

Controle estatístico multivariado de processos através do gráfico T^2 de Hotelling: estudo de caso no setor de embalagens plásticas

Daiane Maria de Genaro Chiroli, Maisa Garcia Arantes, Juan Carlos Claros Garcia, Fábio Ceron Branco

Resumo: A análise multivariada tem sido mais utilizada ultimamente, pois as organizações dispõem de modernos equipamentos que geram dados correlacionados que necessitam de monitoramento simultâneo. Uma das áreas que lida com tal problema é determinada pelo controle de qualidade multivariado. O presente trabalho tem como objetivo uma análise pela técnica de controle estatístico de processo multivariado (Gráfico T^2 de Hotelling) o qual foi aplicado em um processo produtivo de embalagens plásticas. As variáveis estudadas foram: espessura máxima, espessura mínima e peso. Com o auxílio de um levantamento bibliográfico, o trabalho utilizou a técnica proposta por Hotelling para coletar os dados, analisar o processo produtivo e identificar as variáveis causadoras de instabilidade. Para processamento e análise dos dados foram utilizados os *softwares* SPSS e Minitab, além da planilha *DEC_Hotelling*. Os resultados mostraram que as variáveis estudadas (espessura e peso) são fortemente correlacionadas e por tanto adequadas para análise multivariada. Através da estatística T^2 de Hotelling foi possível estabelecer limites de controle adequados para o processo, retirando um ponto fora de controle por meio da sua decomposição. Finalmente, retirado o ponto fora de controle, foram estabelecidos novos limites e, com novos dados de amostra inseridos, foi verificado um processo estável, sob controle multivariado.

Palavras chave: Estatística Multivariada. Controle Estatístico Multivariado do Processo. Gráfico de Controle Multivariado. T^2 de Hotelling.

Multivariate statistical process control through the Hotelling chart: a case study in the plastic packaging industry

Abstract: Multivariate analysis has been more widely used lately, as organizations have modern equipment that generates correlated data and needs simultaneous monitoring. One of the areas that deals with such a problem is determined by multivariate quality control. The present work has as objective an analysis by the multivariate statistical process control technique (T^2 Hotelling Chart) which was applied in a plastic packaging production process. The variables studied were: maximum thickness, minimum thickness and weight. With the help of a bibliographic survey, this work used the technique proposed by Hotelling to collect data, analyze the production process and identify the variables that cause instability. For data processing and analysis, the software SPSS and Minitab were used, as well as the *DEC_Hotelling* spreadsheet. The results showed that the studied variables (thickness and weight) are strongly correlated and therefore suitable for multivariate analysis. Through Hotelling's T^2 statistic it was possible to establish adequate control limits for the process, removing an out of control point through its decomposition. Finally, after the out of control point was removed, new limits were established and, with new sample data entered, a stable process was verified under multivariate control.

Key-words: Multivariate statistics. Multivariate statistical process control. Multivariate control chart. T^2 Hotelling.

1. Introdução

Com o avanço da tecnologia, percebe-se um aumento nas expectativas dos clientes tornando a qualidade de um produto um fator decisivo para os consumidores. Assim, a

busca de melhorias da qualidade dos processos torna-se um ponto chave para que as empresas alcancem as necessidades exigidas pelo usuário.

A crescente produção em massa fez com que o controle qualitativo precise de novas técnicas que avaliem quantitativamente o processo produtivo. E para isso, o Controle Estatístico de Processos (CEP) surge para um melhor monitoramento das características de qualidade em questão. O CEP objetiva a garantia da qualidade da produção ao desenvolver o processo, evitando que itens não conformes sigam a diante na linha de produção e cheguem ao consumidor final. É também aplicado ao controle de variáveis do processo que possam interferir na qualidade do produto.

Segundo Montgomery (2009), o controle da qualidade de um produto necessita identificar e medir as variações que ocorrem durante o processo de produção. A identificação e medição podem ser obtidas através dos gráficos de controle. Os gráficos de controle univariados foram desenvolvidos para monitorar as variáveis dos processos separadamente. Porém, em muitas situações é necessário o acompanhamento ou controle simultâneo de duas ou mais características de qualidade correlacionadas. Sendo assim, faz-se necessário o uso de Controle Estatístico Multivariado do Processo (CEMP) através de gráficos de controle multivariados.

A diferença básica entre o CEP e o CEMP é que a primeira lida somente com uma variável e a segunda lida com mais de uma variável simultaneamente. Nessas condições, a realização de um controle estatístico requer um maior nível de conhecimento sobre as variáveis do processo, o nível de correlação entre elas e a precisão com que podem ser controladas. O trabalho pioneiro em controle de qualidade multivariado pode ser atribuído a Hotelling (1947) que deu origem a uma série de técnicas multivariadas.

É importante ressaltar que o uso de gráficos univariados independentes nem sempre é o melhor método para monitorar características correlacionadas, porque as correlações entre as variáveis resultam em degradação do desempenho estatístico desses gráficos (MASON, TRACY e YUNG, 1992). Baseando-se nisso, os gráficos de controle multivariados são amplamente utilizados na prática para monitorar este desempenho simultâneo de várias características de qualidade relacionadas.

Vista a importância do controle multivariado de processos, este estudo tem o foco em aplicar o CEMP em um processo de produção de embalagens plásticas no setor de sacolas e detectar variáveis fora de controle por meio de um gráfico de controle de qualidade multivariado (Gráfico T^2 de Hotelling).

2. Controle Estatístico de Processos

A cada dia que passa o mercado está cada vez mais competitivo, forçando assim às empresas a buscarem a melhoria contínua da qualidade de seus produtos e processos, e atrelado a esse fato, o consumidor também está progressivamente mais exigente. Para resolver esses problemas, as indústrias procuram maneiras para satisfazer as expectativas dos clientes e atender suas necessidades, e uma das maneiras de se fazer isso é através da redução de produtos defeituosos em seus processos produtivos. Para tal, uma das técnicas utilizadas é o controle estatístico de processos (CEP) (MONTGOMERY, 2009).

À vista disso, podemos definir CEP como sendo, em termos práticos, o monitoramento de processos para a detecção da presença de causas atribuíveis que geram variabilidade. O que para Flott (2002), é feito com o intuito de encontrar os motivos que geram essa variabilidade

para que se possa elaborar um plano de ação e empregar intervenções corretivas para eliminar problemas (causas especiais). Os gráficos de controle são uma das ferramentas de auxílio na hora de se aplicar o CEP em um processo produtivo.

2.1. Gráficos de controle

O conceito de gráficos de controle foi desenvolvido por Shewhart em 1924, ao perceber uma variação que estava ocorrendo nos bens produzidos na empresa Bell Telephones. Segundo Wadsworth, Stephens e Godfrey (1986), os gráficos de controle possibilitam a interpretação dos padrões e a detecção de mudanças no processo, indicando também a presença ou falta de controle estatístico e diferenciando as causas de variação da qualidade, discriminando causas comuns de causas especiais.

Para obter sucesso na utilização dos gráficos de controle, Costa, Epprecht e Carpinetti (2009) e Montgomery (2004) dizem ser necessárias a análise e validação das seguintes suposições: (1) as observações da característica da qualidade de interesse devem ser independentes, sem autocorrelação entre os dados; e (2) as observações devem ser normalmente distribuídas.

Gráficos de controle são ferramentas estatísticas expressadas de forma visual, facilitando a evidência de causas especiais. Eles são apresentados através do delineamento de um limite de controle superior (*LSC*), um limite de controle inferior (*LIC*) e uma linha central (*LC*) (valor alvo), onde são plotados os pontos observados para que se possa verificar a existência de itens fora dos limites. A Figura 1 ilustra os delineamentos dos limites que servem para auxílio na interpretação da significância da variação recorrente na qualidade e normalmente fixados a ± 3 desvios padrão da linha central do gráfico.

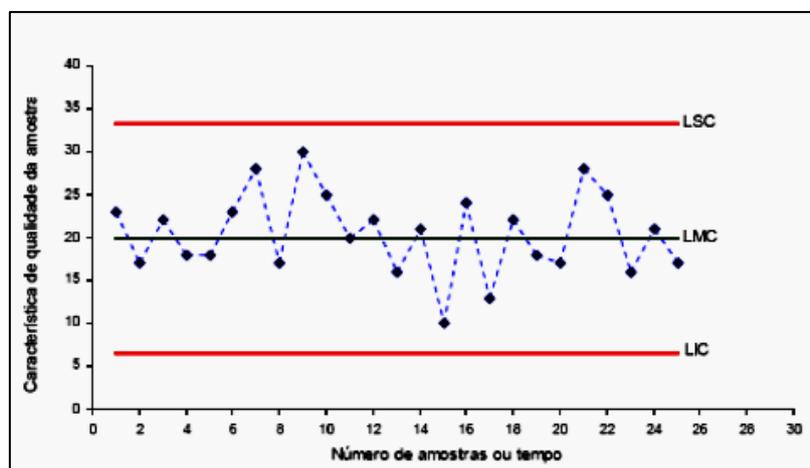


Figura 1 – Gráfico de Controle típico

Fonte: Alves; 2003.

2.2. Controle estatístico multivariado de processo

O monitoramento e controle estatístico convencional de processos segue uma perspectiva univariada, o que significa que é ponderada apenas uma variável de saída do processo ou uma única característica da qualidade em questão. No entanto, existem inúmeras variáveis relacionadas e é por esse motivo que técnicas e métodos científicos de estatística multivariada podem ser aplicados, uma vez que eles procuram contemplar todas as variáveis de forma integrada, explorando todas as inter-relações com o máximo de profundidade, com o propósito de obter informações úteis e concretas sobre os problemas existentes

(MONTGOMERY, 2009). Assim, o Controle Estatístico Multivariado de Processo (CEMP) procura incluir mais de uma variável no monitoramento do processo.

É necessário tomar cuidado no monitoramento, de maneira separada, de características relacionadas, pois isso pode gerar enganos. Para evitar essa situação, o ideal é o controle simultâneo de duas ou mais características da qualidade, podendo-se usar gráficos de controle como ferramenta do controle multivariado (BERSIMIS; PSARAKIS; PANARETOS, 2006).

Para Mason e Young (2001), o CEMP se baseia nos gráficos de controle para sua efetiva aplicação no monitoramento da estabilidade de um processo multivariado. Sendo que a estabilidade do processo é obtida somente quando as médias, variâncias e covariâncias das variáveis do processo estão estáveis nas observações realizadas.

A diferença básica entre os gráficos univariados para multivariados é a interrelação entre os dados. Isto quer dizer que ao terem uma reciprocidade e que não se comportem de forma independente, as características da qualidade do processo necessitam ser analisadas em conjunto.

2.3 Gráficos de controle multivariado

O gráfico de controle é a principal ferramenta utilizada para monitorar processos e indicar a presença de causas especiais, o que permite a detecção e a adoção de ações corretivas, o que se adequa também aos gráficos de controle multivariado (COSTA; EPPRECHT; CARPINETTI, 2009). Nos gráficos univariados a correlação das variáveis não é levada em consideração, assim é construído um gráfico de controle para cada característica da qualidade, gerando inúmeros gráficos para serem analisados atrasando a realização da tomada de decisão dos responsáveis. Além do mais, as possíveis interrelações que as variáveis possuem acabam sendo deixadas de lado, dificultando a interpretação do real comportamento do processo. Já Os gráficos de controle multivariado mostram, em um só gráfico, todas as variáveis consideradas no controle do processo, indicando os pontos de controle de forma agregada.

2.4. Gráfico de controle T^2 de Hotelling

O gráfico de controle T^2 foi desenvolvido por Harold Hotelling em 1947, o que deu a ele o título de pioneiro na pesquisa sobre gráficos de controle multivariado. Esse gráfico é visto como o mecanismo mais comum no monitoramento desse tipo de processo para dados subgrupados (MONTGOMERY, 2009).

Por ser uma forma de avaliação da média do processo, ele pode ser comparado ao gráfico \bar{x} de Shewhart (univariado) (MONTGOMERY, 2004). Essa avaliação é feita por meio do cálculo da medida da distância entre os valores das variáveis e o vetor de suas médias, que é conhecida ou estimada através de uma amostra de base. O método foi baseado na generalização da estatística t de Student, a qual se estende para uma aplicação multivariada e tendo a forma da estatística T^2 , se baseando em estimativas amostrais da matriz de covariâncias (S) dos dados para p variáveis (TAVARES, 2003).

Na construção da equação da estatística T^2 , Montgomery (2009) afirma ser possível estimar \bar{X} (vetor estimado das médias de cada p variável), de dimensão $p \times 1$ e S , de dimensão $p \times p$, quando μ (média populacional) e σ (desvio padrão populacional) não são conhecidos. Sendo que:

$$\bar{\bar{X}} = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m \bar{X}_k \quad (1)$$

$$\bar{S} = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m S_k \quad (2)$$

Onde, m é o número de amostras preliminares que foram retiradas do processo de tamanho n e X_i representa a i -ésima observação da k -ésima amostra da p -variável.

Segundo Mason, Tracy e Yung (1992), no procedimento de cálculo do gráfico T^2 de Hotelling, considera-se que as características correlacionadas são medidas simultaneamente e que seguem uma distribuição p -dimensional multivariada normal, com vetor de médias da i -ésima característica $\mu_i = (u_1 + u_2 + \dots + u_p)$ e a matriz covariâncias para p características amostrais (Σ). Esses dados, quando utilizados em um número finito de observações (m) de tamanho n , são substituídos por \bar{X} (onde anteriormente era μ) e S (onde anteriormente era Σ). Por fim, a formula da estatística T^2 é dada por:

$$T^2 = n(\bar{X}_k - \bar{\bar{X}})' \bar{S}^{-1}(\bar{X}_k - \bar{\bar{X}}) \quad (3)$$

Para Lowry e Montgomery (1995) existem duas fases para a construção de gráficos multivariados. A Fase *I* consiste em testar, após a retirada de m subgrupos de amostras, se os dados multivariados estão sob controle. Os limites de controle estão dados por intermédio da escolha de um nível de significância α , tal que a probabilidade P dos dados testados estarem dentro dos limites estabelecidos é dada por: $P(T^2 \leq LIC) = 1 - \alpha$. Os limites de controle são calculados da seguinte forma:

$$LSC = \frac{p(m-1)(n-1)}{mn - m - p + 1} F_{\alpha, p, mn - m - p + 1} \quad (4)$$

$$LIC = 0 \quad (5)$$

Onde: p é a quantidade de características que estão sendo estudadas simultaneamente, n é o tamanho do subgrupo, m é o total de observações e $F_{\alpha, p, mn - m - p + 1}$, segundo Chen e Hsieh (2007), é um ponto de uma parcela da porcentagem superior da distribuição F com p e $mn - m - p + 1$ graus de liberdade, sendo $n > 1$.

Na Fase *I*, caso algum ponto da estatística T^2 esteja fora dos limites de controle, deve-se averiguar se isso se deve a causas especiais ou à variabilidade própria do processo (este ponto será explicado na seção 2.5). Se um ponto encontra-se fora dos limites de controle por causa especial, a amostra correspondente deve ser retirada dos subgrupos de amostras e os limites de controle devem ser re-calculados, para verificar se, com os novos limites, os pontos permanecem sob controle.

A Fase *II* consiste no monitoramento do processo, tomando como base os pontos sob controle estabelecidos na Fase *I*. Na Fase *II* novos subgrupos de amostras devem ser extraídos e, juntando as amostras sob controle obtidas na Fase *I*, os limites devem ser re-calculados. Esses limites são usados para confirmar se o processo permanece sob controle na Fase *II*.

2.5. Decomposição do gráfico T^2 de Hotelling

Existem algumas dificuldades que podem ser encontradas na utilização do gráfico T^2 , uma delas é o fato de que quando a estatística T^2 indica um ponto fora de controle do processo (*outlier*), não se sabe qual conjunto de variáveis ou qual variável em si está colaborando para a causa do problema. Para Mason, Tracy e Young (1997), um sinal fora de controle pode ser causado por diversas situações, entre elas: uma das observações de uma das p variáveis pode estar fora dos limites de controle; a causa do sinal pode ser devido ao relacionamento entre as variáveis contraditórias estabelecidas por dados históricos; a combinação de algumas variáveis fora do controle com outras possuindo inter-relacionamentos.

Para averiguar qual variável (ou quais variáveis) contribui para que um ponto extrapole os limites de controle, deve-se decompor a estatística T^2 . Obtendo as componentes, é possível observar a contribuição de cada variável individualmente. O método de decomposição sugerido por Mason, Tracy e Young (1995) é um dos mais usados e decompõe a estatística T^2 em componentes independentes que retomam a contribuição de uma variável individual. A decomposição geral da estatística T^2 de Hotelling para p variáveis é dada por:

$$T^2 = T_1^2 + T_{2.1}^2 + T_{3.1,2}^2 + T_{4.1,2,3}^2 + \dots + T_{p.1,\dots,p-1}^2 \quad (6)$$

Os termos do lado direito da equação (40) representam as contribuições parciais das p variáveis estudadas à estatística T^2 . Conforme Konrath (2002), a operacionalização do método de decomposição apresentado por Mason, Tracy e Young (1995) consiste em comparar a estatística T^2 global, dada pela equação (40), com a estatística F correspondente. Isto significa comparar o valor de cada T^2 parcial com a estatística F de referência. Para saber quais variáveis devem ser investigadas deve-se realizar o seguinte teste de hipóteses:

$$\left\{ \begin{array}{l} H_0 : \text{todas as variáveis (características de qualidade) possuem,} \\ \quad \text{em média, uma variabilidade uniforme.} \\ H_1 : \text{todas as variáveis (características de qualidade) não possuem,} \\ \quad \text{em média, uma variabilidade uniforme.} \end{array} \right.$$

Quando $T^2 > F$, rejeita-se H_0 e, por tanto, a variável (ou variáveis) correspondente deve ser investigada e vice-versa.

3. Metodologia

A pesquisa foi aplicada em uma empresa de pequeno porte do segmento de embalagens plásticas que realiza a produção de diversos tipos de sacolas, variando entre cores, tamanhos e personalização, delimitada ao processo de extrusão que é a base da produção para obter o produto final em específico. A produção aplicada na empresa analisada possui basicamente três centros de trabalho: extrusão, impressão e corte/solda antes de seguir para expedição.

O produto escolhido para análise foi a sacola branca leve de 78 x 2,7cm em seu primeiro processo de produção, o setor da extrusão. O setor de extrusão possui uma produção média de 130 quilos por bobina produzida em duas horas e meia de processamento.

3.1. Procedimento de coleta de dados

Foram coletados dados de três variáveis críticas de análise monitoradas na fase final de extrusão das sacolas plásticas: espessura máxima, espessura mínima e peso do produto. A análise de tais variáveis é feita para saber se a bobina está nos padrões para seguir para o setor de corte/solda. Se não possuir os padrões exigidos, é descartada e posteriormente revertida em matéria prima novamente para ser usada em uma nova mistura.

Os padrões exigidos pelo gerente de produção e efetuado pelo funcionário responsável são: a amostra deve conter 78 cm; peso de 9 gramas; espessura mínima 2,5 milímetros; e espessura máxima de 3 milímetros. Foram coletadas 25 amostras de tamanho 4 na Fase I e mais 4 amostras de tamanho 4 na Fase II. As amostras foram coletadas durante 2 meses de trabalho da seguinte maneira: retirava-se um pedaço de sacola da bobina; medindo com uma régua cortava-se em um pedaço de 78 centímetros, depois era pesado em uma balança específica para pequenos valores verificando assim, o peso da amostra. Logo após, por meio de um espécimetro digital, era medido por toda a extensão da amostra a espessura máxima e mínima que a mesma possuía.

3.2. Modelagem dos dados

Primeiramente, para validar os dados, estes foram submetidos a testes de normalidade e correlação por meio do *software SPSS*. Posteriormente, para as Fases I e II do CEMP, a planilha computacional *DEC_Hotelling*, desenvolvida por Konrath (2002), foi usada para a construção dos gráficos de controle multivariados além da decomposição do outlier existente.

4. Resultados

4.1. Teste de Normalidade

Sabendo que se obteve 25 amostras para cada uma das características de qualidade, realizou-se assim 3 testes de normalidade por meio da estatística de Shapiro-Wilk, com nível de significância $\alpha = 0,05$. Os resultados são mostrados na Tabela 1

	Testes de Normalidade		
	Shapiro-Wilk		
	Estatística	gl	Valor-p
Espessura Mínima	,939	25	,141
Espessura Máxima	,930	25	,085
Peso	,934	25	,108

Fonte: Autoria própria

Tabela 1 – Teste de Normalidade

A Tabela 1 mostra que os valores- p foram maiores que o nível de significância adotado no estudo ($\alpha = 0,05$), apenas a característica *Espessura Máxima* com um valor- $p = 0,085$ sendo um pouco menor, porém, superando o nível de significância. Logo, considera-se que os dados estão distribuídos normalmente e assim, seguem os requisitos necessários para a utilização no presente trabalho.

4.2. Teste de Correlação

A Tabela 2 ilustra os resultados dos testes de correlação realizados entre as características da qualidade, assim são comparadas uma a uma para averiguar o nível de correlação existente entre elas. Nota-se que a correlação existente entre todas as características é

forte, conforme os valores indicados pela Tabela 2, pois se obteve correlações superiores a 0,7. Observa-se maior correlação entre as variáveis *Peso* e *Espessura Máxima* ($r = 0,826$) e menor correlação entre *Peso* e *Espessura Mínima* ($r = 0,740$). Sendo as variáveis fortemente correlacionadas, os dados são apropriados para aplicação da estatística T^2 de Hotelling.

Matriz de correlação entre itens			
	Espessura Mínima	Espessura Máxima	Peso
Espessura Mínima	1,000	,778	,740
Espessura Máxima	,778	1,000	,826
Peso	,740	,826	1,000

Fonte: Autoria própria.

Tabela 2 – Teste de Correlação

Após os dados das variáveis selecionadas serem devidamente testadas e validadas, foi estabelecida a Fase I do gráfico de controle multivariado T^2 de Hotelling.

4.3. Análise de Hotelling para a Fase I

Para obter um conjunto de dados sob controle estatístico para o futuro monitoramento é necessário a execução da Fase I do gráfico de controle multivariado T^2 de Hotelling. A implementação desta fase utilizou os dados das variáveis selecionadas e testadas na seção anterior, referente ao processo de extrusão do produto em questão, envolvendo as medidas das três características da qualidade: a *Espessura Mínima* (X_1), *Espessura Máxima* (X_2) e o *Peso* (X_3).

A partir dos cálculos realizados com as 25 amostras iniciais retiradas do processo de extrusão, demonstrados pela equação (1), o vetor de médias do processo de extrusão foi expresso por:

$$\bar{X} = \begin{bmatrix} 2,15 \\ 3,12 \\ 9,15 \end{bmatrix}$$

O vetor de médias mostra os valores médios das médias amostrais das três variáveis pesquisadas. Ou seja, a média da *Espessura Mínima* é 2,15 mm, da *Espessura Máxima* é 3,12 mm e do *Peso* é 9,15 g.

A matriz de covariâncias S , obtida a partir da planilha *DEC_HOTELLING*, é dada por:

$$S = \begin{bmatrix} 0,023 & 0,012 & 0,016 \\ 0,012 & 0,017 & 0,011 \\ 0,016 & 0,011 & 0,025 \end{bmatrix}$$

A matriz covariâncias mostra maior dispersão na variável *Peso* ($s^2 = 0,025$) e menor dispersão na variável *Espessura Máxima* ($s^2 = 0,017$). Também pode-se observar na matriz, através das covariâncias (s_1s_2 , s_1s_3 e s_2s_3), que as variáveis são positivamente proporcionais, ou seja, quando uma aumenta, a outra (ou outras) aumenta e vice-versa.

A Figura 2 mostra os valores das médias, as variâncias e covariâncias das (e entre) as variáveis estudadas, obtidas a partir da planilha *DEC_HOTELLING*.

PROCESSAMENTO DO GRÁFICO T2 DE HOTELLING FASE 1								
Media C-1	Media C-2	Media C-3	S V-1	S V-2	S V-3	CV 1 2	CV 1 3	CV 2 3
2,15	3,12	9,15	0,023	0,017	0,025	0,012	0,016	0,011

Figura 2 – Valores das médias, variâncias e covariâncias das variáveis de decisão

Levando em consideração o número de observações $m = 25$ e o número de características $p = 3$, foi obtido o valor da estatística $F = 3,34$. Assim, utilizando a equação (4), foi obtido um $LSC = 8,31$, com um nível de significância $\alpha = 0,05$. Finalmente, através da equação (3), obtiveram-se os valores da estatística T^2 de Hotelling para o processo.

A tabela 4 representa todas as observações feitas do processo de extrusão e junto à Figura 3, é possível observar a existência de um ponto fora do limite de controle estabelecido. A Figura 3 diz respeito ao controle estatístico da Fase I para o processo de extrusão. O ponto fora do LSC representa a amostra 22 com um $T^2 = 15,93$ como sendo um *outlier*. Portanto, é preciso examiná-lo individualmente através da decomposição deste ponto com intuito de descobrir qual o tipo de causa que atuou no processo, e se necessário, excluí-la do conjunto de dados, e quando a Fase I apresentar estado de normalidade, realizar a Fase II de monitoramento.

Obs.	T^2	Obs.	T^2	Obs.	T^2
1	4,46	10	2,87	19	6,03
2	1,36	11	1,63	20	2,33
3	1,05	12	1,59	21	3,42
4	2,29	13	1,55	22	15,93
5	3,86	14	0,89	23	0,49
6	1,77	15	2,09	24	1,55
7	1,33	16	1,36	25	3,43
8	0,52	17	4,15		
9	0,49	18	0,83		

Fonte: Autoria Própria.

Tabela 1 - Valores da estatística T^2 de Hotelling da Fase I para o processo de Extrusão

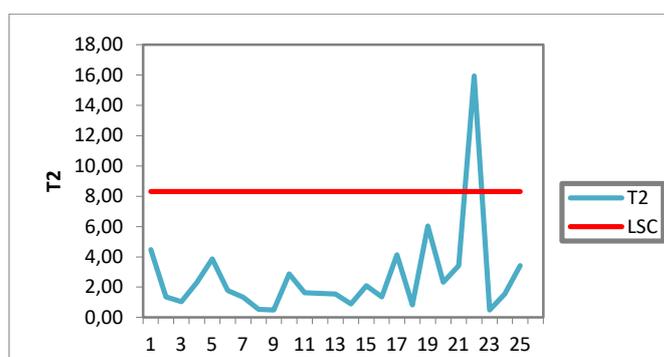


Figura 3 – Gráfico T^2 de Hotelling da Fase I para o processo de Extrusão

Fonte: Autoria Própria.

4.4. Decomposição do ponto fora de controle

Decompor um *outlier* multivariado significa obter as estatísticas T^2 parciais, as quais representam a contribuição de cada combinação das variáveis para a formação do *outlier* (KONRATH, 2002). Se o valor T^2 parcial for maior que o valor F de referência, mostra que esta característica ou combinação é a que está influenciando na formação do outlier.

A decomposição do *outlier* multivariado (ponto 22 na Figura 3) foi realizada pela planilha *DEC_Hotelling*. Assim, os valores da contribuição de cada característica/combinção e o valor da estatística F de referência foram gerados pela planilha, como mostra a Figura 4.

DECOMPOSIÇÃO - Ponto 22	
Característica	(F = 3,3391)
T1	0,4504
T21	7,4429 *
T312	8,0402 *

Figura 4 – Decomposição do ponto fora de controle
Fonte: Planilha *DEC_HOTELLING*

A Figura 4 mostra as estatísticas T^2 parciais para: a variável *Espessura Mínima* ($T_1^2 = 0,4504$), para a combinação de *Espessura Máxima* com *Espessura Mínima* ($T_{21}^2 = 7,4429$) e para a combinação de *Peso* com *Espessura Máxima* e *Espessura Mínima* ($T_{321}^2 = 8,0402$). Pode-se observar que a soma dessas estatísticas parciais resulta, conforme a equação (6), no valor global $T^2 = 15,93$, que representa o *outlier* multivariado da Tabela 4.

Fazendo o teste de hipóteses apresentado na seção 2.5, conforme os dados da Figura 4, observa-se que a variável *Espessura Mínima* apresenta valor T_1^2 menor que o valor de referência ($F = 3,3391$), por tanto, aceita-se H_0 , ou seja, a *Espessura Mínima* possui variabilidade uniforme e, por tanto, não é a causa para o surgimento do *outlier* multivariado. Já o *Peso* combinado com *Espessura Mínima* e o *Peso* combinado com *Espessura Máxima* e *Mínima* apresentam valores de T^2 maiores do que o valor de referência ($T_1^2 = 0,4504$ e $T_{21}^2 = 7,4429$ são maiores que $F = 3,3391$) e, portanto, são as características que ocasionam o surgimento do *outlier* multivariado. Desta forma, essas variáveis (*Peso* e *Espessura Máxima*) foram investigadas para que fossem encontradas as possíveis causas notáveis dessa variabilidade.

Uma análise junto aos operadores constatou que durante a coleta das observações 22 e 23 ocorreram quedas de energia que incidiram em vários setores da fábrica, incluindo o setor de Extrusão, o que possivelmente interferiu para a obtenção de um resultado atípico multivariado. Por esse motivo, considerou-se que o ponto 22 ocorreu por causa especial e devido a esta atuação, esta observação foi excluída do banco de dados, sendo necessária uma nova base de referência com o conjunto de dados até o momento obtido.

4.5. Estabelecimento da Fase I

Como já relatado na seção anterior, devido à atuação desta causa especial sobre o processo, a observação 22 foi excluída do banco de dados (m passa agora a ser 24 observações) e foi necessário então reestabelecer uma nova base de referência. Seguido com o conjunto de dados obtidos até o momento, através da equação (4) obteve-se um $LSC = 8,32$, com nível de significância de $\alpha = 0,05$, para $m = 24$ observações. Assim, um novo Gráfico T^2 de Hotelling para a Fase I foi gerado (Figura 5).

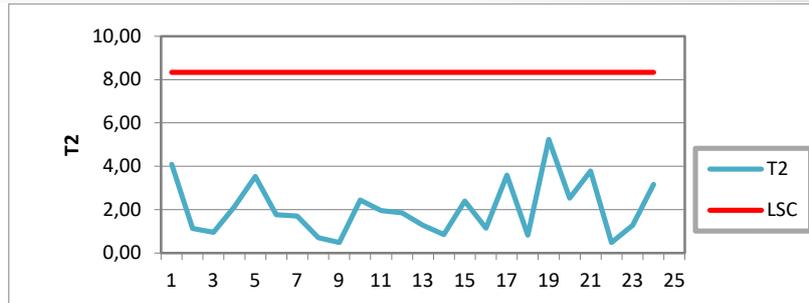


Figura 1 - Gráfico T^2 de Hotelling da Fase I para o processo de Extrusão
Fonte: Autoria Própria.

A partir da Figura 5 observa-se que os dados referentes ao processo de extrusão encontram-se dentro dos limites de controle e, assim, podem ser utilizados como a base de referência para que sejam calculados os limites de controle da Fase II.

4.6. monitoramento do processo de extrusão

Após estabelecida a base de referência na Fase I, é necessário o monitoramento do processo continuamente, a fim de testar se o processo permanece sob controle quando futuras observações são extraídas. Então novas observações foram coletadas (Tabela 5) somando ao todo 4 novas amostras.

Características da Qualidade												
Amostra (n)	Espessura Mínima (mm)				Espessura Máxima (mm)				Peso (g)			
	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
Observação (m)												
1	2,3	2,4	2,3	2,2	3,2	3,3	3,3	3,1	9,2	9,3	9,4	9,3
2	2,2	2,1	2,1	2	3,1	3	3,2	3,2	9,1	9,2	9,1	9,1
3	2,3	2,2	2	2,4	3,1	3,3	3,3	3,2	9,2	9,3	9,4	9,1
4	2,2	2,1	2	2,3	3,1	3,2	3,1	3,2	9,1	9,1	9,2	9,4

Fonte: Autoria Própria.

Tabela 5 – Novos dados inseridos para monitoramento – Fase II

Com os novos dados, a partir da equação (4), obteve-se um $LSC = 8,12$, assim a Figura 6 indica que o processo de extrusão, ao adicionar as novas observações e avaliando as características *Espessura Mínima*, *Espessura Máxima* e *Peso*, continuou sob controle estatístico.

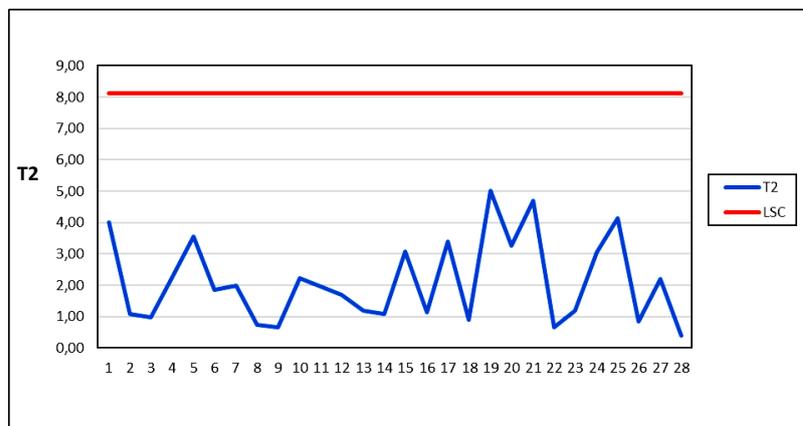


Figura 2 - Gráfico T^2 de Hotelling – Fase II

Fonte: Autoria Própria.

A Figura 6 mostra que nenhum ponto multivariado extrapola o limite de controle, portanto não houve necessidade de intervir para descobrir novas causas especiais no processo.

5. Conclusões

Este estudo se propôs aplicar o CEMP no controle da qualidade do processo de extrusão de sacolas plásticas. Esse objetivo foi alcançado usando gráficos T^2 de Hotelling, levando em conta três variáveis críticas da qualidade do produto analisado: *Espessura Mínima*, *Espessura Máxima* e *Peso*. Essas três variáveis mostraram-se apropriadas para o CEMP, já que, além de serem variáveis críticas do controle de qualidade do processo em questão, verificou-se que estão fortemente correlacionadas, cumprindo assim um dos requisitos para realizar CEMP.

O estudo mostrou também a aplicação do método de CEMP em duas fases. A primeira consistiu no estabelecimento de limites de controle, na qual verificou-se a existência de um *outlier* multivariado. Decompondo o ponto fora de controle, verificou-se que a combinação das variáveis *Peso* e *Espessura Mínima* ocasionou a extrapolação multivariada do limite de controle. Atribuiu-se essa condição a uma causa especial no processo de extrusão. Assim, retirando o *outlier* multivariado, estabeleceram-se novos limites de controle onde os pontos de análise permaneceram sob controle. A segunda fase consistiu no monitoramento do processo a partir de novas amostras das variáveis estudadas. Nessa segunda fase, verificou-se que o processo de extrusão permanece sob controle.

Assim, este estudo mostrou que o CEMP é uma técnica apropriada para controle estatístico de características de qualidade de sacolas plásticas, as quais estão fortemente correlacionadas e, por tanto, recomenda-se analisá-las simultaneamente.

Referências

- BERSIMIS, S; PSARAKIS, S; PANARETOS, J. Multivariate Statistical Process Control Charts: An Overview. **Quality and Reliability Engineering International**, v. 23, n. 5, p. 517-543, 2006.
- CHEN, Y. K.; HSIEH, K. L. Hotelling's T^2 charts with variable sample size and control limit. **European Journal of Operation Research**. v.182, n. p.1251-1262, 2007.
- COSTA, A. F. B; EPPRECHT, E. K; CARPINETTI, L. C. R. **Controle estatístico de qualidade**. 2.ed, São Paulo: Atlas, 2009.
- FLOTT, L. W. What is SPC? **Metal Finishing**, v. 100, n. 2, p.112-114, 2002.
- HOTELLING H. **Multivariate quality control Illustrated by the air testing of sample bombsights**. 1. ed. New York: MacGraw Hill, 1947.
- KONRATH, A. C. **Decomposição da estatística do gráfico de controle multivariado T^2 de Hotelling por meio de um algoritmo computacional**. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Brasil, 2002.
- LOWRY, C.A; MONTGOMERY, D.C., A review of multivariate control charts. **Lie Transactions**, v. 27, n. 6 p. 800-810, 1995.
- MASON, R. L.; TRACY, N. D.; YOUNG, J. C. A practical approach for interpreting multivariate T^2 control chart signals. **Journal of Quality Technology**, v. 29, n.4, 1997.

MASON, R. L.; TRACY, N. D.; YOUNG, J. C. Decomposition of T2 for multivariate control chart interpretation. **Journal of Quality Technology**, v. 27, n. 2, p. 99-108, 1995.

MASON, R. L.; TRACY, N. D.; YOUNG, J. C. Multivariate control charts for individual observations. **Journal of Quality Technology**, v. 24, n.2, p. 88-95, 1992.

MASON, R. L.; YOUNG, J. C. **Multivariate Statistical Process Control with Industrial Application**. Philadelphia: Society For Industrial And Applied Mathematics, 2001.

MONTGOMERY, D. C. **Introdução ao Controle Estatístico da Qualidade**. LTC, 2004.

MONTGOMERY, D. C. **Introduction to Statistical Quality Control**. 6. ed. Tempe, Arizona: John Wiley & Sons, 2009.

TAVARES, P. S. **O gráfico de controle multivariado T^2 de Hotelling como instrumento de análise da qualidade numa indústria de alumínio**. 2003. 68 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção), Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Brasil, 2003.

WADSWORTH JR, H; STEPHENS, K. S; GODFREY, A. B. **Modern Methods for Quality Control and Improvement**. New York: John Wiley & Sons, 1986.