

Modelo hierárquico em dois níveis para solução do problema de estoque e roteamento geridos pelo fornecedor

Tássia Bolotari Affonso (UFMG) taassia@hotmail.com

Silvia Lage Liberato (UFMG) silvialliberato@hotmail.com

Marco Antônio Machado Baêta Junior (UFMG) marcoambj@gmail.com

Resumo

Este artigo propõe a resolução hierárquica em dois níveis do problema de roteamento e estoque geridos pelo fornecedor. O estudo foi baseado na tese “Otimização multiobjetivo em problema de estoque e roteamento gerenciados pelo fornecedor”, da autora Regina Mitsue Azuma, para o caso de uma empresa fictícia que é responsável pelo controle dos estoques de seus clientes e planeja as decisões relativas à entrega dos produtos para cada período do horizonte de planejamento. Um modelo hierárquico com priorização dos custos de estoque foi proposto em oposição ao modelo multiobjetivo utilizado pela autora. Por meio da replicação de uma instância, o comparativo entre os dois métodos foi realizado e analisado.

Palavras chave: Roteamento, Estoque, Modelo hierárquico, Fornecedor.

Hierarchical model in two levels for solution of the inventory routing problem

Abstract

This paper proposes a solution in two levels of the Inventory Routing Problem. The study was based on Regina Mitsue Azuma's thesis “Otimização multiobjetivo em problema de estoque e roteamento gerenciados pelo fornecedor”, for the case of a fictitious company that is responsible for managing the inventory of its customers and for planning the decisions regarding delivery for each period of the time horizon. A hierarchical model with the prioritization of the inventory costs was proposed in contrast to the multiobjective model used by the author. A comparison between the two methods was made, with the replication of an instance used.

Key-words: Routing; Inventory, Hierarchical model, Supplier.

1. Introdução

Este trabalho apresenta uma proposta de solução para um dos casos de integração entre roteamento e níveis de estoque, mais especificamente quando ambos são geridos pelos fornecedores. O problema é caracterizado por um produto que é distribuído a partir de um fornecedor para vários clientes em um horizonte de tempo definido, por um único veículo de capacidade limitada. Supondo que o fornecedor é responsável pela estocagem e distribuição dos produtos, sujeito a um conjunto de restrições, o desafio que se apresenta é a determinação de uma política ótima que determina quais clientes atender, qual quantidade a ser fornecida a cada cliente e qual rota empregar visando a minimização dos custos.

Azuma utiliza em sua tese um algoritmo multiobjetivo, contemplando os custos de transporte e estoque na função objetivo. Já neste artigo propõe-se uma solução mono-objetivo, através de um modelo hierárquico de dois níveis: o primeiro com os custos de estoques, que definirá quais clientes atender de acordo com as demandas e respeitando a capacidade do caminhão; e o segundo definindo a melhor rota para atender os clientes, utilizando como *input* os resultados definidos no primeiro nível.

A partir da definição do problema foi elaborada sua modelagem e com os resultados gerados a partir de instâncias utilizadas pela autora, foi feita uma comparação entre os dois modelos. Os resultados e especificidades do problema serão discutidos ao decorrer do artigo.

2. Revisão bibliográfica

O Problema de Roteamento de Veículos (VRP) vem sendo aplicado na análise, modelagem e resolução de vários tipos de problemas logísticos aplicados a diferentes contextos a partir de extensões e complementações de pesquisas. Um problema clássico de roteamento de veículos pode ser representado pelo modelo conhecido como *Capacitated Vehicle Routing Problem* (CVRP), no qual a minimização de custos da rota respeita a capacidade dos veículos considerados (KARA et al, 2004). Em alguns casos é possível que o cliente faça pedidos que excedem a capacidade do veículo no período, tornando-se necessária a visita de mais de um veículo ao mesmo cliente por período, problema que é conhecido como *Split Delivery Vehicle Routing Problem* (SDVRP).

Em outros casos, é verificada uma assimetria de distância entre os nós na formulação da malha de ligação do VRP, ou seja, a distância do cliente i ao cliente j difere da distância do cliente j ao cliente i , sendo necessárias duas arestas de custo de distância distintas interligando estes nós. Esses problemas de roteamento de veículos com distâncias assimétricas (ADVRP) foram recentemente abordados nos estudos de Almoustafa, Hanafi e Mladenovic (2013).

Mais recentemente, Savelsbergh e Woensel (2016) consideraram as principais tendências da logística para o apontamento do surgimento de novos problemas de roteamento. A expansão do *e-commerce* e as novas possibilidades de distribuição, como entregas em outras localidades que não a casa do cliente ou a possibilidade de este ter acesso ao produto em uma localidade que não o estoque primário, deram origem a novos estudos acerca de problemas de transporte.

Quando o gerenciamento de estoques de uma empresa é feito pelos fornecedores, tem-se um problema conhecido como VMI (*Vendor-Managed Inventory*). Nessa estratégia, quem monitora o nível de estoque dos clientes é o fornecedor, devendo tomar decisões relativas à reposição do inventário desses clientes (quando e quanto entregar).

Uma das formas de implementar essa prática é integrando o gerenciamento de estoques ao roteamento, problema conhecido como *Inventory Routing Problem* (IRP). Dessa forma, o fornecedor, que já controla os níveis de estoque dos clientes, também é responsável pela distribuição dos produtos. O objetivo do problema é a otimização de uma distribuição que minimize os custos de estoque e transporte. O fornecedor passa a ter que decidir quais clientes serão atendidos em cada intervalo de tempo, qual a quantidade a ser fornecida para cada um deles e qual rota deve ser seguida para cada conjunto de clientes selecionados. É um problema

muito complexo e muito relevante, já que essa estratégia vem sendo utilizada por cada vez mais empresas (AZUMA, 2011).

Dentro deste problema, três políticas de reabastecimento podem ser citadas: (1) VMIR-OU, na qual a quantidade entregue a um cliente visitado é a máxima permitida; (2) VMIR-ML, cuja quantidade pode ser qualquer valor intermediário, desde que não ultrapasse o estoque máximo de cada cliente e (3) VMIR, política em que pode ser entregue qualquer quantidade, mesmo que supere o nível máximo de estoque permitido. Devido à incerteza da demanda, KleywegtVijay, Nori e Savelsbergh (1999) tratam da possibilidade de *stockouts*, que são representados como perdas de venda e não atrasos. Com isso, existe um custo de falta e, se o fornecedor entrega uma quantidade ao cliente, ele recebe uma recompensa. O objetivo então passa a ser maximizar esse valor descontado, representado pela diferença entre as recompensas e os custos (estoque, falta e transporte).

KleywegtVijay, Nori e Savelsbergh (1999) apontam diversas vantagens ao utilizar o VMI em relação ao método convencional de gerenciamento de estoques. No método tradicional, os clientes vão controlar o próprio nível de estoque e fazer pedidos nos momentos que acharem necessário. Após o recebimento das ordens, os fornecedores deverão preparar a entrega dos produtos utilizando seus veículos (AZUMA, 2011). Porém, como os pedidos dos clientes não chegam de forma uniforme, não há uma utilização tão eficiente dos recursos do fornecedor. Além disso, com a falta de informações dos níveis de estoque, é comum a ocorrência atrasos, ou até mesmo faltantes.

Nos casos pedidos de urgência, o fornecedor é impossibilitado de fazer uma escolha coerente de quais clientes são mais urgentes e precisam receber os pedidos emergencialmente. Com a utilização do VMI, os fornecedores, sendo responsáveis por manter um nível de estoque desejável nos clientes, vão ter acesso a mais informações, o que permite uma tomada de decisão mais consciente, reduzindo custos de transporte e estoques, aumentando a eficiência na utilização de recursos e aumentando o nível de serviço. Em suma, esse problema se difere de um VRP tradicional porque em vez de ser baseado em pedidos dos clientes, é baseado na utilização do estoque dos mesmos, monitorado pelos fornecedores. (CLARKE, KLEYWEGT & SAVELSBERGH, 1997).

3. Descrição do problema

O problema trata de um fornecedor que deve abastecer uma rede de clientes dentro de um horizonte de tempo definido, sendo responsável por tomar decisões diárias sobre quais clientes atender, a quantidade a ser entregue caso o cliente seja atendido e a rota a ser feita. O fornecedor e os clientes pertencem à mesma empresa e os clientes possuem demanda constante e pré-definida, sendo que cada um pode apresentar consumo diferente dos demais. Os clientes possuem estoque inicial e um nível máximo de estoque que deve ser respeitado.

A empresa possui apenas um depósito central e um único veículo com capacidade limitada, que pode realizar até uma viagem por dia. O veículo deve partir do depósito central, percorrer os clientes que devem ser atendidos no período e voltar para o depósito. As entregas acontecem no início do dia, antes que a demanda dos clientes comece a ser consumida e cada arco do trecho possui um custo proporcional à distância percorrida. O fornecedor possui um estoque inicial e sua capacidade de produção é limitada, com uma taxa de produção constante.

Os custos envolvidos compreendem o custo de transporte em cada arco, o custo de estoque no fornecedor e o custo de estoque nos clientes, sendo que os clientes podem apresentar custo de estoque maior ou menor que o do fornecedor e diferentes entre si. Para que o problema seja mais simples de ser modelado e resolvido, o custo de não atendimento da demanda (custo de falta) não será permitido. Por esse motivo, a demanda deve ser sempre atendida e só podem ficar sem receber abastecimento clientes que têm estoque suficiente para atender pelo menos a sua demanda diária. Porém, o atendimento de todos os clientes que não apresentam estoque suficiente para cumprir a demanda diária pode não ser possível, pois a capacidade do caminhão pode não ser suficiente, demonstrando a inviabilidade do modelo nesses casos.

É possível, ainda, existir dias em que nenhum cliente é atendido, caso todos possuam estoque suficiente para cobrir a sua demanda diária. O modelo avaliará se é melhor entregar certa quantidade para esses clientes, gerando estoque para atender os próximos períodos, ou se é melhor postergar a entrega baseado nos custos. Desse modo, devem ser atendidos em um tempo t pelo menos os clientes que não possuem estoque necessário para atender sua demanda diária, sendo que a quantidade a ser entregue deve ser pelo menos aquela que complete a demanda daquele dia (isto é, a diferença entre estoque existente e demanda diária).

A determinação de um nível mínimo de estoque (estoque de segurança) para cada cliente não será considerada no contexto do problema, visto que o não atendimento não é permitido e, portanto, o estoque é guiado pela demanda diária de cada cliente. Seria interessante definir um estoque de segurança se a demanda fosse incerta e o pedido fosse feito pelos próprios clientes, evitando que a falta de produtos ocorresse perante a variabilidade da demanda e a incerteza do ressuprimento.

Em suma, será tratado no problema apenas um tipo de produto e o objetivo do trabalho será determinar uma estratégia que minimize o custo total esperado com base no custo de estoque da rede e custo de roteamento.

4. Modelo hierárquico

Com o intuito de encontrar uma solução para o problema em questão, foi desenvolvido um modelo hierárquico de roteamento e gerenciamento de estoques pelo fornecedor em dois níveis, o primeiro baseado no modelo de Azuma (2011) e o segundo no de Kara, Laporte e Bektras (2004). Como o serviço de entrega não é terceirizado, os custos de estoque serão tratados de forma prioritária, em um primeiro nível. Este nível visa minimizar os custos de estoque, determinando os clientes atendidos no dia de forma a respeitar a capacidade do caminhão. O segundo nível corresponde ao roteamento, que determinará a melhor rota entre os clientes selecionados, levando em consideração os custos de transporte. Dessa forma, foi desenvolvido o modelo de gerenciamento de estoques pelo fornecedor, o qual foi integrado às restrições de roteirização de veículos, conforme mostrado abaixo:

Parâmetros:

$sfo \rightarrow$ *estoque inicial do fornecedor*

$rf \rightarrow$ *quantidade produzida a cada período do horizonte de planejamento*

$f \rightarrow$ *custo unitário de manutenção de estoques no fornecedor*

$d_i \rightarrow$ demanda fixa de cada cliente

$s_i \rightarrow$ estoque inicial dos clientes

$h_i \rightarrow$ custo unitário de manutenção de estoques nos clientes

$U_i \rightarrow$ nível de estoque máximo nos clientes

$K \rightarrow$ capacidade do caminhão

X_i

$\rightarrow$ parâmetro que recebe o valor da variável X_{it} (quantidade enviada para o cliente i)

$cx_i \rightarrow$ coordenada x dos clientes/fornecedor

$cy_i \rightarrow$ coordenada y dos clientes/fornecedor

$c_{ij} \rightarrow$ custo de transporte entre o arco ij

Variáveis de decisão:

$Sf_t \rightarrow$ estoque do fornecedor no período t

$S_{it} \rightarrow$ nível de estoque do cliente i no período t

$X_{it} \rightarrow$ quantidade enviada para o cliente i no período t

$y_{ij} \begin{cases} 1, \text{ se o cliente } i \text{ precede imediatamente } j \text{ na rota} \\ 0, \text{ caso contrário} \end{cases}$

$v_i \rightarrow$ variável auxiliar para o cálculo das restrições de sub rotas

Primeiro nível:

$$\text{Min } \sum_{t=1}^T Sf_t + \sum_{i=1}^I \sum_{t=1}^T h_i S_{it}$$

$$\text{s.a. } (1) Sf_0 = sfo$$

$$(2) S_{i0} = s_i \quad \forall i$$

$$(3) Sf_t = Sf_{t-1} + rf - \sum_{i=1}^I X_{it} \quad \forall t$$

$$(4) S_{it} = S_{i,t-1} + X_{it} - d_i \quad \forall i, \forall t$$

$$\begin{aligned}
 (5) \quad & \sum_{i=1}^I X_{it} \leq S_{f,t-1} + rf & \forall t \\
 (6) \quad & X_{it} \leq U_i - S_{i,t-1} & \forall i, \forall t \\
 (7) \quad & X_{it} \geq d_i - S_{i,t-1} & \forall i, \forall t \\
 (8) \quad & \sum_{i=1}^I X_{it} \leq K & \forall t \\
 (9) \quad & X_{it}, S_{it}, S_{ft} \geq 0 & \forall i, \forall t
 \end{aligned}$$

Segundo nível:

$$\text{Min } \sum_{i=0}^I \sum_{j=0}^I c_{ij} y_{ij}$$

$$\begin{aligned}
 \text{s.a.} \quad (10) \quad & \sum_{j=1}^I y_{0j} = 1 \\
 (11) \quad & \sum_{i=1}^I y_{i0} = 1 \\
 (12) \quad & \sum_{j=0}^I y_{ij} = 1 & \forall i, i \neq j \\
 (13) \quad & \sum_{i=0}^I y_{ij} = 1 & \forall j, j \neq i \\
 (14) \quad & v_i - v_j + K y_{ij} \leq K - X_i & \forall i, \forall j, i \neq j \\
 (15) \quad & X_i \leq v_i - K & \forall i \\
 (16) \quad & y_{ij}, v_i \geq 0 & \forall i, \forall j
 \end{aligned}$$

O objetivo geral do modelo é determinar uma estratégia que minimize o custo esperado total com base no custo de estoque da rede e custo de roteamento. O motivo de não contemplarmos o custo de transporte na função objetivo do primeiro nível se justifica pelo fato de ser considerado que o fornecedor e os clientes fazem parte da mesma empresa. Desse modo, os custos de transporte são importantes, mas não se sobressaem aos custos de decisão de manutenção dos estoques, sendo por isso uma decisão secundária.

Nas restrições (1) e (2) definem-se os estoques iniciais e nas restrições (3) e (4) assegura-se o balanço de fluxo para cálculo dos estoques do fornecedor e de cada cliente, respectivamente. Em (5), garante-se que a quantidade total enviada para os clientes atendidos no período t respeite a quantidade disponível em estoque no fornecedor nesse período, enquanto em (6) garante-se a não violação do nível máximo de estoque de cada cliente. A restrição (7) assegura que os clientes que não possuem estoque suficiente para atender sua demanda no período sejam atendidos e a restrição (8) garante a não violação da capacidade do caminhão.

No segundo nível, as restrições (10) e (11) garantem o início e fim da rota no fornecedor, respectivamente. Em (12) e (13) determina-se que um único arco deve chegar e sair de um cliente se este é atendido no período. Por fim, as restrições (14) e (15) garantem a não geração de subrotas entre os clientes, fazendo com que o ciclo sempre comece e termine no fornecedor. Restrições (9) e (16) expressam o domínio das variáveis dos dois níveis. As saídas do modelo de estoque foram utilizadas como dados de entrada para o modelo de roteamento.

5. Geração de instâncias

Para fins de comparação, foi replicada da tese original a instância de teste utilizada para geração de uma solução do conjunto de Pareto (AZUMA, 2011, p.74) para um horizonte de planejamento de 6 dias. As coordenadas de cada cliente, no entanto, não foram explicitadas. Sendo assim, foram geradas aleatoriamente em Excel, através da função “aleatórioentre”, no mesmo intervalo da autora: entre 0 e 500 km. As distâncias entre cada cliente e o fornecedor foram então calculadas pela fórmula de distância euclidiana, sendo equivalentes ao custo de cada arco. Seguindo a notação do modelo anteriormente citado, a instância para o problema hierárquico aqui proposto pode ser vista na figura abaixo:

Cliente	di demanda fixa	S estoque inicial	U nível máximo de estoque	h custo unitário de estoque	Coordenadas	
					X	Y
1	64	128	192	0,33	220	499
2	42	84	126	0,41	187	493
3	49	49	98	0,47	444	447
4	37	74	111	0,36	14	394
5	23	23	46	0,48	238	491
6	79	79	158	0,24	303	233
7	47	47	94	0,48	495	73
8	75	150	225	0,49	413	461
9	58	58	116	0,39	485	339
10	31	62	93	0,17	137	427
11	19	38	57	0,49	275	497
12	98	196	294	0,32	50	323
13	67	67	134	0,39	232	333
14	76	76	152	0,37	8	133

Cliente	di demanda fixa	S estoque inicial	U nível máximo de estoque	h custo unitário de estoque	Coordenadas	
					X	Y
15	56	56	112	0,29	305	450
16	59	59	118	0,32	361	140
17	75	150	225	0,25	282	409
18	23	46	69	0,17	444	324
19	74	148	222	0,24	183	346
20	40	80	120	0,45	188	212
21	54	54	108	0,24	150	120
22	90	180	270	0,28	43	6
23	99	194	297	0,31	178	33
24	14	14	28	0,22	57	114
25	88	176	264	0,24	245	8

Fornecedor	rf taxa fixa de produção	sfo estoque inicial	K capacidade do caminhão	f custo unitário de estoque	Coordenadas	
					X	Y
1	1437	0	2155	0.30	360	275

Figura 1 - Primeira instância para o modelo hierárquico

Uma segunda instância foi integralmente replicada para confirmação da consistência do modelo, porém sem fins comparativos devido à ausência de resultados via formulação integrada. A instância pode ser vista abaixo:

Cliente	di demanda fixa	S estoque inicial	U nível máximo de estoque	h custo unitário de estoque	Coordenadas	
					X	Y
1	11	11	22	0.20	449	228
2	98	98	196	0.19	221	329
3	85	170	255	0.24	64	54
4	53	106	159	0.22	152	255
5	94	94	188	0.40	128	498
6	12	24	36	0.45	320	185
7	42	42	84	0.16	306	330
8	17	34	51	0.17	440	230
9	59	59	118	0.26	151	453

Cliente	di demanda fixa	S estoque inicial	U nível máximo de estoque	h custo unitário de estoque	Coordenadas	
					X	Y
10	27	54	81	0.24	453	184
11	62	62	124	0.41	67	211
12	67	134	201	0.20	30	93
13	10	10	20	0.25	453	90
14	51	51	102	0.16	132	325
15	82	82	164	0.18	194	380

Fornecedor	rf taxa fixa de produção	sfo estoque inicial	K capacidade do caminhão	f custo unitário de estoque	Coordenadas	
					X	Y
1	770	1801	1155	0.30	249	454

Figura 2 - Segunda instância para o modelo hierárquico

6. Resultados e discussões

Para a primeira instância, os parâmetros referentes ao horizonte de planejamento, estoques iniciais, capacidade do caminhão, nível máximo de estoque dos clientes, custos de estoques e demanda de cada cliente se mantiveram fiéis à réplica. Em relação aos parâmetros de roteamento, que sofreram alteração de valor para uma melhor comparação, foram considerados valores aleatórios dentro do mesmo intervalo original. Assim, presume-se diferença não significativa em termos de comparação para esses valores. Desse modo, a replicação dos parâmetros de entrada da autora permitiu a geração de resultados no primeiro nível da formulação hierárquica com parâmetros idênticos. As decisões de reabastecimento para as duas formulações podem ser vistas nos gráficos abaixo:

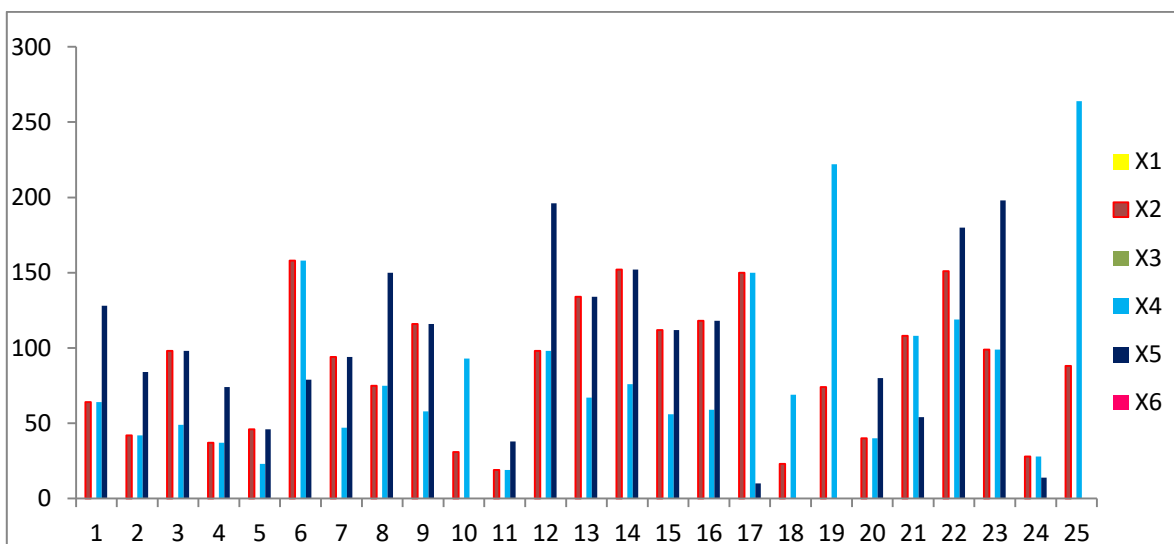


Figura 3 - Decisões de reabastecimento para o modelo integrado

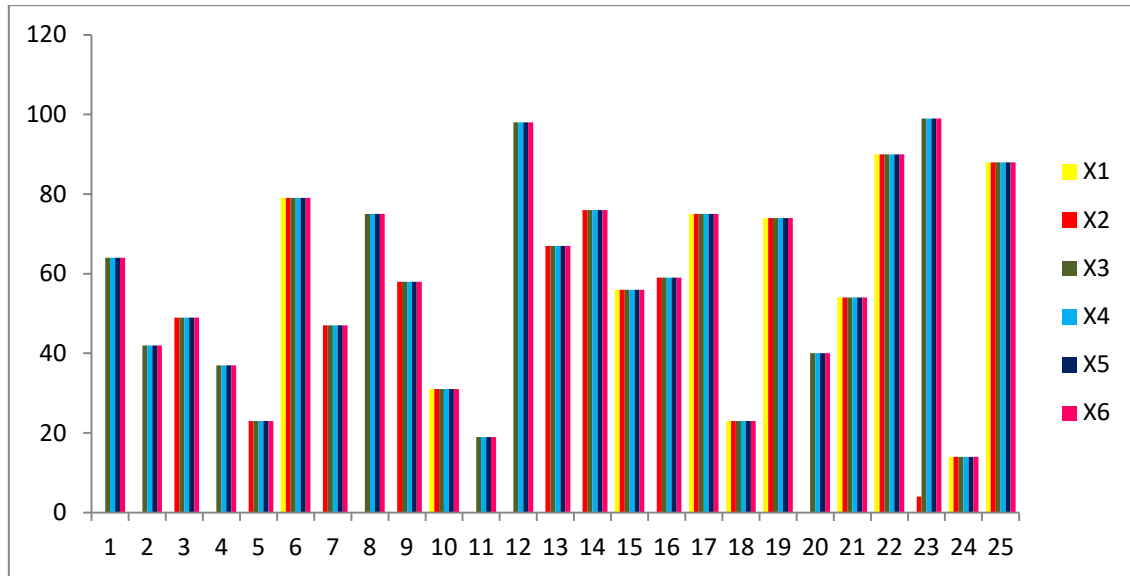


Figura 4- Decisões de reabastecimento para o modelo hierárquico

Percebe-se que o modelo integrado concentra suas entregas para todos os clientes nos períodos 2, 4 e 5, ficando o primeiro e o último período sem atendimento a nenhum cliente. Já o modelo hierárquico realiza entrega em todos os períodos, pois como o roteamento é feito à posteriori, os clientes que possuem custo de estoque maior que do fornecedor são abastecidos com a quantidade exata que precisam para atender a demanda diária, enquanto os que possuem custo de estoque menor que do fornecedor recebem uma quantidade que atinge seus limites máximos de estoque, minimizando os custos totais de estoque em cada período.

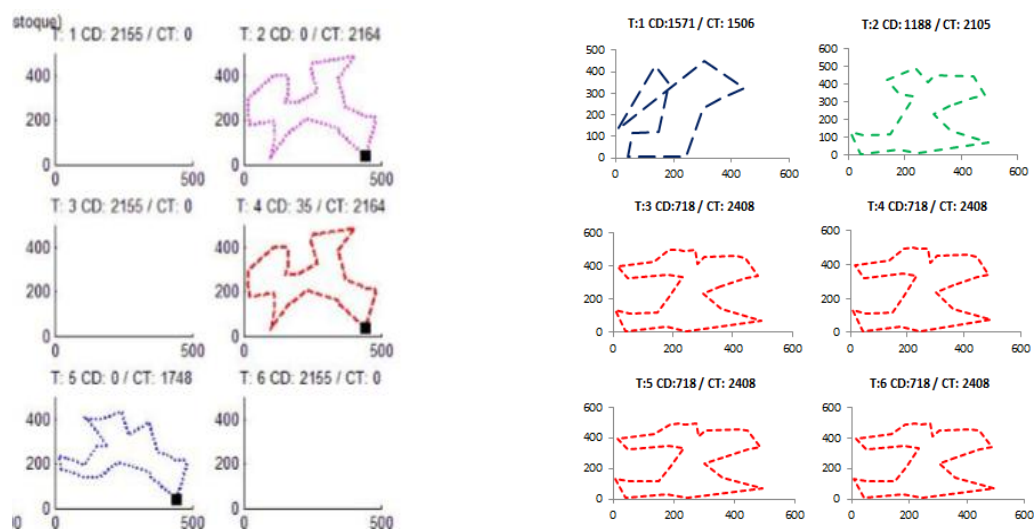


Figura 5 - Rotas para o modelo integrado (à esquerda) e hierárquico (à direita)

O modelo integrado, por sua vez, faz um balanço entre os custos de estoques e de roteamento, de modo que uma entrega do fornecedor possa eventualmente cobrir mais de um período caso os custos de estoques de ambos para estes períodos sejam inferiores ao custo de um novo roteamento (as rotas para o caso integrado e hierárquico podem ser vistas na figura 3).

Devido a este processo de decisão, os custos de estoque ficam bastante minimizados na abordagem hierárquica, representando redução de mais de 70% em relação à abordagem integrada (\$3828.49 vs. \$12731.14). No entanto, como os custos de roteamento são feitos à posteriori, estes se tornam extremamente elevados em relação à abordagem integrada, apresentando aumento de 118% (\$13243.00 vs. \$6076.00). Nos custos gerais, o modelo hierárquico apresenta custos 9% menores (\$17971.49 vs. \$18807,14).

O resultado final levemente inferior pode ser atribuído à geração aleatória de coordenadas, as quais mesmo tendo sido geradas dentro do mesmo intervalo da autora, podem resultar em custos distorcidos visto o baixo número de clientes ($n=25$) para um intervalo grande. Além disso, a segunda instância confirmou a consistência do modelo para dados de pequeno porte, apresentando custo de estoque e roteamento de \$4635.36 e \$9705.00, respectivamente.

7. Considerações finais

O problema integrado de roteamento e estoques gerenciados pelo fornecedor foi, neste artigo, desintegrado em dois níveis para avaliação do impacto desta desintegração no custo total. A desintegração só foi possível a partir da não dependência entre os dois níveis. Caso contrário, uma inviabilidade de rota no segundo nível provocaria um processo de retorno ao primeiro nível para o cálculo dos custos de estoque, assim como em casos em que há possibilidade de postergação de vendas ou falta. Neste trabalho foi considerado o caso mais simples, no qual no primeiro nível já se garantia entrega com respeito à capacidade do caminhão. Assim, evitaram-se problemas de inviabilidade no segundo nível e, como faltas não eram permitidas, o problema pôde ser facilmente desagregado e modelado independentemente um do outro.

A desintegração, no entanto, não realiza um balanceamento dos custos envolvidos no problema, resultando em diminuição e aumento expressivos nos custos de estoque e roteamento, respectivamente. Com os dados das instâncias utilizadas o aumento no custo de roteamento foi inferior à diminuição nos custos de estoque, resultando em um custo total levemente inferior. Outras instâncias, no entanto, poderiam reverter tal resultado geral.

Existem outras variações mais complexas do problema, como uma frota maior que um caminhão, sendo necessário avaliar quantos caminhões deveriam ser utilizados no dia e qual rota cada caminhão deveria fazer; existência de caminhões com capacidades diferentes; possibilidade do caminhão realizar mais de uma viagem por dia; demanda incerta seguindo uma distribuição probabilística, podendo atrelá-la a um custo de não atendimento da demanda; capacidade de produção ilimitada do fornecedor, o que implicaria em decisões de quanto produzir diariamente conforme a demanda dos clientes; roteamento terceirizado, o que demandaria um balanceamento do custo de transporte; existência de mais de um fornecedor para atender os clientes; etc.; variações estas sugeridas para estudos futuros com base de dados maiores.

8. Referências bibliográficas

ALMOUSTAFA, S.; HANAF, S.; MLADENOVIC, N. *New exact method for large asymmetric distance-constrained vehicle routing problem*. European Journal of Operational Research 226 386–394, 2013.

AZUMA, R. M. *Otimização multiobjetivo em problema de estoque e roteamento gerenciados pelo fornecedor*. Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2011.

CAMPBELL, A.; CLARKE, L.; KLEYWEGT, A.; SAVELSBERGH, M. *The Inventory Routing Problem*. The Logistics Institute School of Industrial and Systems Engineering Georgia Institute of Technology Atlanta, 1997.

KARA, I.; LAPORTE, G.; BEKTAS, T. *A note on the lifted Miller–Tucker–Zemlin subtour elimination constraints for the capacitated vehicle routing problem*. European Journal of Operational Research, v. 158, n. 3, p. 793-795, 2004.

KLEYWEGTVIJAY, A. J.; NORI, V. S.; SAVELSBERGH, M. W. P. *The Stochastic Inventory Routing Problem with Direct Deliveries*. School of Industrial and Systems Engineering, Georgia Institute of Technology Atlanta, 1999.

SAVELSBERGH, M.; VAN WOENSEL, T. *City Logistics: Challenges and Opportunities*. Transportation Science 50(2):579-590. <http://dx.doi.org/10.1287/trsc.2016.0675>, 2016