

Modelo em Programação Linear Inteira Mista para Programar a Produção de Produtos Moldados por Injeção

Bruno Loschi Ceolin (UTFPR – CPGEI) brunolosck@gmail.com

Leandro Magatão (UTFPR – CPGEI) magatao@utfpr.edu.br

Resumo:

O presente artigo aborda um problema de programação de produção em uma empresa de componentes moldados por injeção plástica. Propõe-se um modelo matemático em Programação Linear Inteira Mista (PLIM) para resolver o sequenciamento produtivo, considerando-se os custos de estoques, *backlogging* e *setup*. Este modelo desenvolvido teve por base o modelo em PLIM proposto por Dastidar e Nagi (2005). Realizou-se um estudo de caso baseado em dados reais da empresa, o qual envolveu o conjunto das quatro principais peças fabricadas, as quais são injetadas em uma máquina de 450 toneladas de capacidade. A partir da implementação e resolução computacional do modelo matemático proposto, os resultados obtidos mostram uma possibilidade de redução no tempo total gasto com a fabricação das peças, aliado a uma diminuição de custos produtivos.

Palavras chave: Produtos Injetados, Planejamento da Produção, Programação Linear Inteira Mista.

Mixed Integer Linear Programming Model for Production Planning of Injection Molding Products

Abstract

The presented article addresses a production planning problem in a plastic injection molding products company. A mathematical model in Mixed Integer Linear Programming (MILP) is proposed to solve the production sequencing, considering the costs of inventories, backlogging, and setup. This model was based on the MILP model proposed by Dastidar and Nagi (2005). A case study was carried out based on real company data, which involved the set of four main manufactured parts, which are injected into a machine of 450-ton capacity. From the implementation and computational resolution of the proposed mathematical model, the obtained results show a possibility of reduction in the total time spent with the manufacturing of products, together with a reduction of productive costs.

Key-words: Injection Molding Products, Production Planning, Mixed Integer Linear Programming.

1. Introdução

O Planejamento e Controle da Produção (PCP) em uma fábrica é responsável por minimizar os custos do processo produtivo além de maximizar a utilização de recursos e nível de serviço. Estes objetivos são alcançados por meio do correto gerenciamento dos recursos humanos e físicos durante um horizonte de fabricação. Algumas das decisões principais que estão sob a responsabilidade do PCP envolvem a determinação dos tipos de produtos a serem produzidos, assim como seu volume e sequência de produção, levando sempre em

consideração a capacidade produtiva da fábrica, além dos prazos de entrega (FERREIRA, 2006).

O dimensionamento de lotes é uma problemática comumente abordada na literatura que tange o PCP (FERREIRA, 2006). Este problema é constituído pela tomada de decisão de quais quantidades de cada produto deverão ser produzidas de modo a atender as demandas e a capacidade do sistema de fabricação. A partir do momento em que a programação destes itens é relevante e envolve o consumo de recursos, o sequenciamento da produção torna-se importante ferramenta de decisão juntamente com a abordagem conjunta do dimensionamento dos lotes, definindo, desta maneira, o clássico problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes.

O problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes possui diversas variáveis, as quais podem representar características do processo produtivo. Para esta pesquisa, serão consideradas múltiplas máquinas de moldagem por injeção de termoplásticos as quais estão sujeitas a único estágio produtivo, além de diversos períodos divididos em subperíodos com custos de *setup* dependentes da sequência de programação de processos.

O objetivo desse trabalho é estudar o problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes de forma geral, adaptando o modelo proposto por Dastidar e Nagi (2005) a um caso real. Com essa abordagem espera-se que a proposta se torne eficiente, com possibilidade de extensão para fábricas que possuam elevado número de máquinas e processos de fabricação.

Na seção 2 do presente trabalho detalha-se o referencial teórico necessário ao entendimento do modelo matemático utilizado. A seção 3 descreve o problema abordado. Na seção 4, os resultados obtidos são expostos, destacando-se uma comparação entre os resultados sugeridos com o auxílio do modelo em relação à prática operacional, baseada somente na experiência dos operadores do sistema. Na seção 5, apresenta-se a conclusão do trabalho enfatizando-se os ganhos obtidos com a aplicação do modelo de otimização proposto.

2. Referencial Teórico

Ao longo do último século uma gama elevada de pesquisas acadêmicas tem como tema central um problema recorrente na indústria: o planejamento e controle da produção. Algumas decisões em um ambiente fabril são fundamentais para o bom andamento do processo produtivo e maior lucratividade de uma empresa, tais como: a sequência ideal para fabricação de componentes, qual máquina deve-se utilizar e quais funcionários devem ser alocados para a realização das tarefas. Diante deste contexto, desde o início do século passado modelos matemáticos que tratam de dimensionamento de lotes, alocação de pessoas e programação de produção estão sendo desenvolvidos e melhorados por diversos pesquisadores (*e.g.*, HARRIS, 1913).

A seguir serão apresentados alguns modelos matemáticos no contexto de estudo, os quais irão utilizar um conjunto de índices, parâmetros e variáveis, conforme apresentado na Tabela 1.

Em 1989 Trigeiro (1989) propôs o Dimensionamento de Lotes Capacitado (CLSP - *Capacited Lot Sizing Problem*). A principal característica do CLSP é possibilitar a produção de vários itens em um mesmo intervalo de tempo permitindo a partição do horizonte de planejamento em períodos, conforme necessário.

Em seu trabalho intitulado DLSP (*Discrete Lot Sizing and Scheduling Problem*), Fleischmann (1990) visava estabelecer um modelo que realizasse o dimensionamento e sequenciamento de lotes de forma integrada. O modelo apresentado consiste em considerar pequenos intervalos de tempo onde apenas um item é fabricado por vez. Desta forma é possível saber a ordem de fabricação e a quantidade produzida.

	Simbologia	Descrição
Índices	$i, j = 1, \dots, N$	Item
	$t = 1, \dots, T$	Período
Parâmetros	N	Número de itens
	T	Número de períodos do horizonte
	cs_i	Custo de <i>Setup</i>
	st_i	Tempo de <i>Setup</i>
	p_i	Custo de produção
	tp_i	Tempo de ciclo
	I_{i0}	Estoque inicial do item i
	h_i	Custo unitário de estoque
	d_{it}	Demanda do item i no período t
	C_t	Capacidade de produção da máquina no período t
	x_{i0}	Indica que a máquina está configurada para a produção do item i no primeiro período do horizonte de planejamento
Variáveis	M	Número suficientemente grande
	q_{it}	Quantidade produzida do item i no período t
	I_{it}	Estoque do item i no final do período t
	x_{it}	Indica que a máquina está configurada para a produção do item i no período t ($x_{it}=1$), caso contrário (c.c.), $x_{it}=0$
	y_{it}	Indica a ocorrência de <i>setup</i> para a produção do item i no período t ($y_{it}=1$), c.c., $y_{it}=0$

Fonte: Adaptado de FLEISCHMANN (1990)

Tabela 1- Conjunto de índices, parâmetros e variáveis

O principal aspecto do DLSP é a utilização de todo o recurso por parte do item que está sendo produzido. Desta forma o modelo permite apenas a produção de um único item dentro do período. O modelo DLSP está explicitado nas expressões (1) a (7):

Modelo DLSP (FLEISCHMANN, 1990):

$$\min \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (cs_i + y_{it} + h_i I_{it}) \quad (1)$$

Sujeito a:

$$I_{it} = I_{i(t-1)} + q_{it} - d_{it} \quad \forall i=1, \dots, N \quad t=1, \dots, T \quad (2)$$

$$tp_i q_{it} = C_t x_{it} \quad \forall i=1, \dots, N \quad t=1, \dots, T \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^N x_{it} \leq 1 \quad \forall t=1, \dots, T \quad (4)$$

$$y_{it} \geq x_{it} - x_{i(t-1)} \quad \forall i=1, \dots, N \quad t=1, \dots, T \quad (5)$$

$$x_{it} \in \{0, 1\} \quad \forall i=1, \dots, N \quad t=1, \dots, T \quad (6)$$

$$I_{it}, q_{it}, y_{it} \geq 0 \quad \forall i=1, \dots, N \quad t=1, \dots, T \quad (7)$$

A função objetiv $\min \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (cs_i + y_{it} + h_i I_{it})$ (1) busca a minimização dos custos totais de

estoque e *setup*. O conjunto de restrições $I_{it} = I_{i(t-1)} + q_{it} - d_{it} \quad \forall i=1,...,N \quad t=1,...,T$

(2) garante que os estoques, quantidades produzidas e demandas estejam adequados. O segundo conjunto de restrições **Erro! Fonte de referência não encontrada.** visa garantir que toda a capacidade produtiva é utilizada pelo item que está sendo produzido. O conjunto

de restrições $\sum_{i=1}^N x_{it} \leq 1 \quad \forall t=1,...,T$ (4) demonstra a configuração da máquina para

apenas um item. O conjunto de restrições $y_{it} \geq x_{it} - x_{i(t-1)} \quad \forall i=1,...,N \quad t=1,...,T$ (5) considera o custo de *setup* para cada início de lote. Por fim o conjunto de restrições $x_{it} \in \{0,1\}$

$\forall i=1,...,N \quad t=1,...,T$ (6) e (7) representam os domínios das variáveis.

Uma destas variações foi descrita por Dastidar e Nagi (2005), que apresenta um caso similar ao que será abordado neste artigo. Em seu modelo os autores abordam o problema de *scheduling* em uma planta de injeção plástica visando minimizar os custos de *setup*, de estoque e de atraso de entrega (também conhecido como *backlogging*).

O modelo desenvolvido por Dastidar e Nagi (2005) utiliza algumas notações que não estão explicitadas na Tabela 1. Assim, todos os índices utilizados estão demonstrados na Tabela 2.

	Simbologia	Descrição
Índices	$i, j = 1, ..., N$	Item
	$m = 1, ..., M$	Máquinas
	$l = 1, ..., L$	Recursos
	$t = 1, ..., T$	Períodos
Parâmetros	D_{it}	Demanda do componente i para o período t
	C_{im}	Capacidade produtiva da máquina
	ρ_{im}	Produtividade do componente i na máquina m
	τ_{jim}	Tempo de <i>setup</i> do componente j para o componente i
	μ_{ji}	Tempo <i>setup</i> da matéria prima
	S_{jim}	Custo de <i>setup</i> do componente j para o componente i
	b_i	Custo unitário de <i>backlogging</i> (atraso de entrega)
	h_i	Custo unitário de estoque do item i
	d_{it}	Demanda do item i no período t
	r_{im}^1	Indica a necessidade de utilizar recurso para produzir o componente i na máquina m ($r_{im}^1=1$) caso contrário ($r_{im}^1=0$)
	π_{im}	Indica se o componente i pode ser fabricado na máquina m ($\pi_{im}=1$), caso contrário, $\pi_{im}=0$
Variáveis	X_{imt}	Quantidade processada do item i na máquina m no período t
	I_{it}	Estoque do item i no final do período t
	B_{it}	<i>Backlog</i> do componente i no período de tempo t
	φ_{it}	Indica que a máquina está configurada para a produção do item i no período t ($\varphi_{it}=1$), caso

ψ_{it} contrário, $\varphi_{it}=0$
Indica a ocorrência de setup para a produção do item i no período t ($\psi_{it}=1$), caso contrário, $\psi_{it}=0$

Fonte: Adaptado Dastidar e Nagi (2005)

Tabela 2 - Conjunto de índices, parâmetros e variáveis

Modelo (Dastidar e Nagi, 2005):

$$\min \sum_{i,j=1}^P \sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^T s_{jim} \Psi_{jimt} + \sum_i \sum_t h_i I_{it} + \sum_i \sum_t p_i b_{it} \quad (8)$$

Sujeito a:

$$I_{it} - b_{it} = I_{i(t-1)} - b_{i(t-1)} + \sum_{m=1}^M x_{imt} - d_{it} \quad \forall i, t \quad (9)$$

$$x_{imt} \leq C_{im} \Phi_{imt} - \sum_{\substack{j=1/\pi_{jm} \\ j \neq i}}^P \rho_{im} (\tau_{jim} + \mu_{ji}) \Psi_{jimt} \quad \forall i, m | \pi_{im}=1, t \quad (10)$$

$$\sum_{i=1}^P \sum_{m=1}^M r_{im}^1 \Phi_{imt} \leq n_l \quad \forall i, m | \pi_{im}=1, t, l \quad (11)$$

$$\sum_{i=1}^P \Phi_{imt} \leq 1 \quad \forall i, m | \pi_{im}=1, t \quad (12)$$

$$\Psi_{jimt} \geq \Phi_{imt} + \Phi_{jm(t-1)} - 1 \quad \forall i, j, m | \pi_{im} = \pi_{jm} = 1, i \neq j, t \quad (13)$$

$$\Phi \in \{0, 1\} \quad \forall i, m | \pi_{im}=1, t \quad (14)$$

$$\Psi_{jimt} \in \{0, 1\}, \quad \forall i, j, m | \pi_{im} = \pi_{jm} = 1, i \neq j, t \quad (15)$$

$$x_{imt}, I_{it}, b_{it} \geq 0 \quad \forall i, m, t \quad (16)$$

A função objetivo $\min \sum_{i,j=1}^P \sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^T s_{jim} \Psi_{jimt} + \sum_i \sum_t h_i I_{it} + \sum_i \sum_t p_i b_{it}$ (8) visa minimizar

o custo total de *setup*, estoques e *backlogging*. O conjunto de restrições

$I_{it} - b_{it} = I_{i(t-1)} - b_{i(t-1)} + \sum_{m=1}^M x_{imt} - d_{it} \quad \forall i, t$ (9) garante o correto balanceamento entre as

partes produzidas, demanda e estoques. O conjunto de restrições

$x_{imt} \leq C_{im} \Phi_{imt} - \sum_{\substack{j=1/\pi_{jm} \\ j \neq i}}^P \rho_{im} (\tau_{jim} + \mu_{ji}) \Psi_{jimt} \quad \forall i, m | \pi_{im}=1, t$ (10) determina o número de partes

que podem ser produzidas sem exceder a capacidade das máquinas, além de levar em

consideração as perdas por *setup*. O conjunto de restrições $\sum_{i=1}^P \sum_{m=1}^M r_{im}^1 \Phi_{imt} \leq n_l \quad \forall i, m | \pi_{im}=1,$

t, l (11) garante que o número de equipamentos utilizados para a fabricação de determinado item é igual ou menor à quantidade de equipamentos disponíveis. O conjunto de

restrições $\sum_{i=1}^P \Phi_{imt} \leq 1 \quad \forall i, m | \pi_{im}=1, t$ (12) assegura a fabricação de apenas um item por vez nas

máquinas. O conjunto de restrições $\Psi_{jmt} \geq \Phi_{imt} + \Phi_{jm(t-1)} - 1 \quad \forall i, j, m | \pi_{im} = \pi_{jm} = 1, i \neq j, t$ (13)

determina quando os *setups* ocorrem. As restrições $\Phi \in \{0,1\} \quad \forall i, m | \pi_{im}=1, t$ (14) e (15)

definem conjuntos binários e, finalmente, o conjunto de restrições (16) indica que o número de partes produzidas e quantidade em estoque não sejam negativos.

3. Descrição do Problema

Visando adaptar um modelo em Programação Linear Inteira Mista para programar a produção de produtos moldados por injeção, foi realizado um estudo real baseado em uma empresa situada na zona industrial da cidade de Curitiba. A

Figura 1 apresenta um croqui simplificado do *layout* de produção desta fábrica.

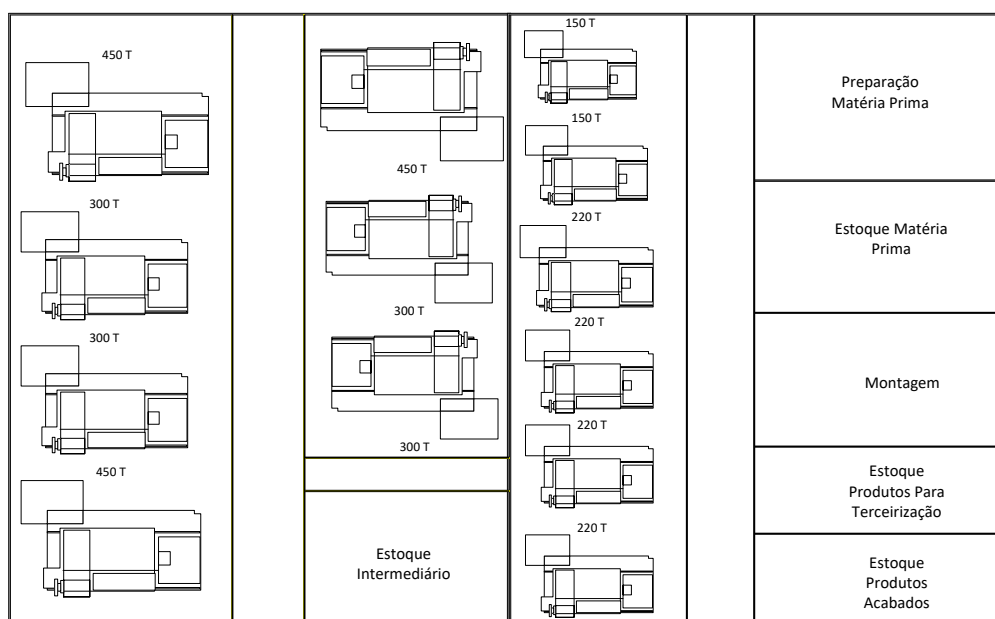


Figura 1 – Layout da Fábrica em Análise

O início do fluxo produtivo se dá na preparação da matéria-prima. Este setor é responsável por realizar os processos de homogeneização entre as resinas plásticas e o *masterbatch*, isto é realizar a mistura entre os dois componentes de forma a não ter imperfeições no produto acabado. Quando necessário neste setor também se retira a humidade do material granulado, processo este que ocorre normalmente com componentes que utilizam como matéria-prima o ABS.

O segundo estágio é a moldagem por injeção dos componentes. É importante ressaltar que existem máquinas de diferentes forças de fechamento, sendo que o jargão industrial ao termo é “tonelagem de máquina”. A empresa em estudo possui quatro máquinas de 300 toneladas, 3 máquinas com 450 toneladas, 4 máquinas de 220 toneladas e 2 de 150 toneladas.

3.1 Programação de Produção

No caso em estudo, a agenda de fabricação é enviada para o chão de fábrica com as datas de entrega e planos de processo (máquina a ser utilizada, tempos de processo, sequência de fabricação). Nas plantas de fabricação são encontrados diversos problemas que vão desde

máquinas que necessitam de manutenção corretiva até falta de matéria-prima e elevados tempos de *setup*.

Os produtos injetados são muitas vezes componentes simples que exigem apenas um processo e podem ser fabricados em diversas máquinas similares. A Figura 2 exemplifica todo o fluxo produtivo de uma peça em análise, desde o inventário de matéria-prima até o estoque final. Diante deste contexto a ordenação dos moldes em cada máquina determina completamente a programação da produção. Segundo Cavalcanti e Moraes (1998), a programação de produção se constitui um problema sequencial puro visto que o desempenho de um sistema produtivo é determinado pela ordenação ótima de todo sistema.

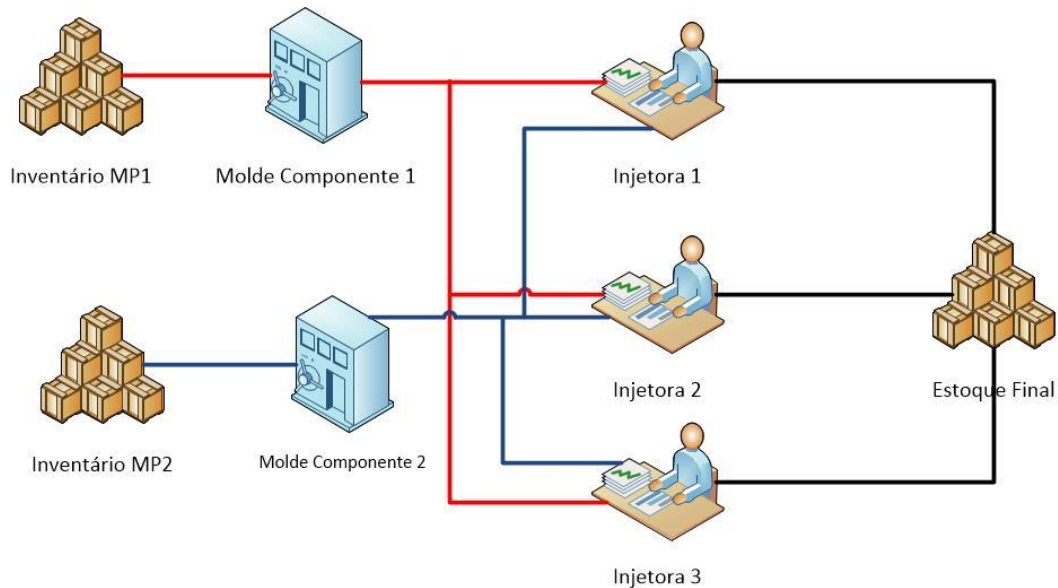


Figura 2 – Ilustração do Fluxo Produtivo em Análise

Assim como em vários outros casos reais, os tempos de troca de molde em máquinas injetoras variam conforme a matéria-prima que está/será utilizada para produzir os componentes. Um exemplo de sequenciamento produtivo do caso a ser estudado está explicitado na Figura 3. Nesta figura é possível notar diferenças no *setup* em função das diferentes sequências de matéria prima processadas durante o horizonte de tempo.

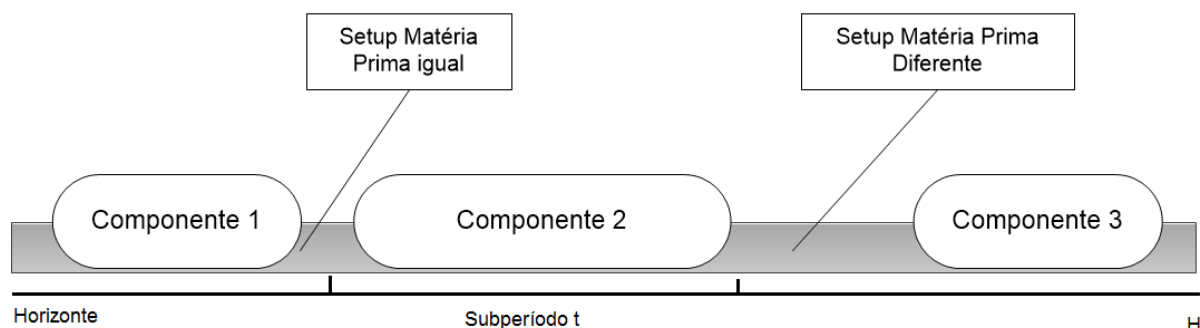


Figura 3 – Exemplo de Sequenciamento da Produção com *Setups*

Fonte: O autor (2016)

Analisando o ambiente de fabricação descrito nesta seção e ilustrado na Figura 1, é possível perceber que se trata de um gerenciamento de organização de produção onde saber qual a

sequência utilizada e em qual momento se deve produzir os componentes se torna fundamental para buscar uma redução nos tempos de *setup*, mantendo-se, ainda, as entregas nos prazos estipulados pelos clientes.

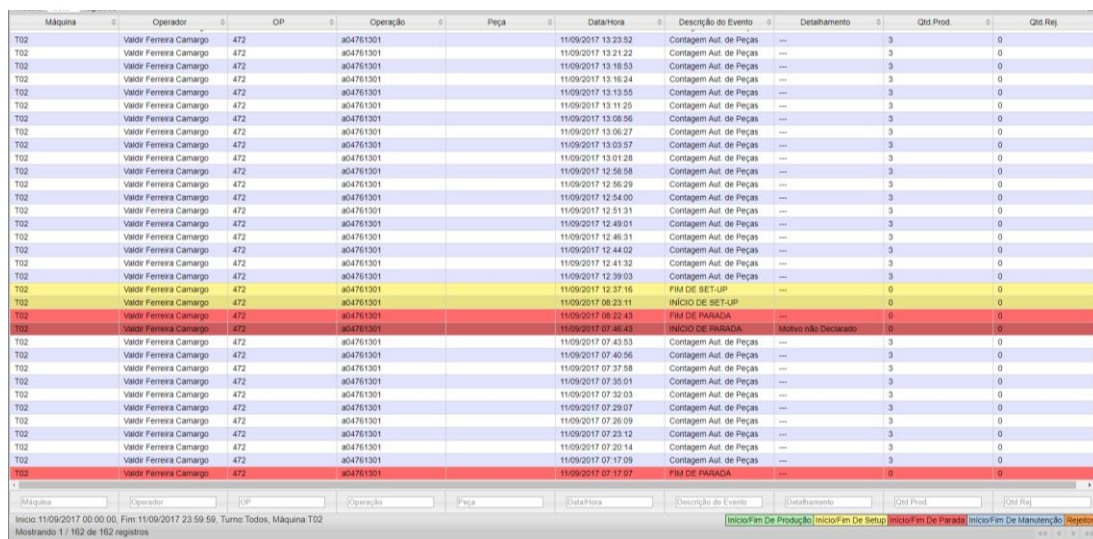
Com o objetivo de automatizar o planejamento e controle de produção, foi proposta uma formulação matemática que é apresentada em anexo neste trabalho, mas que tem por base os modelos apresentados na Seção 2. Apesar de ter tomado como base o processo de fabricação de moldagem por injeção de termoplásticos, esta modelagem pode ser utilizada em outros processos produtivos similares como, por exemplo, estampagem de materiais metálicos.

4. Análises e Resultados

4.1 Coleta de Dados

A fábrica em estudo possui 135 componentes que são produzidos em todas as suas injetoras. Diante da elevada quantidade de itens, fez-se necessário selecionar um grupo de máquinas específico e também um conjunto de peças para a validação do modelo. Baseando-se em faturamento, foram selecionadas as 4 principais peças que são injetadas em uma máquina de 450 toneladas.

A empresa em estudo possui instalado em sua fábrica o sistema de controle *NC System* (NC System, 2017) que monitora as máquinas em tempo real e fornece relatórios sobre quantidade de peças produzidas, tempos de *setup* e paradas de máquina. As informações entregues pelo sistema são ilustradas na Figura 4, tais como: especificação da máquina, operação realizada, tempos exatos de início e fim das operações e quantidade de peças envolvidas. Nesta figura, as cores amarela e vermelha indicam, respectivamente, *setups* e paradas de máquina.



Máquina	Operador	OP	Operação	Peça	Data/Hora	Descrição do Evento	Detalhamento	Qtd Prod	Qtd Req
T02	Valdir Ferreira Camargo	472	a04761301		11/09/2017 13:23:52	Contagem Aut. de Peças	---	3	0
T02	Valdir Ferreira Camargo	472	a04761301		11/09/2017 13:21:22	Contagem Aut. de Peças	---	3	0
T02	Valdir Ferreira Camargo	472	a04761301		11/09/2017 13:18:53	Contagem Aut. de Peças	---	3	0
T02	Valdir Ferreira Camargo	472	a04761301		11/09/2017 13:16:24	Contagem Aut. de Peças	---	3	0
T02	Valdir Ferreira Camargo	472	a04761301		11/09/2017 13:13:55	Contagem Aut. de Peças	---	3	0
T02	Valdir Ferreira Camargo	472	a04761301		11/09/2017 13:11:25	Contagem Aut. de Peças	---	3	0
T02	Valdir Ferreira Camargo	472	a04761301		11/09/2017 13:08:56	Contagem Aut. de Peças	---	3	0
T02	Valdir Ferreira Camargo	472	a04761301		11/09/2017 13:06:27	Contagem Aut. de Peças	---	3	0
T02	Valdir Ferreira Camargo	472	a04761301		11/09/2017 13:03:57	Contagem Aut. de Peças	---	3	0
T02	Valdir Ferreira Camargo	472	a04761301		11/09/2017 13:01:28	Contagem Aut. de Peças	---	3	0
T02	Valdir Ferreira Camargo	472	a04761301		11/09/2017 12:58:58	Contagem Aut. de Peças	---	3	0
T02	Valdir Ferreira Camargo	472	a04761301		11/09/2017 12:56:29	Contagem Aut. de Peças	---	3	0
T02	Valdir Ferreira Camargo	472	a04761301		11/09/2017 12:54:00	Contagem Aut. de Peças	---	3	0
T02	Valdir Ferreira Camargo	472	a04761301		11/09/2017 12:51:31	Contagem Aut. de Peças	---	3	0
T02	Valdir Ferreira Camargo	472	a04761301		11/09/2017 12:49:01	Contagem Aut. de Peças	---	3	0
T02	Valdir Ferreira Camargo	472	a04761301		11/09/2017 12:46:31	Contagem Aut. de Peças	---	3	0
T02	Valdir Ferreira Camargo	472	a04761301		11/09/2017 12:44:02	Contagem Aut. de Peças	---	3	0
T02	Valdir Ferreira Camargo	472	a04761301		11/09/2017 12:41:32	Contagem Aut. de Peças	---	3	0
T02	Valdir Ferreira Camargo	472	a04761301		11/09/2017 12:39:03	Contagem Aut. de Peças	---	3	0
T02	Valdir Ferreira Camargo	472	a04761301		11/09/2017 12:37:16	FIM DE SET-UP	---	0	0
T02	Valdir Ferreira Camargo	472	a04761301		11/09/2017 08:23:11	INICIO DE SET-UP	---	0	0
T02	Valdir Ferreira Camargo	472	a04761301		11/09/2017 08:22:43	FIM DE PARADA	---	0	0
T02	Valdir Ferreira Camargo	472	a04761301		11/09/2017 07:46:43	INICIO DE PARADA	Motivo não Declarado	0	0
T02	Valdir Ferreira Camargo	472	a04761301		11/09/2017 07:45:53	Contagem Aut. de Peças	---	3	0
T02	Valdir Ferreira Camargo	472	a04761301		11/09/2017 07:40:56	Contagem Aut. de Peças	---	3	0
T02	Valdir Ferreira Camargo	472	a04761301		11/09/2017 07:37:58	Contagem Aut. de Peças	---	3	0
T02	Valdir Ferreira Camargo	472	a04761301		11/09/2017 07:35:01	Contagem Aut. de Peças	---	3	0
T02	Valdir Ferreira Camargo	472	a04761301		11/09/2017 07:32:03	Contagem Aut. de Peças	---	3	0
T02	Valdir Ferreira Camargo	472	a04761301		11/09/2017 07:29:07	Contagem Aut. de Peças	---	3	0
T02	Valdir Ferreira Camargo	472	a04761301		11/09/2017 07:26:09	Contagem Aut. de Peças	---	3	0
T02	Valdir Ferreira Camargo	472	a04761301		11/09/2017 07:23:12	Contagem Aut. de Peças	---	3	0
T02	Valdir Ferreira Camargo	472	a04761301		11/09/2017 07:20:14	Contagem Aut. de Peças	---	3	0
T02	Valdir Ferreira Camargo	472	a04761301		11/09/2017 07:17:09	Contagem Aut. de Peças	---	3	0
T02	Valdir Ferreira Camargo	472	a04761301		11/09/2017 07:17:07	FIM DE PARADA	---	0	0

Figura 4 – Informações Coletadas pelo Sistema de Monitoramento na Empresa

Baseado nas informações coletadas no sistema, foram calculados os tempos médios de *setup*, em minutos, entre os quatro itens que foram selecionados, conforme Tabela 3.

Item	2018	6026	2880	6022
2018	-	72	50	72
6026	72	-	80	15
2880	50	80	-	80
6022	72	15	80	-

Fonte: O autor (2017)

Tabela 3 – Tempos de *Setup* (em minutos) para Matérias-Primas

A programação de produção semanal para a máquina em estudo é explicitada na Figura 5. Por meio da Figura 5 é possível notar o elevado número de *setups* que são realizados durante uma semana produtiva. Também fica explicitada a falta de organização entre a produção, principalmente entre 6022 e 6026, que foram diversas vezes intercambiados com tempos de produção reduzidos.

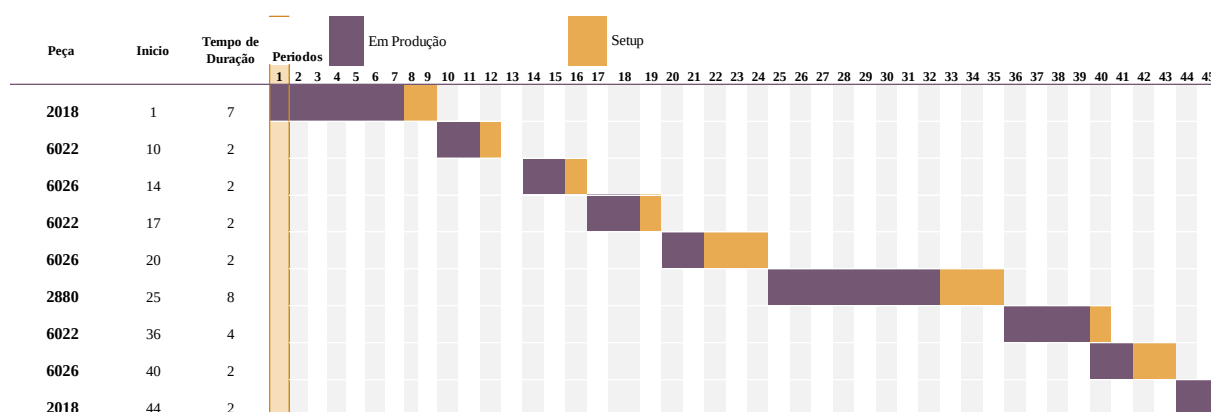


Figura 5 – Exemplo de Programação de Produção Semanal para Diferentes Peças em uma Máquina Injetora

Por fim, a Tabela 4 apresenta o tempo total de produção, considerando a agenda que foi utilizada pela empresa. Analisando-se a Tabela 4, nota-se que a empresa teve um tempo total de produção de 49 horas e 24 minutos, tendo sido necessário pagar horas extras aos seus funcionários. Em um mercado em que as margens de lucro são exíguas, pagar horas extras constantemente pode acarretar em significativo prejuízo financeiro para a empresa. Desta forma, a presente seção evidencia que ganhos potenciais com o uso otimizado do sistema produtivo é um fato desejável, condição que não necessariamente ocorre no modo de operação atual da empresa.

Item	Peças por hora	Demanda (un.)	Tempo em Produção (h)	Tempo em Setup (min)	Total (h)
2018	250	4000	16	72	17,2
6026	400	3500	8,75	45	9,5
2880	150	1500	10	80	11,3
6022	400	3500	8,75	159	11,4

Fonte: O autor (2017)

Tabela 4 – Tempos de Produção para os Diferentes Itens na Máquina em Análise.

4.2 Resolução do Cenário com PLIM

O ambiente de modelagem e otimização IBM ILOG CPLEX *Optimization Studio* (OPL, 2017) foi utilizado para a implementação e a resolução computacional do modelo proposto. A abordagem foi implementada em um computador com sistema operacional Windows 10, 64 bits, Intel i7-4510U, 2.00GHz (8 CPUs), 16GB RAM.

Para a resolução do referido estudo de caso, o modelo matemático gerado e resolvido por meio do *solver* continha 185 variáveis, 100 destas sendo binárias e 190 restrições. Um tempo

computacional de 11 segundos foi gasto até a obtenção da solução ótima. Após a implementação e a resolução do modelo matemático, a programação encontrada para a semana proposta está ilustrada na

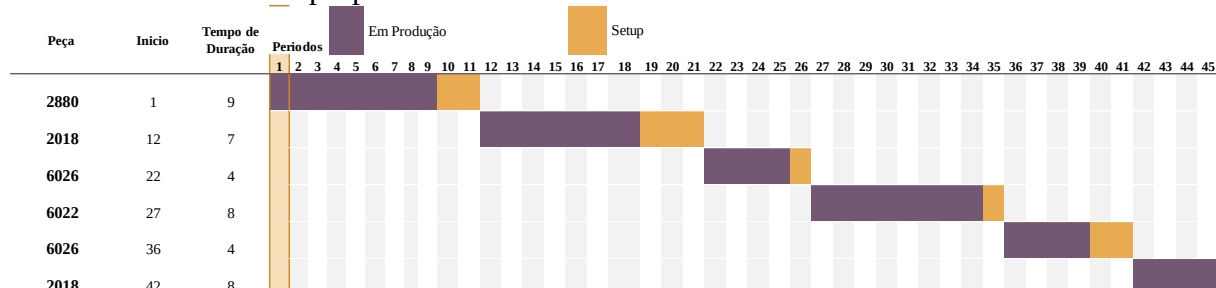


Figura 6. Já o novo horizonte de fabricação está explicitado na Tabela 5.

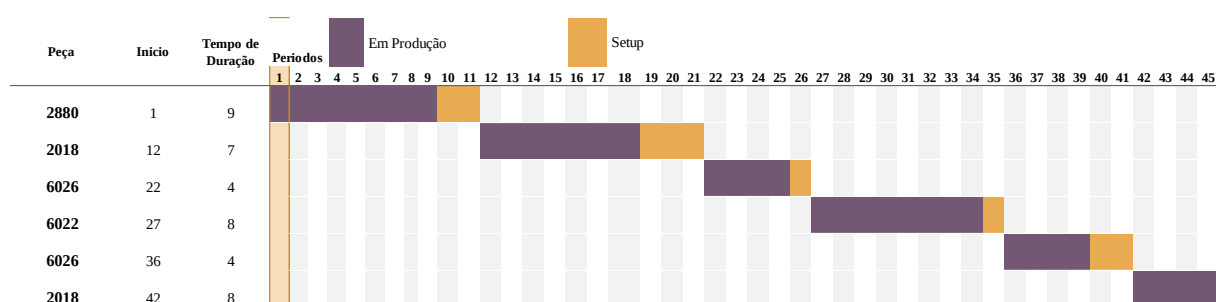


Figura 6 – Programação de Produção Semanal Proposta para Diferentes Peças em uma Máquina Injetora

Item	Peças por hora	Demanda (un.)	Tempo de Produção (h)	Tempo de Setup (min)	Total (h)
2018	250	4000	16	122	18,03
6026	400	3500	8,75	87	10,25
2880	150	1500	10	0	10
6022	400	3500	8,75	15	9

Fonte: O autor (2017)

Tabela 5 – Tempos de Produção com a Solução Sugerida pelo Modelo.

O uso do modelo adaptado de Dastidar e Nagi (2005) reduziu o tempo total de produção de 49 horas e 24 minutos (Tabela 4) para 47 horas e 16 minutos, auxiliando, dessa forma, a melhorar os custos produtivos da fábrica em estudo. Também se faz importante ressaltar que os lotes produtivos foram especificados de forma a obter-se o melhor custo possível entre manter uma peça em estoque ou, então, realizar um novo *setup*. O tempo total de *setup* gasto na solução baseada em experiência operacional (Tabela 4) foi de 356 minutos. Já o tempo de *setup* necessário na solução otimizada com o modelo foi de 224 minutos, ou seja, houve uma redução no tempo de *setup* de, aproximadamente, 37% com o uso da solução do modelo matemático.

A título de ilustração, considere-se que cada máquina tem um custo de operação de 150 unidades monetárias a cada hora. Levando-se em consideração que aproximadamente 2 horas e 12 minutos foram reduzidas no tempo total de produção, houve um ganho financeiro de, aproximadamente, 13200 unidades monetárias por ano, considerando-se apenas este

subconjunto de máquinas/peças. Para todo o conjunto de máquinas e produtos envolvidos, uma economia potencial ainda mais significativa é esperada.

5. Considerações Finais

Este artigo abordou o problema de programação de produção em uma fábrica de componentes moldados por injeção plástica. Foi proposto um modelo matemático em Programação Linear Inteira Mista (PLIM) para resolver o sequenciamento produtivo considerando-se os custos de estoques, *backlogging* e *setup*. Este modelo desenvolvido teve por base o modelo em PLIM proposto por Dastidar e Nagi (2005).

Os resultados obtidos mostram uma redução de aproximadamente 2 horas no tempo total de fabricação em um intervalo de uma semana de operação da máquina. A solução otimizada acarreta uma redução de aproximadamente 37% no tempo de *setup* necessário em relação à solução baseada em experiência operacional. Além disto, estima-se um ganho financeiro de 13200 unidades monetárias no intervalo de 12 meses, com o uso da solução otimizada. Estes resultados indicam que o objetivo deste estudo foi alcançado, uma vez que a utilização do modelo matemático adaptado trouxe um ganho financeiro significativo para a empresa em estudo.

Como trabalhos futuros, sugere-se a realização de uma coleta de dados detalhada de todos os produtos envolvidos no ambiente fabril e a resolução do modelo matemático para o caso em que todos os produtos e máquinas estejam presentes. Neste ponto, desafios computacionais para a resolução do modelo gerado podem aparecer, demandando o uso de técnicas de decomposição do problema.

Referências

- CAVALCANTI, E. M. B.; MORAES, W. F. A. de. *Programa-mestre de produção: concepção teórica x aplicação prática na indústria de cervejas e refrigerantes*. ENANPAD, Florianópolis. Anais, Porto Alegre, Associação Nacional dos Programas de Pós Graduação em Administração - ANPAD, 1998. (CDROM).
- DASTIDAR, S.G.; NAGI, R. *Scheduling injection molding operations with multiple resource constraints and sequence dependent setup times and costs*. Computers and Operations Research, v. 32, p. 2987-3005, 2005.
- FERREIRA, D. *Abordagens para o Problema Integrado de Dimensionamento e Sequenciamento de Lotes da Produção de Bebidas*. 247f. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção) – Programa de Pós-graduação em Engenharia da Produção, UFSCAR – São Paulo, 2006.
- FLEISCHMANN, B. *The discrete lot-sizing and scheduling problem*. European Journal of Operational Research, v. 44, p. 337-348, 1990.
- HARRIS, F.W. *How Many Parts to Make at Once*. The Magazine of Management, v. 10, n. 2, p. 135-136, 1913.
- NC System. *Soluções em Tempo Real para Disponibilizar Informações no Chão de Fábrica*. Disponível em: <http://www.ncsystems.com.br/>. Consultado em 29/09/2017.
- OPL. IBM ILOG CPLEX Optimization Studio: Kit de ferramentas de desenvolvimento de modelo de otimização para programação matemática e de restrição. Disponível em: <http://www-03.ibm.com/software/products/pt/ibmilogcpleoptistud>. Consultado em 29/09/2017.
- TRIGEIRO, W.W.; THOMAS, L.J., MCCLAIN, J.O. *Capacitated Lot Sizing With Setup Times*. Management Science, v. 35, p. 353-366, 1989.
- ULBRICHT, G. *Um modelo de planejamento da produção multiestágio com estoques intermediários limitados*. Tese (Doutorado em Métodos Numéricos em Engenharia), UFPR – Curitiba, 2015.

ANEXO

No modelo adaptado de Dastidar e Nagi (2005) foram incluídos os seguintes índices:

	Simbologia	Descrição
Parâmetros	M_{im}	Moldes disponíveis para injetar a peça
	C_{un}	Custo de fabricação unitário
	M	Parâmetro suficientemente grande (<i>Big-M</i>)

Fonte: Adaptado Dastidar e Nagi (2005)

Modelo Proposto (adaptado de Dastidar e Nagi, 2005):

$$\min \sum_{i,j=1}^P \sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^T s_{jim} \Psi_{jimt} + \sum_{i=1}^P \sum_{t=1}^T h_i I_{it} + \sum_{i=1}^P \sum_{t=1}^T p_i b_{it} + \sum_{i=1}^P \sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^T C_{un} X_{imt}$$

Sujeito a:

$$I_{it} - b_{it} = I_{i(t-1)} - b_{i(t-1)} + \sum_{m=1}^M x_{imt} - d_{it} \forall t > 1$$

$$\sum_{i=1}^P \sum_{t=1}^T \sum_{m=1}^M X_{imt} + B_{it} = D_{it} \forall t = 1$$

$$\sum_{i=1}^P \sum_{t=1}^T \sum_{m=1}^M \frac{X_{imt}}{\rho_r} + \sum_{i=1}^P \sum_{t=1}^T \frac{E_{p(t-1)}}{\rho_r} \leq C_{im} - \sum_{i,j=1}^P \sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^T (\tau_{jim} + \mu_{ji}) * \Psi_{jimt} \forall t > 1$$

$$\sum_{i=1}^P \sum_{t=1}^T \sum_{m=1}^M \frac{X_{imt}}{\rho_r} \leq C_{im} - \sum_{i,j=1}^P \sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^T (\tau_{jim} + \mu_{ji}) * \Psi_{jimt} \forall t = 1$$

$$\sum_{i=1}^P \sum_{t=1}^T \sum_{m=1}^M \Phi_{imt} \leq M_{im} \quad i,j,m | \pi_{im} = \pi_{jm} = 1, i \neq j, t$$

$$X_{imt} \geq \Phi_{imt} \quad \forall i,m,t$$

$$X_{imt} \geq M \Phi_{imt} \quad \forall i,m,t$$

$$\Psi_{jimt} \geq \Phi_{imt} + \Phi_{jm(t-1)} - 1 \quad \forall i,j,m | \pi_{im} = \pi_{jm} = 1, i \neq j, t$$

$$\Phi \in \{0,1\} \quad \forall i,m | \pi_{im} = 1, t$$

$$\Psi_{jimt} \in \{0,1\}, \quad \forall i,j,m | \pi_{im} = \pi_{jm} = 1, i \neq j, t$$

$$x_{imt}, I_{it}, b_{it} \geq 0 \quad \forall i,m,t$$