\$/KG)	Preço de Vnd(\$/KG)	Preço Promoção (\$/KG)
7	Provolone (50,0KG) 1box- 1 unit	60	210	10,74	5,33	33,27	26,61
10	Provolone (5KG) 1box- 1 unit	15	210	10,74	4,99	33,27	26,61
11	Provolone (10KG) 1box- 1 unit	18	210	10,74	4,32	33,27	26,61
12	Provolone (20KG) 1box- 1 unit	45	210	10,74	5,24	33,27	26,61
15	Estepe (7,0KG) 1box- 1 unit	40	210	10,13	4,54	72,22	57,77
17	Prato Esférico(1,8KG) 1box- 4 units	40	210	10,21	4,61	30,4	24,32
26	Prato Esférico(1,8KG) 1box- 4 units - RJ	15	240	9,86	4,5	30,4	24,32
46	Coalho (400G) 1box- 16units	2	90	9,87	5,29	47,3	37,84
56	Gorgonzola (FRACAO AL.200G) 1box- 32units	40	90	6,96	4,11	57,75	46,2
67	Provolone (FRACAO 360G) 1box- 16units	15	90	10,74	5,5	49,87	39,9
70	Gruyere (13,0KG) 1box- 1 unit	60	210	12,04	4,8	57,98	46,38
74	Provolone (750G) 1box- 12units	6	120	9,86	6,02	33,27	26,62
75	Provolone (100KG) 1box- 1 unit	90	210	10,74	5,24	33,27	26,62
107	Prato (3,6KG) 1box- 6units	15	240	9,39	4,5	30,4	24,32
116	Gorgonzola (3,0KG) 1box- 2units	40	120	6,96	2,77	48,2	38,56
117	Provolone (CRY 5,0KG) 1box- 1 unit	15	210	10,74	5,69	38,69	30,95
128	Provolonete (450G) 1box- 25units	5	120	9,86	5,85	49,87	39,9
142	Emental (25,0KG) 1box- 1 unit	120	210	13,17	5,47	104,9	83,92

Fonte : Dados da empresa em estudo

3.2 Demanda de Queijos

Para o planejamento da produção se torna importante a avaliação tanto da demanda de cada queijo como a avaliação do suprimento de matéria-prima, leite, que pode ser acompanhada no exemplo de 6 produtos de maiores volumes de venda, mostrados na Figura 3, com dados em p.u., normalização utilizada entre 0 e 1 para equilibrar o gráfico. A demanda dos queijos se apresenta com diferenças tanto em nível como em termos da sazonalidade anual.

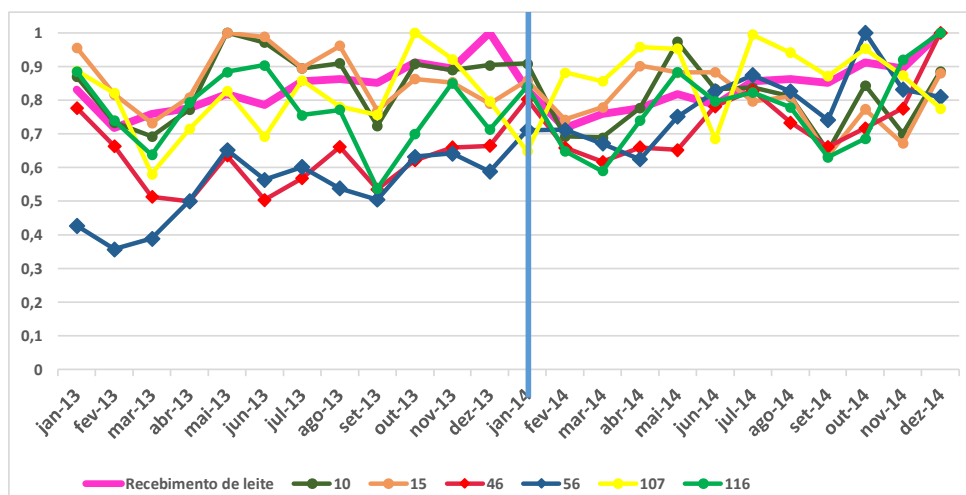


Figura 3 - Demanda para o intervalo de 2013 a 2014 em p.u. de 6 tipos de queijos e o suprimento de leite da planta

Fonte : Dados da empresa em estudo

3.3 Estoque Inicial de Queijos

A cada instante de tempo sempre há estoques de queijos em maturação e maturados. A Tabela 2 mostra um exemplo de estoque do queijo 107 no ano de 2014. Observe que há vários lotes de queijo em maturação, e lotes que são vendidos via promoção após o período da validade considerado como próprio para venda normal, sendo destinado a venda por promoção.

Tabela 2- Exemplo de estoques de queijos

Queijo	Período	jan/14	fev/14	mar/14	abr/14	mai/14	jun/14	jul/14	ago/14	set/14	out/14	nov/14	dez/14
107	Estoque de maturacao 9	182.851	179.442	197.070	194.321	145.827	203.087	188.539	177.734	195.276	177.631	146.201	167.360
107	Estoque de validade 8	122.211	182.851	179.442	197.070	194.321	145.827	203.087	188.539	177.734	195.276	177.631	146.201
107	Estoque de validade 7	-	-	16.425	17.967	16.459	14.620	16.736	15.497	10.957	13.480	15.607	13.041
107	Estoque de validade 6	-	-	-	16.425	17.967	16.459	14.620	16.736	15.497	10.957	13.480	15.607
107	Estoque de validade 5	-	-	-	-	16.425	17.967	16.459	14.620	16.736	15.497	10.957	13.480
107	Estoque de validade 4	-	-	-	-	-	16.425	17.967	16.459	14.620	16.736	15.497	10.957
107	Estoque de validade 3	-	-	-	-	-	-	16.425	17.967	16.459	14.620	16.736	15.497
107	Estoque de validade 2	-	-	-	-	-	-	-	16.425	17.967	16.459	14.620	16.736
107	Estoque de validade 1	-	-	-	-	-	-	-	-	16.425	17.967	16.459	14.620
107	EstoqueVAL	122.211	182.851	195.867	231.462	245.172	211.298	285.294	286.244	286.396	300.992	280.988	246.140
107	EstoqueMAT	182.851	179.442	197.070	194.321	145.827	203.087	188.539	177.734	195.276	177.631	146.201	167.360
107	Venda	122.211	166.426	161.475	180.611	179.701	129.091	187.590	177.583	164.254	179.669	164.590	146.201
107	Vendap	-	-	-	-	-	-	-	-	16.425	17.967	16.459	14.620
107	Perda	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
107	Falta	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

Fonte : Dados da empresa em estudo

3.4 Capacidade de Produção de Queijos

A Tabela 3 mostra as capacidades de produção mensal (quilos/mês) para os seis tipos de queijo de maior mercado.

Tabela 2 - Capacidade de produção Mensal por tipo de queijo

Queijo	Capacidade de produção (kg)
10	1000
15	1000
46	1000
56	1000
107	9700
116	2000

Fonte : Dados da empresa em estudo

3.5 Solução: Produção Mensal de Queijos

A Figura 4 e a Tabela 4 mostram as produções mensais dos queijos 10, 15, 46, 56, 116 e 107, que são os tipos de maiores mercados. A Tabela mostra as produções para os primeiros doze meses do horizonte de planejamento.

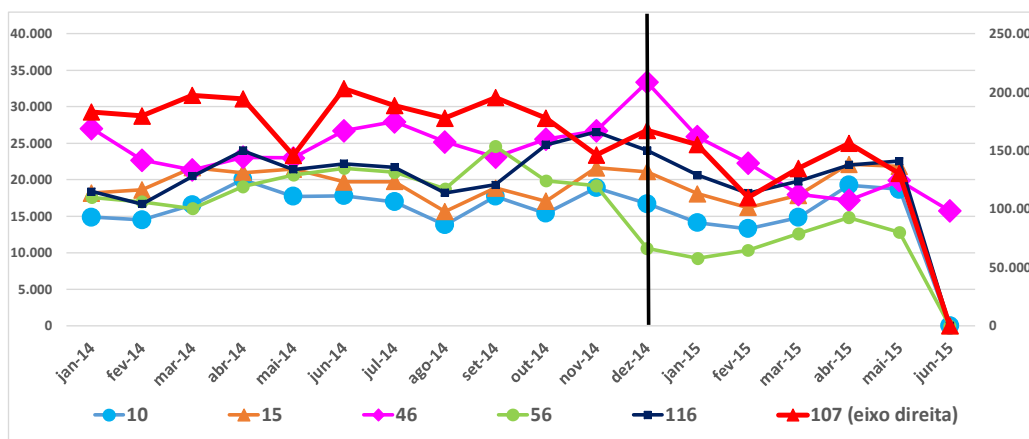


Figura 4- Plano de produção anual de queijos

Fonte : Dados da empresa em estudo

Tabela 3- Plano anual de produção de queijos

Queijo	Janeiro	Fevereiro	Março	Abril	Mai	Junho	Julho	Agosto	Setembro	Outubro	Novembro	Dezembro
7	3.261	110	2.765	2.884	2.351	2.329	2.003	1.344	2.416	2.100	2.054	1.792
10	19.324	10.042	16.570	20.056	17.729	17.778	16.997	13.809	17.719	15.403	18.896	16.726
11	7.462	8.283	9.381	8.511	8.670	9.406	7.783	7.783	7.514	7.206	9.653	10.432
12	4.446	201	5.706	3.596	4.891	4.527	2.971	2.290	2.698	2.274	3.687	2.999
15	18.197	18.603	21.645	20.971	21.448	19.711	19.740	15.636	18.869	17.041	21.621	21.104
17	5.620	5.397	6.355	5.565	6.060	5.988	6.579	4.990	4.732	4.662	5.391	6.452
26	23	192	157	2	670	1.297	312	285	1.288	396	21	3.510
46	27.019	22.668	21.340	23.070	22.982	26.727	27.958	25.186	23.099	25.574	30.000	30.000
56	17.605	18.642	20.000	20.000	20.000	20.000	20.000	20.000	20.000	19.852	19.209	10.599
67	7.288	7.374	10.156	10.944	10.306	11.039	9.273	8.797	11.306	9.331	11.747	12.111
70	17.130	9.089	4.817	5.264	10.625	7.545	8.642	7.361	7.852	9.564	9.429	6.706
74	8.481	6.286	5.000	5.437	7.578	5.422	7.651	7.139	5.716	7.752	6.387	8.257
75	350	33	308	565	886	384	246	544	1.019	1.122	1.006	451
107	183.684	190.000	190.000	190.000	158.913	190.000	188.539	183.010	190.000	177.631	146.201	167.360
116	18.371	16.694	20.492	23.979	21.410	22.223	21.711	18.205	19.285	24.795	26.536	24.021
117	9.756	10.563	10.746	12.831	10.663	12.222	11.173	8.417	10.778	10.767	10.926	11.882
128	20.159	13.512	12.074	13.033	17.252	13.262	16.264	16.114	12.516	14.053	17.195	16.706
142	2.363	1.299	1.086	39	709	738	867	967	713	390	804	535
Total Geral	370.537	338.987	358.599	366.748	343.143	370.599	368.710	341.875	357.520	349.913	340.762	351.642

Fonte : Dados da empresa em estudo

A Tabela 5 apresenta detalha a solução em termos das vendas a preço cheio, coluna A e com desconto, coluna B, a segunda coluna indica que a demanda de todos os queijos foram integralmente satisfeitas. Além disso, em todos os tipos de queijo houveram vendas com desconto, fator que obedeceu ao percentual de 10% da demanda atendida e tempo de validade do produto, como apresentado pela Tabela 2, a partir do mês de setembro/2014. Utilizando para venda por promoção, também, o fator de rentabilidade de cada produto, ‘Lucro venda por litro de leite por kg de produto’, para definir o que produzir e o que vender a preço cheio, coluna C e com desconto, coluna D.

Tabela 4 - Resumos das vendas

Queijos	Cenário 4 – Produção limitada por produto, 100% de leite, com venda por promoção limitada em 10% da demanda		C-Lucro venda por litro leite/ produto (R\$/litro)	D-Lucro vendap por litro leite/ produto (R\$/litro)
	A-Venda (kg)	B-Vendap(kg)		
56	213.137	16.552	6,957	5,168
142	10.475	162	6,800	5,047
15	212.406	8.330	5,931	4,297
116	232.769	16.249	5,777	4,220
128	165.585	12.379	3,715	2,582
70	95.325	2.979	3,667	2,529
46	277.899	23.221	3,506	2,457
67	106.933	8.448	3,381	2,369
117	118.679	4.649	2,323	1,406
74	73.615	5.551	2,014	1,218
107	1.959.399	65.471	2,008	1,105
11	90.035	3.580	1,946	1,130
10	184.632	7.480	1,883	1,068
26	3.072	128	1,877	1,017
12	34.645	905	1,860	1,044
75	5.464	131	1,860	1,045
7	22.143	699	1,851	1,036
17	62.242	2.361	1,776	0,975
Total	3.868.455	179.276		
%demanda	100%			

Fonte : Dados da empresa em estudo

A Figura 5 mostra o estoque total dos queijos já maturados e dentro de seu prazo de validade (EstoqueVAL), o total de queijos em maturação (EstoqueMAT), o total de vendas com preço cheio (Vendas), o total de vendas por promoção (Vendasp). Tem também a curva de oferta de leite (Leite) e a curva de produção total (Produção). Os valores destas duas últimas curvas são dadas pela escala vertical à direita. Nota-se que a produção total e o estoque de queijos em maturação basicamente seguem a oferta de leite, aumentando os seus valores quando há mais leite em oferta, e diminui os seus valores quando há menos leite.

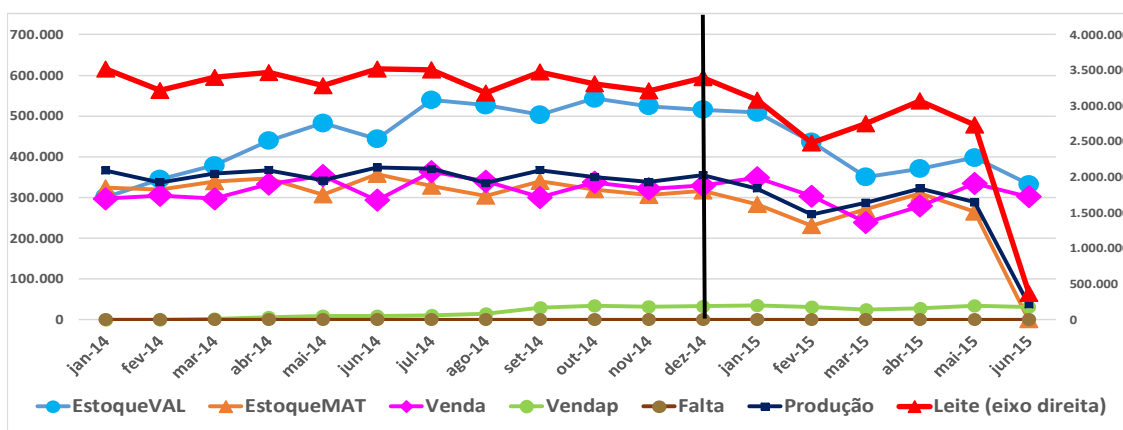


Figura 5 - Curvas de produção, estoques em maturação e maturados, leite, e vendas.

Fonte : Dados da empresa em estudo

Em relação às vendas com desconto, as maiores quantidades são dos queijos com maior mercado, sendo que para o maior deles (queijo 46) estas vendas corresponderam a menos de 10% das vendas a preço cheio.

A Tabela 6 resume os valores custos e receitas da solução. O custo com estoques corresponde a cerca de 2% do custo total, e o custocom estoque do leite ficou em torno de 6%. Mas, a principal parcela é o custo com a aquisição de leite. Nesta solução 100% da demanda foi atendida, e a venda por promoção atingiu 4% da receita total.

Tabela 6 - Resumo dos custos e receitas.

Resultado da gestão para 2014 - Cenário 4	R\$
Custo de Estoque	1.225.810,20
Custo do estoque leite	3.421.387,00
Custo do leite	50.072.924,93
Receita de venda promo	6.018.899,46
Receita de vendas	152.030.362,97
Resultante de lucro	103.329.140,29

Fonte : Dados da empresa em estudo

4. Conclusão

Este artigo apresentou um modelo de planejamento da produção agregada de queijos. O horizonte de tempo considerado deve ser de no mínimo doze meses, com o objetivo de levar em conta as sazonalidades na disponibilidade de leite e nas demandas de queijos. Este planejamento leva em conta o tempo de maturação dos queijos, e os seus prazos de validade. O problema de planejamento foi formulado como um problema de programação linear inteira mista, e determina a produção mensal de todos os tipos de queijo produzidos pela fábrica.

Como alguns queijos requerem um tempo de maturação relativamente longo, a sua produção precisa ser antecipada, e isto pode resultar em desbalanço entre a oferta e a demanda de queijos. Com o objetivo de minimizar os desbalanços entre oferta e demanda, o método propõe atualizações mensais do plano de produção, em função de dados mais recentes. Como os queijos são produtos com tempo de vida limitado, o modelo considera a venda com desconto para produtos próximos do seu prazo de validade. O método foi aplicado a um exemplo baseado em dados verificados em uma indústria de queijos brasileira.

Referências

- BAKKER, M.; RIEZEBOS, J.; TEUNTER, R.H.,** *Review of inventory systems with deterioration since 2001. European Journal of Operational Research*, 221, p. 275 a 284, 2012. doi: 10.1016/j.ejor.2012.03.00.
- CEPEA,** 2016 *PIB do Agronegócio do Brasil*. Disponível em <http://www.cepea.esalq.usp.br/upload/kceditor/files/Relatorio%20PIBAGRO%20Brasil_SETEMBRO.pdf>.
- CEPEA,** 2017 *PIB de Cadeias Agropecuárias*. Disponível em < <https://www.cepea.esalq.usp.br/br/pib-de-cadeias-agropecuarias.aspx>>.
- CHEN, J.-M.; CHEN, L.-T.** *Pricing and production lot-size/scheduling with finite capacity for a deteriorating item over a finite horizon. Computers & Operations Research*, 32, p. 2801–2819, 2005.
- FENG, Y; D'AMOURS, S; BEAUREGARD, R.** The value of sales and operations planning in oriented strand board industry with make-to-order manufacturing system: Cross functional integration under deterministic demand and spotmarket recourse. *Int. J. Production Economics*, 115, p.189– 209, 2008.
- FENG, Y.; XIAO, B.** *Integration of pricing and capacity allocation for perishable products. European Journal of Operational Research*, 168, p. 17–34, 2006.
- G1,** 2017 *Fazendas produtoras de leite faturaram R\$ 27 bilhões em 2016*. Disponível em <<https://g1.globo.com/economia/agronegocios/agro-a-industria-riqueza-do-brasil/noticia/fazendas-produtoras-de-leite-faturaram-r-27-bilhoes-em-2016.ghtml>>.
- GOYAL, S. K., GIRI, B.C.,** *Recent trends in modeling of deteriorating inventory, European Journal of Operational Research*, 134, p. 1-16, 2001.
- KAR, S., BHUNIA, A. K., MAITI, M.,** *Inventory of multi-deteriorating items sold from two shops under single management with constraints on space and investment, Computers&Operations Research*, Vol. 28, p. 1203-1221, 2001.
- NAHMIAS, S.,** *Perishable inventory theory: A review, Operations Research*, 30(4), pp. 680-708, 1982.
- RAAFAT, F.,** *Survey of literature on continuously deteriorating inventory models. The Journal of the Operatinal Research Society*, Vol. 42, n. 1, janeiro, 1991, pp.27-37.
- RAU, H., WU, M.-Y. WEE, H.-M.,** *Deteriorating item inventory model with shortage due to supplier in an integrated supply chain, International Journal of System Science*, 35(2), p. 293-303, 2004.

TEKIN, E; GURLER, U; BERK, E. *Age-based vs tock level control policies for a perishable inventory system, European Journal of Operational Research*, 134, 309–329, 2001.

URBAN, T. L., *Inventory models with inventory-level-dependent demand: A comprehensive review and unifying theory, European Journal of Operational Research*, 162, p. 792-804, 2005.

ZANONI, S. and ZAVANELLA, L. *Single-vendor single-buyer with integrated transport-inventory system: Models and heuristics in the case of perishable goods. Computers & Industrial Engineering*, 52(1), p.107-123, 2007.