

O uso do FreeMat para a prática de transformações lineares no ensino a distância

Ricardo Alexandre Deckmann Zanardini (Centro Universitário Uninter) ricardo.z@uninter.com

Alessandra de Paula (Centro Universitário Uninter) alessandra.p@uninter.com

Resumo:

O ensino e a aprendizagem de disciplinas relacionadas à matemática muitas vezes é vista como árdua e longe da realidade dos estudantes. E no ensino a distância essa realidade também é identificada. Cabe aos professores motivarem e oferecerem aos estudantes recursos para que seja percebida a importância dessas disciplinas na resolução de problemas relacionados ao cotidiano acadêmico, pessoal e profissional. Em particular, na disciplina de Álgebra Linear, ofertada aos estudantes de Engenharia de Produção de uma instituição de ensino superior de Curitiba, foi utilizado o *software* gratuito FreeMat para o desenvolvimento de uma prática pedagógica relacionada às transformações lineares. Para que os resultados obtidos com a prática pudessem ser mensurados, os estudantes foram divididos aleatoriamente em dois grupos, um grupo experimental que participou das práticas e um grupo de controle que aprendeu os temas relacionados às transformações lineares do modo tradicional. A partir da prática proposta foi identificado que é possível realizar com sucesso atividades práticas no ensino a distância e que o nível de motivação e de aprendizagem é muito maior do que o existente no modelo tradicional.

Palavras chave: Álgebra Linear, Ensino a Distância, FreeMat, Transformações Lineares

The use of FreeMat to practice linear transformations in distance learning

Abstract

The teaching and learning of disciplines related to mathematics is often seen as arduous and far from the reality of students. And in distance learning that reality is also identified. It is up to teachers motivate students and provide resources for it to be perceived the importance of these disciplines to solve problems related to daily academic, personal and professional. In particular, in the discipline of linear algebra, offered to Production Engineering students at a higher education institution of Curitiba, it was used FreeMat free software for the development of a pedagogical practice related to linear transformations. For the results obtained with the practice could be measured, students were randomly divided into two groups, an experimental group that participated in practices and a control group that learned the topics related to linear transformations in the traditional way. From the practical proposal has been identified that it is possible to successfully practice the distance learning activities and the level of motivation and learning is far greater than existing in the traditional model.

Key-words: Linear Algebra, Distance Learning, FreeMat, Linear Transformation

1. Introdução

Professores e estudantes do mundo todo enfrentam grandes problemas no que se refere ao ensino e à aprendizagem de conteúdos relacionados à matemática. Muitas vezes a simbologia, o rigor e a abstração desses conteúdos distanciam cada vez mais a matemática do cotidiano

das pessoas. No entanto a matemática está presente nas mais diversas áreas do conhecimento. De acordo com Eves (1990), ao longo do desenvolvimento da história da humanidade a matemática sempre esteve presente de uma forma muito intensa e a maior parte dos seus desenvolvimentos surgiu a partir da necessidade do ser humano de resolver problemas do cotidiano. Nos dias atuais, estamos resolvendo constantemente problemas matemáticos, seja de uma forma intuitiva ou de uma forma sistemática. O desenvolvimento de produtos, as finanças, a computação gráfica, entre muitos outros assuntos estão fortemente relacionados à matemática. Mas por que o estudo dos mais diversos temas dessa área é tão enfadonho e desmotivador? Devlin (2004), em um importante estudo desenvolvido, chegou à conclusão que um dos motivos para a dificuldade apresentada por muitos estudantes é a falta de envolvimento com os temas abordados. Para Devlin, é importante despertar o interesse pela matemática e não apenas ensiná-la.

Freire (2002) afirma que para que seja atingida a formação integral do estudante o professor deve reforçar a curiosidade e a capacidade crítica desses indivíduos. Em conformidade com essa afirmação, Behar (2009) defende que as propostas curriculares devem se concretizar por meio de práticas pedagógicas e interações entre estudantes e professores em torno dos conteúdos a serem abordados.

Segundo Tori (2010), é preciso traçar um paralelo entre contextos presenciais e a distância no que se refere a sistemas de gerenciamento de conteúdo e aprendizagem, conhecido como *blended learning*.

Além da qualidade exigida pelo Ministério da Educação (MEC, 2007), as instituições de ensino precisam atender às exigências do mercado cada vez mais competitivo e também às expectativas dos discentes que sabem que o a aquisição do conhecimento efetivo é muito importante na atualidade.

A escolha pelo uso das transformações lineares bidimensionais se deve ao fato de que elas estão diretamente relacionadas à computação gráfica, que consiste na utilização de métodos e técnicas para a transformação de dados em imagens a partir de um dispositivo gráfico. Gomes e Velho (2003) afirmam que a computação gráfica está presente em praticamente todas as áreas do conhecimento e que, com o uso desse recurso, é possível visualizar objetos que estão em fase de projeto. No caso da Engenharia de Produção, a computação gráfica é um elemento muito importante na elaboração e desenvolvimento de projetos.

Para despertar ainda mais o interesse dos estudantes e facilitar a aprendizagem de transformações lineares em duas dimensões foi desenvolvida uma estratégia baseada no uso do *software* gratuito FreeMat. A escolha do *software* foi feita por alguns motivos. Um deles é que o FreeMat é uma poderosa alternativa gratuita à altura do conhecido e muito utilizado *software* proprietário Matlab.

O desenvolvimento da prática foi feito com um grupo de estudantes escolhidos ao acaso, o grupo experimental. Para que fosse possível comparar os resultados obtidos com a prática, o outro grupo de estudantes, o grupo de controle, não desenvolveu a prática, tendo acesso aos conteúdos e às atividades apenas sob a metodologia tradicional de ensino e aprendizagem.

A partir do estudo desenvolvido foi possível observar a importância e a eficiência de novas metodologias e de práticas pedagógicas no processo de ensino e aprendizagem de conteúdos relacionados à matemática. Para que não houvesse prejuízo aos estudantes, após o estudo, os participantes do grupo de controle tiveram acesso às atividades propostas ao grupo experimental e também se manifestaram positivamente ao emprego dessa metodologia.

2. O uso do FreeMat na prática pedagógica

O uso de *softwares* no ensino presencial tem se tornado uma prática cada vez mais comum, mas no ensino a distância esse uso ainda não está totalmente difundido por alguns fatores. Dentre as dificuldades encontradas, percebe-se a dificuldade em encontrar profissionais capacitados para o desenvolvimento de atividades e a aquisição de licenças de *softwares* proprietários tanto por parte das instituições de ensino como por parte dos estudantes.

De acordo com Aguiar (2011), a educação a distância necessita de novas tecnologias e deve promover a autonomia dos estudantes para que além de adquirir conhecimentos, possa organizar as ideias e compartilhar conhecimentos.

O FreeMat é um *software* gratuito destinado ao processamento de dados e à rápida criação de protótipos científicos. Seu funcionamento baseado em matrizes é muito parecido com o do Matlab, *software* proprietário da Mathworks.

Além de um ambiente composto por um gigantesco número de funções já existentes, o FreeMat também é uma linguagem de programação. Sendo assim, é possível desenvolver também funções específicas para a resolução dos mais diversos tipos de problemas.

Os primeiros contatos dos estudantes com o FreeMat aconteceram desde o início das aulas de Álgebra Linear, com a realização de operações envolvendo matrizes e com a resolução de sistemas de equações lineares. Para isso foram gravados tutoriais e disponibilizados aos estudantes no ambiente virtual de aprendizagem. No que diz respeito às transformações lineares, inicialmente a prática foi desenvolvida apenas com os participantes do grupo experimental.

3. Transformações lineares em duas dimensões

Para Anton e Rorres (2001), uma transformação linear de R^n em R^m é uma função

$$T(x_1, x_2, \dots, x_n) = (w_1, w_2, \dots, w_m)$$

onde as equações que relacionam $w_1, w_2, \dots, w_m$ e $x_1, x_2, \dots, x_n$ são lineares.

Uma transformação $T : R^n \rightarrow R^m$ é dita linear se e somente se

$$T(\mathbf{u} + \mathbf{v}) = T(\mathbf{u}) + T(\mathbf{v}) \text{ e } T(c\mathbf{v}) = cT(\mathbf{v})$$

são válidas para quaisquer vetores $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$ pertencentes a R^n e qualquer escalar c .

A partir das transformações lineares é possível ampliar ou reduzir, rotacionar, refletir ou cisalhar imagens, entre outras transformações.

Gomes e Velho (2003) destacam que para o uso computacional é preciso uma representação adequada das transformações lineares. Essas representações são feitas a partir de representações matriciais.

Se o objetivo for determinar a reflexão de um objeto em relação ao eixo x , a matriz transformação é dada por

$$T_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

Essa transformação preserva o valor da componente em x e inverte o sinal da componente em y , fazendo então com que a reflexão em relação ao eixo x seja obtida.

Para a reflexão em relação ao eixo y , é preciso inverter o sinal da componente em x e manter o sinal da componente em y . Nesse caso, a matriz transformação é dada por

$$T_2 = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

A transformação linear que faz a reflexão de um objeto em relação à reta $y=-x$ é

$$T_3 = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Essas transformações foram utilizadas na prática proposta aos estudantes do grupo experimental. Nos exemplos apresentados, também foi utilizada a transformação

$$T_4 = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

que amplia em duas vezes a imagem de um objeto.

4. A prática pedagógica

Em decorrência da necessidade de se propor atividades instigantes e motivadoras, foi desenvolvida uma prática pedagógica envolvendo a implementação de transformações lineares relacionadas à criação de um personagem representado por figuras geométricas elementares. A prática estava relacionada à disciplina de Álgebra Linear ofertada aos estudantes do curso de Engenharia de Produção de uma instituição de ensino de Curitiba. Os estudantes, um total de 707 matriculados, que estão cursando a referida disciplina têm as aulas disponibilizadas no ambiente virtual de aprendizagem e apoio presencial em um dos pólos distribuídos pelo Brasil. Também recebem atendimento por *e-mail*, *chat* e telefone, além de um canal exclusivo para tutoria. O material didático oferecido aos alunos consiste em um livro base e rotas de aprendizagem contendo orientações detalhadas no que se refere aos conteúdos estudados, vídeos gravados pelo professor da disciplina, *links* para vídeos externos, artigos, sugestões de leitura e exercícios propostos. Desde a primeira aula os estudantes têm contato com o FreeMat que é utilizado nas aulas para que, além da resolução algébrica de exercícios, também seja possível a resolução de exercícios com o uso do *software*.

O grupo de controle aprendeu os conceitos relacionados às transformações lineares sem a realização da prática pedagógica proposta aos estudantes do grupo experimental.

Aos integrantes do grupo experimental, além das atividades pertinentes à disciplina, foi proposta uma prática consistindo na criação de um personagem. Para essa criação, foi sugerida a utilização de figuras geométricas tais como retângulos e triângulos. Após a criação do personagem, algumas transformações lineares deveriam ser feitas: a reflexão em relação ao eixo x , em relação ao eixo y e em relação à reta $y=-x$. Como resultado, cada estudante deveria entregar ao tutor do pólo um relatório contendo a imagem do personagem, as imagens transformadas, os comandos utilizados e a descrição das transformações e o preenchimento de um breve questionário sobre a prática realizada e sobre os seus aspectos positivos e negativos, além de um campo para observações e sugestões.

Inicialmente foi apresentado o uso do FreeMat para a representação de figuras geométricas em duas dimensões e como é possível realizar transformações lineares relacionadas a essas figuras. A seguir um exemplo dos comandos utilizados para a criação de um retângulo e a transformação que duplica as suas dimensões.

```
function reflexao_x
```

```
axis([0 5 -6 6])
```

```
hold on
```

%Matriz com os vértices do retângulo

```
A=[1,1,4,4;1,3,1,3];
```

%Plotagem dos vértices do retângulo

```
plot(A(1,:),A(2,:), 'ro', 'linewidth', 2);
```

%Plotagem das linhas que formam a imagem a partir dos vértices do retângulo

```
x=linspace(A(1,1),A(1,3));
```

```
y=linspace(A(2,1),A(2,3));
```

```
plot(x,y, 'r-', 'linewidth', 2);
```

```
x=linspace(A(1,1),A(1,3));
```

```
y=linspace(A(2,2),A(2,4));
```

```
plot(x,y, 'r-', 'linewidth', 2);
```

```
x=linspace(A(1,1),A(1,2));
```

```
y=linspace(A(2,1),A(2,2));
```

```
plot(x,y, 'r-', 'linewidth', 2);
```

```
x=linspace(A(1,3),A(1,4));
```

```
y=linspace(A(2,3),A(2,4));
```

```
plot(x,y, 'r-', 'linewidth', 2);
```

%Matriz reflexão em relação ao eixo x

```
T=[1 0;0 -1];
```

%Plotagem da reflexão em relação ao eixo x

```
A=T*A;
```

```
plot(A(1,:),A(2,:), 'bo', 'linewidth', 2);
```

%Plotagem das linhas que formam a imagem refletida a partir dos vértices do retângulo

```
x=linspace(A(1,1),A(1,3));
```

```
y=linspace(A(2,1),A(2,3));
```

```
plot(x,y, 'b-', 'linewidth', 2);
```

```
x=linspace(A(1,1),A(1,3));
```

```
y=linspace(A(2,2),A(2,4));
```

```
plot(x,y, 'b-', 'linewidth', 2);
```

```
x=linspace(A(1,1),A(1,2));
```

```
y=linspace(A(2,1),A(2,2));
```

```
plot(x,y, 'b-', 'linewidth', 2);
```

```
x=linspace(A(1,3),A(1,4));
```

```
y=linspace(A(2,3),A(2,4));
```

```
plot(x,y, 'b-', 'linewidth', 2);
```

%Plotagem do eixo x

```
x=linspace(0,5);
```

```
y=linspace(0,0);
```

```
plot(x,y,'b-','linewidth',1);
```

Com esses comandos foi possível gerar um retângulo e fazer a respectiva reflexão em relação ao eixo x .

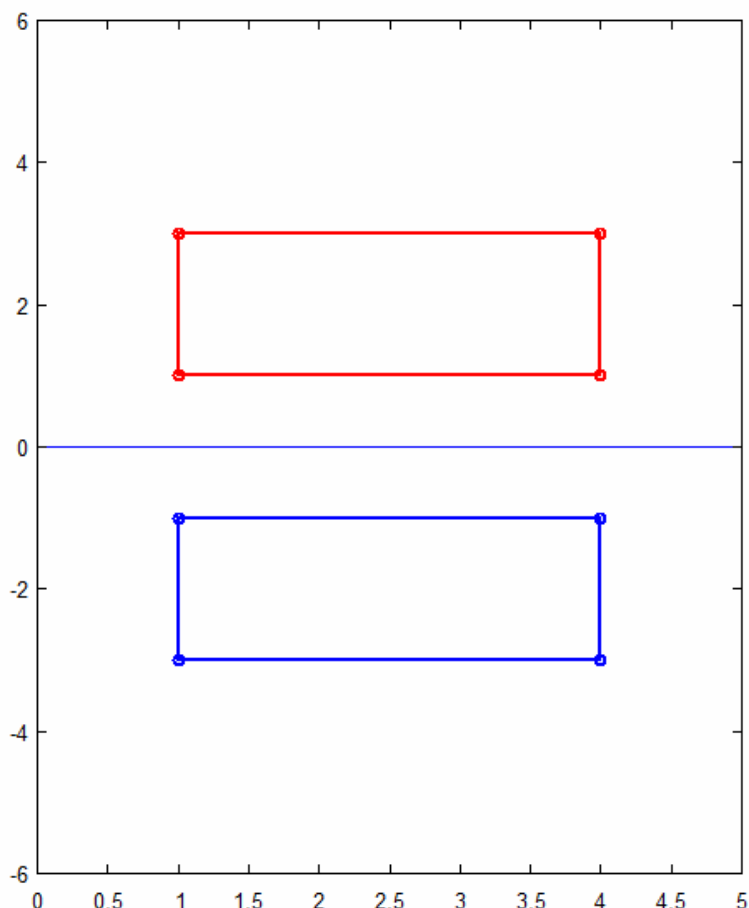


Figura 1 – Reflexão de um retângulo em relação ao eixo x .

Outras transformações lineares foram apresentadas bem como as devidas implementações feitas no FreeMat.

A atividade foi realizada em cada pólo com o auxílio do tutor que recebeu orientações prévias sobre como desenvolver as atividades práticas.

Após a realização das atividades, os resultados foram coletados e analisados. Identificou-se que o uso do FreeMat na realização das atividades práticas permitiu aos estudantes uma visão mais aprofundada em relação às transformações lineares e à sua importância na computação gráfica e na resolução de problemas relacionados à Engenharia de Produção. A motivação e o envolvimento dos estudantes foi maior do que o esperado e a necessidade proveniente da resolução de novos desafios fez com que os estudantes buscassem ajuda mútua, promovendo o fortalecimento de grupos de estudo e da realização de atividades em conjunto,

contradizendo a postura individualista que muitos estudantes adquirem quando o estudo está voltado mais para si do que para o benefício coletivo. Inicialmente os estudantes do grupo experimental apresentaram dificuldades no que se refere à construção do personagem utilizando pontos específicos, mas é importante ressaltar que esse princípio é utilizado na construção de imagens vetoriais que estão baseadas na interpolação de pontos específicos para a geração de imagens.

A seguir os comandos do FreeMat utilizados para a criação de um dos personagens.

```
function personagem
```

```
axis([-9 9 -9 9])
```

```
hold on
```

```
%Matriz com os vértices do personagem
```

```
A=[2,2,2,2,3,3,4,4,5,5,6,6,7,7,7,7;2,5,6,7,3,4,5,6,5,6,3,4,2,5,6,7];
```

```
%Plotagem dos vértices do personagem
```

```
plot(A(1,:),A(2,:), 'go', 'linewidth', 2);
```

```
%Plotagem das linhas que formam a imagem a partir dos vértices do personagem
```

```
x=linspace(2,7);
```

```
y=linspace(2,2);
```

```
plot(x,y,'r-', 'linewidth', 2);
```

```
x=linspace(2,7);
```

```
y=linspace(7,7);
```

```
plot(x,y,'r-', 'linewidth', 2);
```

```
x=linspace(3,6);
```

```
y=linspace(3,3);
```

```
plot(x,y,'r-', 'linewidth', 2);
```

```
x=linspace(3,6);
```

```
y=linspace(4,4);
```

```
plot(x,y,'r-', 'linewidth', 2);
```

```
x=linspace(2,4);
```

```
y=linspace(5,5);
```

```
plot(x,y,'r-', 'linewidth', 2);
```

```
x=linspace(5,7);
```

```
y=linspace(5,5);
```

```
plot(x,y,'r-', 'linewidth', 2);
```

```
x=linspace(2,4);
```

```
y=linspace(6,6);
```

```
plot(x,y,'r-', 'linewidth', 2);
```

```
x=linspace(5,7);
```

```
y=linspace(6,6);
plot(x,y,'r-','linewidth',2);
x=linspace(2,2);
y=linspace(2,7);
plot(x,y,'r-','linewidth',2);
x=linspace(3,3);
y=linspace(3,4);
plot(x,y,'r-','linewidth',2);
x=linspace(4,4);
y=linspace(5,6);
plot(x,y,'r-','linewidth',2);
x=linspace(5,5);
y=linspace(5,6);
plot(x,y,'r-','linewidth',2);
x=linspace(6,6);
y=linspace(3,4);
plot(x,y,'r-','linewidth',2);
x=linspace(7,7);
y=linspace(2,7);
plot(x,y,'r-','linewidth',2);
%Matriz reflexão em relação ao eixo x
T1=[1 0;0 -1];
%Matriz reflexão em relação ao eixo y
T2=[-1 0 ; 0 1];
%Matriz reflexão em relação à reta y=-x
T3=[0 -1 ; -1 0];
%Plotagem da reflexão em relação ao eixo x
A1=T1*A;
plot(A1(1,:),A1(2,:),'go','linewidth',2);
%Plotagem da reflexão em relação ao eixo y
A2=T2*A;
plot(A2(1,:),A2(2,:),'go','linewidth',2);
%Plotagem da reflexão em relação à reta y=-x
A3=T3*A;
plot(A3(1,:),A3(2,:),'go','linewidth',2);
```

%Plotagem dos eixos x e y

```
x=linspace(-9,9);
```

```
y=linspace(0,0);
```

```
plot(x,y,'b-', 'linewidth',1);
```

```
x=linspace(0,0);
```

```
y=linspace(-9,9);
```

```
plot(x,y,'b-', 'linewidth',1);
```

Os comandos apresentados resultaram na seguinte imagem.

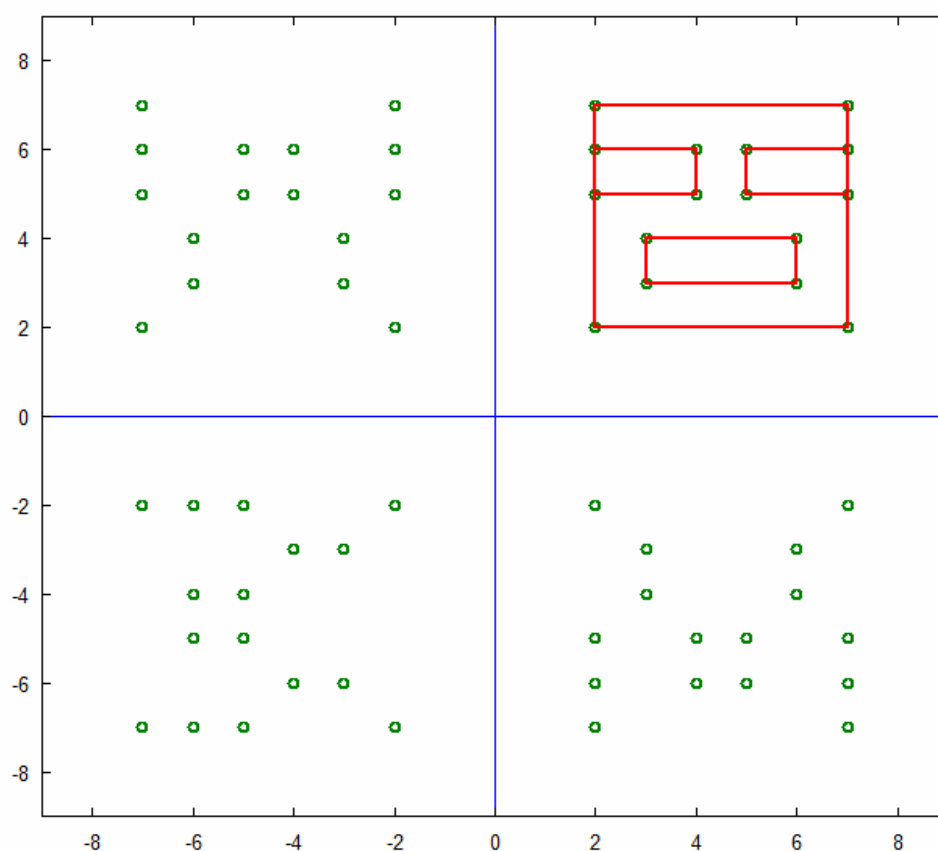


Figura 2 - Diferentes transformações aplicadas ao personagem.

Mesmo vivendo em um mundo onde os recursos tecnológicos estão cada mais presentes no cotidiano das pessoas, alguns estudantes apresentaram bastantes dificuldades no uso do computador, fato que exigiu uma dedicação e paciência maior por parte dos tutores.

Após a realização das atividades, os estudantes do grupo de controle também desenvolveram as atividades práticas e, em seguida, foram novamente avaliados. Percebeu-se uma visão mais aprofundada sobre o tema após a realização da atividade e da nova avaliação.

5. Considerações finais

A partir do desenvolvimento da prática pedagógica, ficou evidente a importância do uso de atividades práticas instigantes e motivadoras não só no ensino presencial, mas também no

ensino a distância. O uso de *softwares* gratuitos proporciona aos estudantes a ampliação de seus horizontes e evita custos extras na aquisição de materiais e de recursos. É importante que o ensino conte cada vez mais com professores que incentivem e estimulem a criatividade e a autonomia dos estudantes. É importante também oferecer recursos aos estudantes para que possam buscar a autonomia.

6. Referências

AGUIAR, E.V.B. *As novas tecnologias e o ensino de matemática*. Disponível em:

<<http://www.essentiaeditora.iff.edu.br/index.php/vertices/article/viewFile/34/26> > Acesso em: 7 set. 2015.

ANTON, H.; RORRES, C. *Álgebra linear com aplicações*. Porto Alegre: Bookman, 2001.

BEHAR, P.A. (org). *Modelos pedagógicos em educação a distância*. Porto Alegre: Artmed, 2009.

BRASIL. *Referenciais de qualidade para a educação superior a distância*. Ministério da Educação, Secretaria de Educação a Distância, 2007.

DEVLIN, K. *O gene da matemática*. São Paulo: Record, 2004.

EVES, H. *Introdução à história da matemática*. Campinas: Unicamp, 1990.

FREIRE, P. *Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa*. São Paulo: Paz e Terra, 2002.

GOMES, J.; Velho, L. *Fundamentos da computação gráfica*. Rio de Janeiro: IMPA, 2003.

TORI, R. *Educação sem distância: as tecnologias interativas na redução de distâncias em ensino e aprendizagem*. São Paulo: Senac, 2010.