# Procedimento alternativo para o problema de fluxo de carga

Lucas Bortolotto Contessotto (UTFPR) lucas.contessotto@bol.com.br
Hugo Andrés Ruiz Florez (UTFPR) hugoflorez@utfpr.edu.br
Cristiane Lionço (UTFPR) cristianel@utfpr.edu.br

**Resumo:**
O fluxo de potência se trata de uma modelagem matemática constituída por um conjunto de equações não lineares, expressas em coordenadas polares ou retangulares. Neste trabalho, é apresentado um estudo comparativo entre as equações expressas em coordenadas polares e retangulares, através de revisão bibliográfica, explorando a aplicação do método de Newton-Raphson na solução de problemas de fluxo de potência em sistemas elétricos de potência. De maneira geral, os estudos realizados na área de sistemas elétricos empregam as equações básicas de potência expressas em termos das coordenadas polares da tensão, $\theta$ e $V$. Em consequência, uma boa parte dos novos desenvolvimentos e algoritmos refere-se a esse tipo particular de coordenadas. Porém, nos últimos anos, as coordenadas retangulares têm sido estudadas e resultados bastante expressivos têm sido publicados na literatura. Desta maneira, através de resultados satisfatórios apresentados em diversos estudos na área de sistemas de potência pelas duas coordenadas, foi verificada a necessidade de realizar-se a comparação entre os modelos matemáticos baseados na formulação convencional do fluxo de carga, não linear, nos quais as equações básicas serão expressas na forma polar e retangular.
**Palavras-chave**: Fluxo de Potência, Newton-Raphson, Coordenadas Polares, Coordenadas Retangulares.

# Alternative Procedure for the Load Flow Problem

**Abstract**
The power flow is a mathematical model consisting of a set of nonlinear equations expressed in polar or rectangular coordinates. This paper presents a comparative study of the equations expressed in polar and rectangular coordinates, through literature review, exploring the application of Newton-Raphson method to solve power flow problems in electric power systems. In general, studies in the field of electrical systems employ the basic power equations expressed in terms of polar coordinates tension, θ and V. As a result, much of the new developments and algorithms relates to this particular type of coordinates. However, in recent years, the rectangular coordinates have been studied and very significant results have been published in the literature. Thus, by the satisfactory results reported in many studies in the field of power systems for both coordinates, it is clear the necessity to perform the comparison between the mathematical models based on the conventional formulation of load flow, non-linear, in which the basic equations will be expressed in polar and rectangular coordinates.
**Key-words:** Power Flow, Newton-Raphson, Coordinates Polar, Coordinates Rectangular.

## 1. Introdução

A energia elétrica é fundamental para o desenvolvimento e produtividade de um país, propiciando aos seus cidadãos qualidade de vida, porém a sociedade torna-se dependente do seu fornecimento (POMPERMAYER, 2009). No Brasil, o Plano Decenal de Expansão de Energia para 2020 prevê um aumento do consumo de energia elétrica de 4,6% ao ano para o período de 2010 a 2020. Portanto, com o crescimento gradativo da demanda, os sistemas de potência estão sendo exigidos de maneira significativa para suprir a demanda e as perdas, tornando-se vulneráveis a falhas à medida que uma melhor qualidade de serviço é requisitada às empresas e órgãos do setor elétrico (EPE, 2016).

O Sistema Elétrico de Potência (SEP) é constituído por uma estrutura que se subdivide em três grandes grupos: geração, transmissão e distribuição. Esses grupos são interligados por redes elétricas com diferentes configurações e têm como principal objetivo fornecer energia elétrica aos usuários (ZANETTA, 2006).

As análises realizadas no sistema de potência, desde a operação diária da rede até estudos de planejamento da sua expansão, podem ser divididas em: análise de contingências; transitórios eletromagnéticos (controle e estabilidade de sistemas de potência); estimação de estados do sistema; despacho econômico; e fluxo de carga, que será analisado neste trabalho.

O fluxo de carga (ou de potência) é usado para analisar o SEP em condição de regime permanente, ou seja, quando as variações na operação do sistema são consideradas suficientemente lentas de tal modo que os efeitos transitórios da rede podem ser ignorados. O problema de fluxo de potência trata-se de uma modelagem matemática constituída por um conjunto de equações algébricas não lineares, expressas em coordenadas polares ou retangulares. Após a convergência, através do método iterativo, são determinados a magnitude da tensão, o ângulo de fase nas barras e o fluxo de potência nas linhas de um sistema elétrico (STEVENSON, 1983).

Os resultados obtidos na solução do problema determinam o estado de operação do sistema (de distribuição ou transmissão) e colaboram para o projeto, o planejamento e a operação dos sistemas de potência. Deseja-se, em geral, determinar as gerações de potência ativa e reativa de forma que o perfil de tensão esteja dentro dos limites pré-estabelecidos.

A construção de modelos matemáticos que representam o problema de fluxo de carga começa com algumas hipóteses, considerando-se exatidão e complexidade. É comum existir dificuldade na representação do problema em programação não linear por haver um número elevado de possíveis soluções. Assim, um problema básico consiste em definir a alternativa de aplicação de um modelo linear que satisfaça todas as restrições operacionais.

É indispensável o desenvolvimento de métodos de resolução específicos e eficientes desse problema para a determinação do estado de operação de sistemas, verificando se estão ou não em condições de operar adequadamente. Para solucionar tal problema em sistemas malhados, constam na literatura especializada diversas abordagens e metodologias elaboradas por pesquisadores, tornando possível a aplicação dos seguintes métodos: Método de Gauss-Seidel; Método de Newton-Raphson; Método de Newton-Raphson Desacoplado Rápido; Fluxo de Potência Linear (ZANETTA, 2006).

## 2. Desenvolvimento

O cálculo de fluxo de carga em uma rede de energia elétrica tem como objetivo a determinação do estado da rede, da distribuição dos fluxos e das injeções de potência ativa e reativa nas barras, dentre outras grandezas de interesse. A modelagem do sistema é estática, portanto a rede é representada através de um conjunto de equações e inequações algébricas. O

sistema é modelado em regime permanente, uma vez que as variações dos parâmetros da rede com o tempo são consideradas lentas, possibilitando que os efeitos transitórios sejam ignorados. Nesse tipo de problema, normalmente utilizam-se métodos computacionais desenvolvidos especificamente para a resolução do sistema de equações e inequações algébricas que constituem o modelo estático da rede (MONTICELLI, 1983).

## 2.1 Evoluções dos estudos do fluxo de carga

Entre as décadas de 30 e 50, foram usados analisadores de redes para resolver problemas de fluxo de carga, ou seja, as simulações de fluxo de potência eram feitas em modelos reduzidos dos sistemas de potência em estudo. Portanto, para grandes sistemas de potência era impossível, devido ao grande número de cálculos exigidos. Com o surgimento dos computadores digitais durante a década de 50, os analisadores de redes foram substituídos por simuladores digitais, que buscavam automatizar os cálculos dos métodos manuais, apresentando flexibilidade e economia (CANOSSA, 2007).

O método de Gauss-Seidel era empregado no início dos anos 60 e foi considerado o primeiro método para resolução do problema de fluxo de carga. Apesar de o método conseguir obter a solução, não é utilizado nos dias de hoje por ser considerado lento devido à necessidade de um número elevado de iterações para obter a solução do problema (CANOSSA, 2007).

Em 1961, foi apresentado, por Ness et al., o método de Newton para o problema de fluxo de carga, abrangendo apenas redes de transmissão e apresentando a característica de ótima convergência. Entretanto, não era computacionalmente competitivo em razão do armazenamento e da inversão de matrizes a cada iteração.

No final dos anos 60, Tinney e Hart (1967) tornaram o método de Newton muito mais rápido, aplicando a ordenação ótima da Eliminação de Gauss com armazenamento compacto. O desenvolvimento do método considerava as características do sistema de transmissão, sem explorar computacionalmente características típicas das redes de distribuição. O método passou a ser referência na solução do problema de fluxo de carga, do qual surgiram derivações utilizadas até hoje.

Na década de 70, foi elaborado o método Desacoplado Rápido por Stott et al. (1974), fundamentado no método de Newton-Raphson. Esse método tinha característica de ser ainda mais rápido, mantendo precisão e convergência, baseando-se no fato de existir sensibilidade entre potência ativa e ângulo de tensão e entre potência reativa e magnitude da tensão.

## 2.2 Aplicações do fluxo de carga

De acordo com Canossa (2007), o cálculo do fluxo de carga é de grande importância no planejamento da rede, sendo uma das ferramentas na determinação dos investimentos necessários para ampliação, manutenção e melhoria no sistema elétrico de potência. Como aplicações para simulações de fluxo de carga, pode-se citar:

- Segurança: várias contingências são simuladas e o estado de operação da rede após a contingência deve ser obtido. Através dessas simulações é possível detectar problemas que podem vir causar a perda de transmissão de energia;
- Planejamento e operação: a análise do fluxo de potência auxilia no processo de avaliação para novas configurações do sistema elétrico para atender o aumento da demanda dentro dos limites de segurança do sistema elétrico e o estado de operação para a nova configuração deve ser obtido;
- Determinação dos limites de transmissão de potência do sistema elétrico;

- Avaliação das condições operativas do sistema.

O SEP deve garantir aos seus usuários elevadas taxas de continuidade e confiabilidade de serviço, além dos parâmetros de qualidade, tais como tensões máximas e mínimas nos pontos de entrega e excursão máxima (referente ao valor de 100%) de frequência em torno do valor nominal. Assim, o fluxo de carga é utilizado pelas concessionárias e órgãos destinados à operação da geração e transmissão de energia elétrica a fim de garantir a realização do planejamento do sistema (SANTOS et al., 2013).

A aplicação do cálculo do fluxo de carga para sistemas de transmissão/subtransmissão é feita separadamente do sistema de distribuição. Os sistemas de transmissão apresentam as seguintes características: topologia malhada, o que possibilita desprezar os efeitos causados pelos desequilíbrios entre as fases; operação balanceada, permitindo uma representação monofásica da rede elétrica; transmissão de fluxos de correntes em altas tensões; linhas com alta relação de reatância/resistência (X/R), levando ao desacoplamento Pθ-QV. AS principais metodologias utilizadas para solução do fluxo de carga para esses sistemas baseiam-se no método convencional de Newton-Raphson e suas variações, o método Desacoplado e o método Desacoplado Rápido (DULCE, 2012; SALOME, 2007).

### 2.3 Método de Newton-Raphson na solução do problema de fluxo de carga

O método de Newton-Raphson é um método iterativo, o qual aproxima um conjunto de equações não lineares para um conjunto de equações lineares usando a expansão em séries de Taylor e os termos são restritos a aproximação de primeira ordem, omitindo os termos de segunda ordem em diante. Esta metodologia tornou-se uma das principais para os cálculos do fluxo de potência em sistemas elétricos, devido a suas características, robustez e rápida convergência quadrática (DULCE, 2012).

De acordo com o método de Newton proposto por Tinney e Hart (1967), o número de iterações necessárias para a solução é praticamente independente do tamanho do problema, isto é estritamente verdadeiro com uma boa aproximação de partida (por exemplo, ângulos iguais a zero e as magnitudes de tensões das barras iguais a um para as barras PQ e ângulos iguais a zero para as barras PV), as soluções podem ser obtidas com poucas iterações. Utilizando um valor inicial desfavorável, o método irá divergir ou convergir para uma solução inviável, comprometendo o ponto de operação do sistema exato.

Para a aplicação do Método de Newton-Raphson na resolução do problema de fluxo de carga, é obrigatória a construção da matriz Jacobiana. Portanto, a dimensão do sistema em análise interfere no armazenamento de memória e no tempo de processamento do método de Newton, uma vez que a cada iteração a matriz Jacobiana é reconstruída e recalculada. O jacobiano fundamenta-se nas derivadas parciais da potência ativa e reativa em relação a cada uma das variáveis de estado que se deseja obter (DULCE, 2012; STEVENSON, 1974).

### 2.4 Formulação básica do problema de fluxo de carga

Existem diversas formas de apresentação analítica dos circuitos elétricos de redes de energia elétrica. A formulação do fluxo de carga é constituída por um sistema de equações e inequações algébricas não-lineares que correspondem, respectivamente, às leis de Kirchhoff e a um conjunto de restrições operacionais da rede elétrica e de seus componentes. Os dados de entrada são normalmente os dados da rede elétrica, resistência e reatância dos elementos; além da geração ativa e reativa nas barras do sistema e a carga ativa e reativa nas barras do sistema em análise (MONTICELLI 2003; GARCIA 2003).

As equações que constituem o problema de fluxo de carga podem ser representadas em coordenadas polares ou em coordenadas retangulares. O Método de Newton-Raphson pode

ser aplicado com o propósito de linearizar ambas formulações (WANG, 2008). A seguir, serão apresentadas as equações básicas do problema de fluxo de carga com o propósito de apenas demonstrar as mesmas na forma polar e forma retangular.

### 2.4.1 Formulação polar

As equações básicas do fluxo de carga numa barra genérica $k$ são dadas por:

$$P_k(V,\theta) = V_k \sum_{m\in k} V_m(G_{km}cos\theta_{km} + B_{km}sen\theta_{km}) \quad (1)$$

$$Q_k(V,\theta) = V_k \sum_{m\in k} V_m(G_{km}cos\theta_{km} - B_{km}sen\theta_{km}) \quad (2)$$

Nestas equações, os ângulos $\theta_k$ e $\theta_m$ são expressos sempre como a diferença entre $\theta_k - \theta_m$, lembrando-se, que para a resolução do método de Newton, é necessário especificar uma referência inicial no ângulo da barra $V\theta$ (MONTICELLI, 1983).

### 2.4.2 Formulação retangular

As equações básicas do fluxo de carga numa barra genérica $k$ são dadas por:

$$P_k(V_{r_m}, V_{i_m}) = \sum_{m\in\Omega_k} V_{r_k}(G_{km}V_{r_m} - B_{km}V_{i_m}) + V_{i_k}(G_{km}V_{i_m} + B_{km}V_{r_m}) \quad (3)$$

$$Q_k(V_{r_m}, V_{i_m}) = \sum_{m\in\Omega_k} V_{i_k}(G_{km}V_{r_m} - B_{km}V_{i_m}) - V_{r_k}(G_{km}V_{i_m} + B_{km}V_{r_m}) \quad (4)$$

Onde $V_r$ representa a parte real da tensão e $V_i$ a parte imaginária da tensão (STAGG, 1979).

## 2.5 Algoritmo básico para o método de Newton-Raphson na forma polar

Uma maneira de aplicação do método de Newton-Raphson para alcançar a convergência, utilizando-se as expressões do fluxo de potência na forma retangular, é proposta no livro de Monticelli (1983). Nesse procedimento, o primeiro passo é a construção da matriz admitância e, posteriormente, é realizada a suposição valores de magnitudes e ângulos da tensão para cada barra do sistema elétrico de potência em análise. Após esses passos, iniciam-se as iterações do algoritmo de Newton-Raphson, que são dadas esquematicamente:

- Aplicação das equações de fluxo de potência, que podem ser expressas matematicamente em coordenadas retangulares por (1) e (2);
- Cálculo da diferença entre as potências previstas e calculadas, conforme ilustra (5) e (6).

$$\Delta P_k = P^{esp} - P_k(V, \theta) \quad (5)$$

$$\Delta Q_k = Q^{esp} - Q_k(V, \theta) \quad (6)$$

- Comparação entre o maior *mismatch* e a tolerância desejada; caso aquele seja menor que a tolerância, houve a convergência do fluxo de potência;
- Cálculo da matriz Jacobiana representada por (7).

$$\begin{bmatrix} \Delta P_k \\ \Delta Q_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & N \\ M & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta^i \\ \Delta V^i \end{bmatrix} \quad (7)$$

- Atualização das magnitudes e ângulos de tensão.

$$\theta^{i+1} = \theta^i + \Delta \theta^i \quad (8)$$

$$V^{i+1} = V^i + \Delta V^i \quad (9)$$

- Atualização da iteração e aplicação das equações (1) e (2) novamente, repetindo-se todos os passos da iteração, até que ocorra a convergência do fluxo de potência.

A Figura 1 apresenta, em fluxograma, o algoritmo do método de Newton-Raphson na forma polar, adaptado de Canossa (2007).

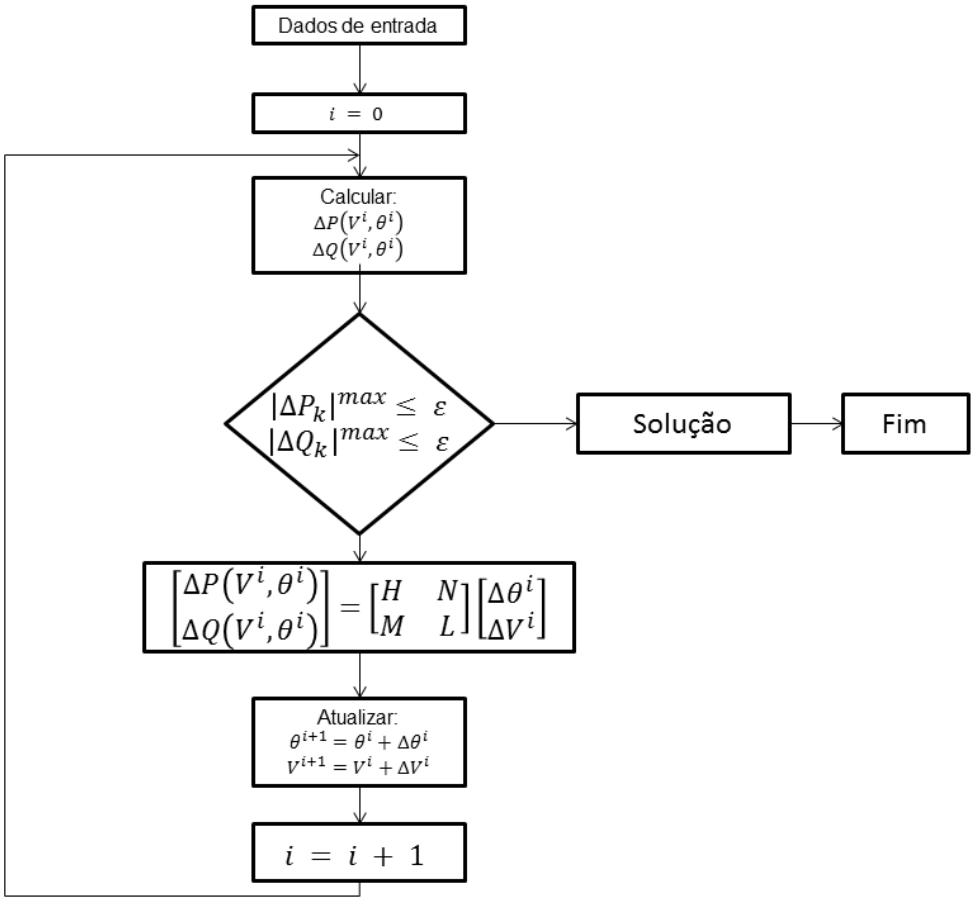



Figura 1 – Fluxograma do método de Newton-Raphson na forma polar

## 2.5 Algoritmo básico para o método de Newton-Raphson na forma retangular

Para a aplicação do método de Newton-Raphson com o intuito de alcançar a convergência, aqui utilizando-se as expressões do fluxo de potência na forma retangular, Stagg e El-Abiad (1979) igualmente propõem uma sugestão em seu livro. Nesse outro procedimento, o primeiro passo é a construção da matriz admitância e, em seguida, supõem-se valores de magnitudes e ângulos tensão a cada barra do sistema elétrico de potência analisado. Após essas etapas, iniciam-se as iterações do algoritmo de Newton-Raphson, que são da esquematicamente:

- Aplicação das equações de fluxo de potência, que podem ser expressas matematicamente em coordenadas retangulares por (3) e (4);
- Cálculo da diferença entre as potências previstas e calculadas, conforme ilustra (5) e (6);
- Comparação entre o maior mismatch e a tolerância desejada, caso seja menor que a tolerância, houve a convergência do fluxo de potência;
- Cálculo da matriz Jacobiana representada matematicamente por (10);

$$\begin{bmatrix} \Delta P_k \\ \Delta Q_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & N \\ J & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_r^i \\ \Delta V_i^i \end{bmatrix} \quad (10)$$

- Atualização das magnitudes e ângulos de tensão.

$$V_r^{\,i+1} = V_r^i + \Delta V_r^i \tag{11}$$

$$V_i^{\,i+1} = V_i^i + \Delta V_i^i \tag{12}$$

- Aplicação das equações (3) e (4) novamente repetindo-se todos os passos da iteração, até que haja a convergência do fluxo de potência.

A Figura 2 apresenta, em fluxograma, o algoritmo do método de Newton-Raphson na forma retangular, adaptado de Stagg e El-Abiad (1979):

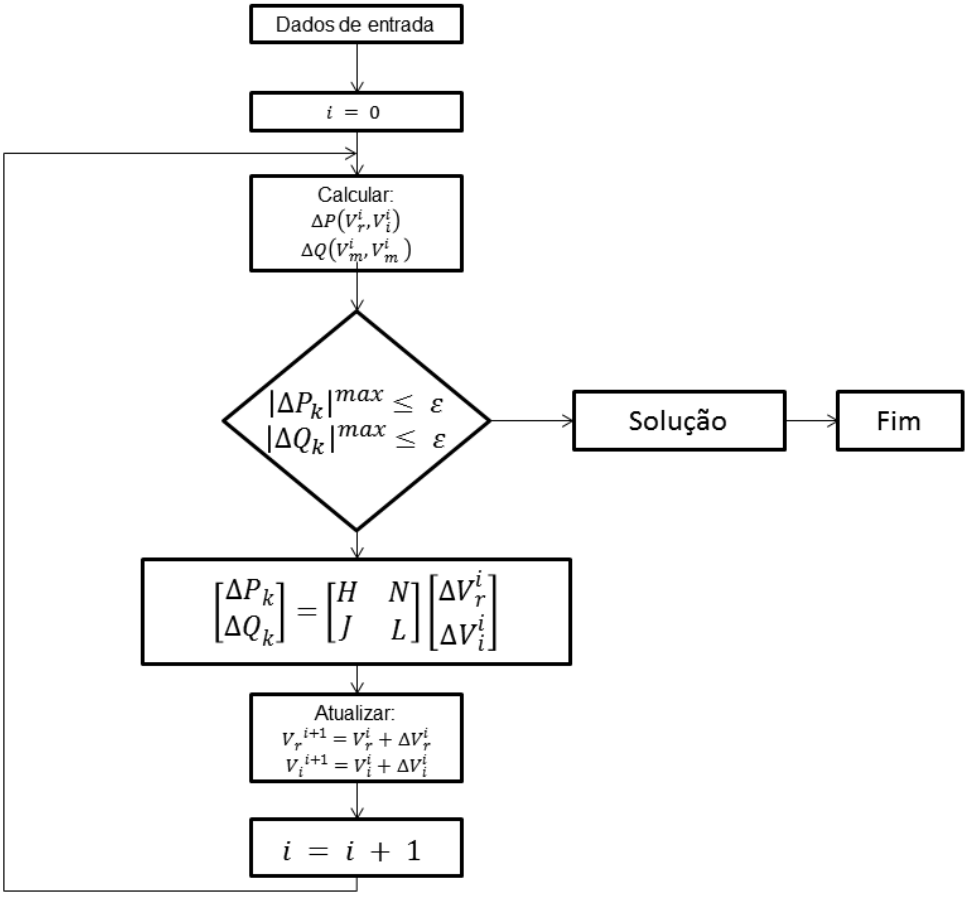



Figura 2 – Fluxograma do método de Newton-Raphson na forma retangular

## 2.8 Aplicações das coordenadas polares e retangulares

Nos últimos anos, as coordenadas retangulares têm sido estudadas e resultados bastante expressivos têm sido publicados na literatura, como por exemplo, a comparação do desempenho do fluxo de potência polar e retangular com e sem fator de passo, para uma variedade de sistemas com carregamento leve, sobrecarregados e sem soluções (TATE, 2005).

Outro exemplo significativo é o cálculo do ponto de máximo carregamento através da utilização dos métodos do fluxo de potência continuado e do ponto de colapso, nos quais as equações básicas que caracterizam a rede elétrica foram expressas em coordenadas polares e retangulares (GUEDES, 2007).

## 3. Conclusão

Este artigo propõe uma avaliação crítica a respeito do desempenho das formulações de fluxo de potência via método iterativo de Newton-Raphson. A metodologia convencional polar e os métodos retangulares convencionais são convenientemente analisados através de trabalhos publicados. De acordo com Pereira (2006), é importante ressaltar que as metodologias, quando convergem, nem sempre atingem a mesma solução.

De acordo com o estudo apresentado por Tate (2005), os resultados indicam que a formulação polar com fator de passo representa a melhor opção para os casos com e sem solução. Porém, o estudo proposto por Guedes (2007) apresentou resultados satisfatórios utilizando a formulação retangular para o método de fluxo de potência continuado.

Desta forma, conclui-se que, de um modo geral, o problema de fluxo de potência pode ser resolvido por ambas formulações. A verificação do desempenho de uma formulação sobre a outra dependerá do parâmetro que será analisado.

## Referências

**CANOSSA, Jainê Henrique.** Um programa interativo para estudos de fluxo de potência. Ilha Solteira, 169 p., 2007. Dissertação – Universidade Estadual Paulista "Júlio Mesquita Filho".

**DULCE, Carolina Corrêa.** Normalização complexa e cálculo de fluxo de potência para sistemas elétricos emergentes. Curitiba, 110 p., 2012. Dissertação – Universidade Federal do Paraná.

**EPE – Empresa de Pesquisa Energética.** Disponível em: http://www.epe.gov.br/Paginas/default.aspx. Acessado em: 25 de junho de 2016.

**GUEDES, Magda Rocha.** Coordenadas Polares Versus Coordenadas Retangulares no Cálculo do Ponto de Máximo Carregamento em Sistemas Elétricos de Potência. Juiz de Fora, 118 p., 2007. Dissertação – Universidade Federal de Juiz de Fora.

**MONTICELLI, Alcir J.** Fluxo de carga em redes de energia elétrica. São Paulo: Edgar Blücher, 1983.

**MONTICELLI, Alcir J.; GARCIA, Ariovaldo V.** Introdução a sistemas de energia elétrica. Campinas: Editora da Unicamp, 2003.

**NESS, James E. Van; GRIFFIN, John H.** Elimination methods for load-flow Studies. Transactions of the American Institute of Electrical Engineers, v.80, p. 299–302, 1961.

**PEREIRA, Hivy Queiroz.** Fluxo de potência trifásico: um estudo comparativo e uma nova metodologia de solução. Juiz de Fora, 111 p., 2006. Dissertação – Universidade Federal de Juiz de Fora.

**POMPERMAYER, Máximo Luiz.** Desafios e perspectivas para a inovação tecnológica no setor de energia elétrica. Revista Pesquisa e Desenvolvimento da ANEEL – P&D, Brasília, n.3, p. 11, 2009.

**NETO, Rodolfo Salome**. Estudos de fluxo de carga no sistema de transmissão da Companhia Paulista de Força e Luz (CPFL). São Carlos, 67 p., 2007. Monografia – Universidade de São Paulo.

**SANTOS, Diogo Leandro Nunes et al.** Análise estática de sistema elétrico de potência utilizando o software ANAREDE. Curitiba, 100 p., 2013. Monografia – Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

**STAGG, Glenn W.; EL-ABIAD, Ahmed H.** Computação Aplicada a Sistemas de Geração e Transmissão de Potência. Rio de Janeiro: Guanabara Dois, 1979.

**STEVENSON, William D.** Elementos de Análise de Sistemas de Potência. 2. ed. São Paulo: McGraw-Hill, 1974.

**STOTT, B.; ALSAC, O.** Fast decouplep load flow. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, v.PAS-93, p. 859-869, 1974.

**TATE, Joseph Euzebe.** A comparison of the optimal multiplier in polar and rectangular coordiantes. Illionois, 40 p., 2005. Tese – University of Illionois at Urbana-Champaign.

**TINEEY, William F.; HART, Clifford E.** Power flow solution by Newton's method. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, v.86, p. 1449-1460, 1967.

**WANG, Xi-Fan et al.** Modern Power Systems Analysis. 1. ed. New York: Springer, 2008.

**ZANETTA, Luiz Cera**. Fundamentos de Sistemas Elétricos de Potência. 1. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2006.