

## Máquinas Paralelas: Revisão Sistemática da Literatura

Lorena Carvalho da Paz, José Eduardo Pécora Júnior

**Resumo:** Neste artigo é tratado o problema de programação de tarefas em máquinas paralelas. Esses problemas tem um número de tarefas pré-determinado, todas com tempos de execução conhecidos. Nesse problema busca-se minimizar o *makespan*, que é definido como o tempo total de processamento da pior máquina. Sendo assim, este trabalho apresenta uma revisão sistemática da literatura visando identificar os setores de aplicação deste problema. Os setores mais comuns de aplicação são: indústrias (máquinas), agendamento de ônibus (transporte público), saúde, telecomunicações, agendamento de cirurgias, entre outros. A pesquisa foi realizada usando duas bases de dados: *web of science* e *scopus*, e foi limitada aos últimos 5 anos. Após a investigação utilizando a metodologia da revisão sistemática, foram selecionados 25 artigos. Como conclusão, foram identificados os setores mais comuns: produção, eletrônico, alimentício, energia, transporte e construção civil. Baseado nisso, é possível identificar o que está sendo estudado na atualidade e inferir tendências para o futuro.

**Palavras chave:** máquinas paralelas, revisão, aplicação.

## Parallel Machine: Systematic Review of Literature

**Abstract:** This article deals the problem of programming tasks on parallel machines. These problems have a predetermined number of tasks, all with known runtimes. In this problem, search for Minimizing the makespan, which is defined as the total processing time of the worst machine. Thus, this paper presents a systematic literature review trying to identify the sectors of application of this problem. The most common application sectors are: industry (machines), bus scheduling (public transportation), health, telecommunications, surgery scheduling, among others. A search was performed using two databases: web of science and scopus, and was limited to the last 5 years. After an investigation using a systematic review methodology, 25 articles were selected. In conclusion, the most common sectors were used: production, electronics, food, energy, transportation and construction. Based on this, it is possible to identify what is currently being studied and trends for the future.

**Key-words:** parallel machine, review, application.

### 1. Introdução

Neste artigo será abordado o problema de sequenciamento de máquinas paralelas e apresentado o estado da arte do tema proposto. Será exposto o desenvolvimento do tema com o passar dos anos, métodos empregados para resolução e seus resultados. É um tema de grande relevância por ser facilmente visto sendo empregado em indústrias (máquinas), em agendamento de ônibus (transporte público), transporte, telecomunicações, agendamento de cirurgias, etc. Técnicas sustentáveis também podem ser empregadas nesse conceito, buscando a diminuição não somente do tempo, mas também de recursos naturais. De acordo com Pinedo (2016), um banco de máquinas em paralelo é um cenário importante do ponto de vista teórico e prático. Do ponto de vista teórico, é uma generalização da máquina única e um caso especial de fluxo flexível. Do ponto de vista prático, é importante porque a ocorrência de recursos em paralelo é comum no mundo real. Além disso, técnicas para máquinas em paralelo são frequentemente usadas em procedimentos de decomposição para sistemas de vários estágios.

O problema de máquinas paralelas se trata da alocação de um determinado número ( $n$ ) de tarefas independentes, com tempos de execução conhecidos, para um número ( $m$ ) de máquinas paralelas. Após a distribuição das tarefas às máquinas, a soma dos tempos das tarefas pertencentes à

máquina com a maior carga entre todas (*makespan*) deve ser a mínima possível, segundo MÜLLER et al. (2002). Para CHENG et al. (1990), a grande preocupação da teoria de agendamento de múltiplas máquinas é como fornecer uma combinação perfeita, ou quase perfeita, de trabalhos e determinar a sequência dos trabalhos em cada máquina para atingir algum objetivo prescrito. Feng e Yuan (2007) provaram que o problema de *scheduling* é fortemente NP-difícil, sendo assim, acredita-se que a existência de um algoritmo com tempo polinomial para resolvê-lo na otimalidade é pouco provável.

Segundo Correa et al. (2006), *scheduling* consiste em decidir quais atividades produtivas (ou ordens/instruções de trabalho) devem ser realizadas, quando (momento de início ou prioridade na fila) e com quais recursos (matérias-primas, máquinas, operadores, ferramentas) para atender a demanda informada, ou através das decisões do plano-mestre de produção (documento que diz quais itens serão produzidos e quando cada um será produzido). Uma ferramenta largamente utilizada para o processo de sequenciamento é o Gráfico de Gantt, que, segundo Slack et al. (2002), “proporcionam uma representação visual simples do que deveria e do que está realmente acontecendo na operação. Além disso, eles podem ser usados para pôr em teste programas alternativos”. Sua utilização é dada como artifício e ferramenta de visualização nos principais softwares de *scheduling*, porém não é uma ferramenta de otimização. A figura 1 feita por Pimenta (2018) exemplifica a utilização do gráfico de Gantt em uma situação onde são processadas sete tarefas (*jobs*), em três centros de processamento (máquinas). Nesse exemplo, observa-se a otimização das tarefas através do seu sequenciamento nos três centros de processamento, de forma clara e de fácil entendimento, onde a distância horizontal equivale ao tempo de cada *job* e o objetivo é a diminuição do tempo (*makespan*).

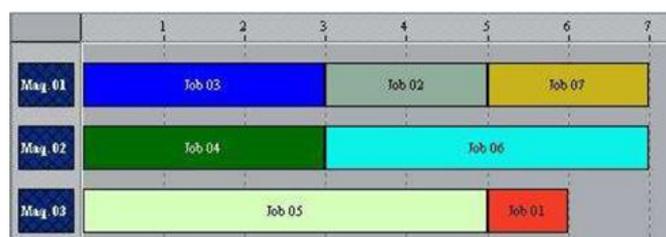


Figura 1 – Exemplo da utilização do gráfico de Gantt (Software LEKIN)

A busca teve como tema artigos com estudo de caso de máquinas paralelas (diversas áreas de atuação). As bases de dados utilizadas foram *Web of Science* e *Scopus*. A primeira busca no *web of science* foi uma busca avançada feita da seguinte maneira: filtro por título,  $ti=(“parallel machine”)$ , somente em inglês e tipo de documento somente artigos. Foram obtidos 640 resultados. Após refinado para os últimos 5 anos, restaram 197 artigos. Na base *Scopus* foi pesquisado o termo “*parallel machine*” no título e obteve-se 2.572 artigos. Foi feito um filtro dos últimos 5 anos e chegou-se ao número de 579 artigos. 423 artigos aplicando-se o filtro de somente artigos. Nessa base foram escolhidos os 19 *articles in press* que se trata dos artigos já aceitos, mas ainda não publicados e 1 artigo na categoria de ano 2020. Pode-se dizer que se trata da ponta da pesquisa hoje, o que há de mais atual. Foi feita a leitura do título e resumo dos 197 (*web of science*) e 20 (*scopus*) e foram selecionados 25 artigos para a realização da revisão sistemática do tema proposto. O artigo está organizado da seguinte maneira: a seção 2 aborda os tipos de máquinas paralelas e a seção 3 com as aplicações encontradas nos artigos. Concluímos o artigo no tópico 4 com um resumo da discussão e aplicações de máquinas paralelas e direção para trabalhos futuros.

## 2. Máquinas Paralelas

Um conceito importante no estudo de máquinas paralelas é o *job*: subconjunto de  $T$ , ou seja, o *job* ( $J_j$ ) está dividido em  $n_j$  tarefas,  $T_{1j}, T_{2j}, \dots, T_{n_j}$ , onde duas tarefas adjacentes devem ser processadas em máquinas diferentes. Tarefas adjacentes são tarefas consecutivas, ou seja, devem ser processadas uma após a outra. Pode-se redefinir *job* como um pedido a ser produzido. Com base nas características de máquinas paralelas, um sistema clássico de máquinas paralelas (PMS) pode ser categorizado como idêntico, uniforme ou não relacionado (CHEN e SIN, 1990). Máquinas paralelas

idênticas: um sistema de produção com máquinas paralelas idênticas é aquele em que um trabalho pode ser processado por qualquer uma das máquinas livres. Cada trabalho finalizado liberará uma máquina e deixará o sistema (CHENG e SIN, 1990).

O caso de máquinas paralelas uniformes ocorre quando existe um conjunto único contendo os tempos de execução (ou finalização) das tarefas, mas os tempos de execução são alterados por um fator uniforme, dependendo da tarefa a ser atribuída a uma máquina ou à outra. O PMS uniforme geralmente surge quando as fábricas compram novas máquinas, mas retêm máquinas mais lentas e mais antigas, segundo Ying et al. (2017). Tem-se a seguir um modelo matemático para máquinas uniformes proposto pelo mesmo autor, adaptado sem recurso:

$$\text{Min } Z = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^{m+1} x_{ij} * p_j / v_i \quad (2.1)$$

$$\sum_{i=1}^{m+1} x_{ij} = 1, \forall j \quad (2.2)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} * \frac{p_j}{v_i} \leq C, \forall i \quad (2.3)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\}, \forall i, j \quad (2.4)$$

n: conjunto de trabalhos  $v = \{J_1, J_2, \dots, J_n\}$  a serem processados;

m: conjunto de máquinas paralelas uniformes  $M = \{U_1, U_2, \dots, U_m\}$ . (Diferem apenas na velocidade de processamento);

$p_{ij} = \frac{p_j}{v_i}$ : tempo de única operação (Tempo de processamento  $p_j$  no trabalhos  $J_j$  e a velocidade de processamento  $v_i$  da máquinas  $U_i$ );

$C_j$ : tempo de conclusão do trabalho  $J_j$ ;

$C$ : *makespan* máximo.

A equação (2.1) corresponde à função objetivo buscando minimizar o tempo de cada máquina; na equação (2.2) cada trabalho é atribuído a exatamente uma máquina; a equação (2.3) garante que todos os trabalhos sejam concluídos antes do limite no *makespan* e a (2.4) garante que são variáveis binárias.

Máquinas paralelas não-relacionadas (*unrelated*): quando n tarefas precisam ser distribuídas entre m máquinas, mas cada *job* é representado por um subconjunto de m tempos de execução, podendo ser iguais ou diferentes para cada máquina. Isso ocorre quando se fazem readequações do processo de fabricação ou quando se tem células flexíveis de manufatura, onde várias máquinas estão aptas a desempenhar diversas tarefas, porém elas podem ser mais rápidas para determinados procedimentos enquanto outras são mais rápidas para outros, não havendo possibilidade de estabelecer uma relação de velocidade. O modelo de programação inteira mista apresentado é baseado no modelo de Manne (1960) para *Job Shop* na dissertação do Rocha (2006). Conta com as seguintes variáveis de decisão:

$t_i$ : tempo de início do processamento da tarefa  $i$ ;

$\alpha_{im}$ : (1 se a tarefa  $i$  é processada pela máquina  $m$ ,

0 caso contrário);

$\beta_{i'i'm}$ : (1 se as tarefas  $i$  e  $i'$  são processadas na máquina  $m$  e  $i$  é processada antes de  $i'$ ,

0 caso contrário);

$p_i$ : atraso da tarefa  $i$ ;

$Z$ : *makespan* (tempo para o término de todas as tarefas).

$$F.O. = \text{Min} (Z + \sum_{i \in N} (\rho_i \cdot w_i)) \quad (3.1)$$

$$\sum_{m \in M} \alpha_{im} = 1, \forall i \quad (3.2)$$

$$Z \geq t_i + p_{im} - (1 - \alpha_{im}) \cdot G, \forall i, \forall m \quad (3.3)$$

$$p_i \geq t_i + p_{im} - d_i - (1 - \alpha_{im}) \cdot G, \forall i, \forall m \quad (3.4)$$

$$t_{i'} \geq t_i + p_{i'm} + s_{i'im} - (1 - \alpha_{im}) \cdot G - (1 - \alpha_{i'm}) \cdot G - (1 - \beta_{i'i'm}) \cdot G, \forall i, \forall i' > i, \forall m \quad (3.5)$$

$$t_i \geq t_i' + p_i'm + s_i'im - (1 - \alpha_{im}).G - (1 - \alpha_i'm).G - \beta_{ii'm}.G, \forall i, \forall i' > i, \forall m \quad (3.6)$$
$$\alpha_{im} \in \{0,1\}, \forall i, \forall m \quad \beta_{ii'm} \in \{0,1\}, \forall i, \forall i' > i, \forall m$$

(3.1) Minimizar o *makespan* somado ao atraso ponderado (soma os valores dos dois objetivos); (3.2) Cada tarefa deve ser processada por exatamente uma máquina; (3.3) *Makespan* deve ser maior ou igual ao tempo de início de cada tarefa  $i$  adicionado ao tempo de processamento de  $i$  na máquina  $m$  onde  $i$  é processada; (3.4) O início do processamento da tarefa  $i$  adicionado ao tempo de processamento na máquina  $m$  onde  $i$  é processada deve ser menor ou igual à sua data de entrega  $d_i$  acrescida de um possível atraso  $p_i$ ; (3.5) Processamento da tarefa  $i'$  poderá começar somente após o processamento da tarefa  $i$  e o tempo de preparação de  $i$  para  $i'$ , se ambas forem processadas na máquina  $m$  ( $\alpha_{im} = \alpha_i'm = 1$ ) e  $i'$  for processada após  $i$  na máquina  $m$  ( $\beta_{ii'm} = 1$ ); (3.6) Impõe o recíproco.

Como variantes do problema tem-se a utilização de recursos (água, material, energia), custos, tempos de *setup* (troca) dependentes da sequência ou da máquina, disponibilidade da máquina, restrição de capacidades. A preempção sugere que não é necessário manter uma tarefa em uma máquina até o término. É possível interromper o processamento de uma tarefa a qualquer hora, e colocar uma tarefa diferente na máquina. A quantidade de tempo de processamento que uma tarefa interrompida já recebeu não é perdida. Quando uma tarefa interrompida volta à máquina (ou a outra máquina no caso de máquinas paralelas), ela só precisa da máquina para o tempo de processamento restante. A não-preempção se trata de uma tarefa, uma vez alocada a uma máquina, permanece nela até o final de sua execução, sem interrupções.

### 3. Aplicações

Os artigos foram classificados de acordo com o setor de aplicação sendo divididos em: produção (19 artigos), eletrônico (1), alimentício (1), energia (2), transporte (1) e construção civil (1). Sobre os artigos aplicados a produção, pode-se afirmar que é um ambiente com diversas sub-aplicações, como dimensionamento de lotes, programação de máquinas paralelas de acordo com tempo de *setup*, ao planejamento de custos de produção, efeito de deterioração e manutenção das máquinas, sequência da linha de produção, gerenciamento de recursos, preempção, troca de ferramentas, até mesmo restrição de fábrica.

Para resolver um problema de manutenção preventiva, Wu et. al (2020) desenvolveram um modelo de Despacho Dinâmico e Manutenção Preventiva (DDPM) usando processos de decisão de Markov. Comparado com vários métodos da literatura, os resultados da simulação mostraram uma melhoria de pelo menos 45,2% no tempo médio de espera no trabalho e uma redução mínima de 48,9% no tempo médio de inatividade da máquina. A melhoria de desempenho pode ser atribuída principalmente à coordenação entre manutenção preventiva e decisões de despacho. Guan et. al (2019) desenvolveram algoritmos de aproximação aprimorados para o problema de combinação de programação e caminho da máquina paralela utilizando métodos de programação dinâmica. Ao modificar o método de programação dinâmica para o problema de caminho mais curto restrito, também foi fornecido um esquema de aproximação de tempo polinomial.

Rocholl e Mönch (2019) criaram uma heurística de decomposição para vários pedidos de máquinas paralelas por problemas de agendamento de tarefas com uma data de vencimento comum. Propuseram um modelo matemático de programação linear inteira mista (MILP) e utilizaram algoritmo genético de chave aleatória (BRKGA). Os resultados mostram que as heurísticas propostas apresentaram bom desempenho em relação à qualidade da solução e ao tempo de computação. As abordagens do tipo BRKGA superam claramente as outras heurísticas. Li et. al (2019), para a programação de máquina paralela com efeito de deterioração acumulada e rejeição dependente do trabalho, desenvolveram um algoritmo de programação dinâmica exato. Como resultado, minimizou-se a soma da composição dos trabalhos aceitos e a penalidade total de rejeição dos trabalhos rejeitados com os métodos.

Muñoz-Villamizar et. al (2019) em um estudo de caso buscando melhorar a eficácia do agendamento de máquinas paralelas com custos iniciais e atrasados, realizaram uma análise de

sensibilidade com diferentes capacidades de produção e custos de antecipação/atraso, a fim de avaliar as compensações entre desempenho econômico (custos) e as taxas parciais de OEE (eficácia geral do equipamento). As descobertas sugerem que a otimização de custos não garante a maior nível de eficácia na operação de agendamento, e de acordo com a análise de sensibilidade, um aumento de 15 vezes no custo de armazenamento só gerou um aumento de 28% no final entregas.

Laguna et. al (2019) propuseram um modelo de programação de número inteiro misto (MIP) e reordenaram os produtos atribuídos pelo modelo MIP. Através da simulação de Monte Carlo, eles estimam os valores de CSL associados às soluções produzidas com o procedimento para o dimensionamento e programação de lotes capacitados para a indústria de isolamento de tubos. Foi diminuído de 224 a 162 vezes tempos de configuração em todo o processo testado. Liua et. al (2019) utilizou um modelo de programação inteira, algoritmo genético e uma heurística rápida para o problema de agendamento paralelo de máquina com pré-processamentos em lote e tempos de processamento dependentes da localização. Resultados experimentais em 330 instâncias geradas aleatoriamente mostram a eficácia e a eficiência dos métodos de solução propostos.

Um problema de máquina paralela com deterioração e efeito de aprendizado, estudado por Shen em 2019, aborda a utilização de um algoritmo híbrido combinado com regras de despacho baseadas em recursos estruturais para resolver tal problema. Exemplos numéricos mostraram que o algoritmo proposto é confiável e pode resolver modelos complexos com resultados satisfatórios. Bektur e Saraç (2018) utilizaram um modelo matemático e algoritmos heurísticos para a resolução de um problema de planejamento de máquinas paralelas não-relacionadas com tempos de configuração dependentes da sequência, restrições de elegibilidade da máquina e um servidor comum. Um modelo de programação linear inteira mista (MILP), algoritmo de recozimento simulado (AS) e busca tabu (TS) e a solução ideal foi obtida para problemas com apenas 10 trabalhos e 2 máquinas. Soluções viáveis foram obtidas apenas para os problemas com 2/3/5 máquinas e 20/15/25 trabalhos. Os resultados dos métodos heurísticos foram comparados com os resultados das soluções ótimas obtidas pelo modelo MILP. Para problemas de teste com 2 máquinas e 10 trabalhos, TS I e SA I obtiveram as soluções ideais. O algoritmo TS com memória de longo prazo e um mecanismo inicial de busca de solução baseado na regra ATCS modificada produziram melhores resultados do que os outros métodos heurísticos.

Perea et. al (2018) aplicaram reformulações e um algoritmo exato para problemas de agendamento de máquinas paralelas não-relacionadas com tempos de configuração utilizando e obtiveram resultados com os métodos propostos melhorando os métodos existentes e capazes de obter soluções para instâncias extremamente grandes de até 1000 trabalhos e oito máquinas com relativa desvios dos *lower bound* abaixo de 0,8%. Álvarez et. al (2018) analisaram atividades de manutenção preventiva em um ambiente de máquinas paralelas não-relacionadas com tempos de configuração dependentes e desenvolveram um modelo de programação inteira mista e um algoritmo metaheurístico (estratégia multi-start) para resolver instâncias maiores. Foram alcançadas 620 soluções ideais das 640 pequenas instâncias.

Lin et. al (2018) estudando recursos de aceleração para as máquinas, forneceram um algoritmo de 2 aproximações para o problema geral e PTAS para casos especiais em que o número de máquinas ou o número de recursos é uma constante. Bouton et. al (2018) adaptaram um algoritmo híbrido de controle de força/posição à máquina de teste mecânico cinemático. Este algoritmo de controle foi ilustrado em um teste Nooru-Mohammed realizado na plataforma Gough Stewart e validado experimentalmente em um mecanismo paralelo de 5 barras. Como contribuição, este trabalho propôs uma estratégia completa que permite controlar o teste curso baseado na modelagem mecânica da máquina de teste e testado comportamento da amostra.

Lee e Kim (2017) utilizaram um algoritmo *branch-and-bound* para minimizar o atraso total dos *jobs* em um problema de agendamento de duas máquinas paralelas idênticas com uma restrição de disponibilidade da máquina. Resultados dos testes em instâncias geradas aleatoriamente mostraram que o B&B sugerido poderia encontrar soluções ótimas para instâncias com até 28 trabalhos em uma quantidade razoável de tempo de computação. Em 2016 o pesquisador Liaw usou o algoritmo de b&b para o problema de planejamento total do tempo de conclusão de máquinas paralelas com tempos de

preempção e liberação, descobrindo que o b&b pode lidar com problemas de até 11 trabalhos e 4 máquinas em tamanho dentro de um período de tempo razoável. A solução obtida pela heurística tem um desvio percentual médio inferior a 0,18% em relação ao valor ideal, enquanto o limite inferior inicial possui um desvio percentual médio inferior a 5,36% em relação ao valor ideal. Além disso, a heurística encontra soluções ótimas aprovadas para mais de 80% das instâncias de problemas completamente resolvidas.

Buscando minimizar o tempo total de conclusão em um sistema de máquinas paralelas com trocas de ferramentas, Costa et. al (2016) desenvolveram um modelo de programação linear inteira mista (MILP) e aplicaram o algoritmo genético (GA). Após comparado com três outros métodos relevantes da literatura, a abordagem proposta demonstrou eficácia para solucionar o problema de agendamento de alterações de ferramentas em questão. Wang e Liu (2015) para realizar uma otimização multi-objetivo da programação de máquinas paralelas integrada ao planejamento de manutenção preventiva com vários recursos se utilizaram do método de otimização integrado multi-objetivo com adaptação do NSGA-II. Os resultados mostraram que o método integrado supera o método com o planejamento periódico de máquinas paralelas, em termos de multi-objetivos. Os resultados também mostraram os efeitos parciais e total da flexibilidade de recursos.

Uma abordagem de otimização de colônias de formigas para o problema de programação de máquinas paralelas com terceirização permitida foi estudada por Silva et. al (2015). Foi feito um modelo de programação matemática e utilizado o algoritmo de Colônia de Formigas (ACO) e os resultados computacionais mostraram que esse algoritmo, para instâncias de tamanho maior ou igual a 20 trabalhos, poderia alcançar soluções melhores do que as encontradas usando o método matemático (programação) quando o solucionador comercial usado tem seu tempo de funcionamento limitado em 1 h. Além disso, os tempos necessários para alcançar uma solução eram significativamente menores quando o ACO era executado. Como último artigo aplicado a produção, Hatamia et. al (2015) investigaram o problema de agendamento de máquinas paralelas distribuídas e da montagem com restrições de elegibilidade relacionado a restrição de fábricas. Um modelo matemático de programação linear inteira mista (MILP) foi proposto e duas heurísticas construtivas foram usadas: *Shortest Processing Time Heuristic* (SPTH) e o segundo que classifica os produtos em ordem crescente do tempo de montagem. Os resultados mostraram que o modelo proposto foi capaz de resolver instâncias de tamanho médio e que uma das heurísticas é rápida, oferecendo soluções ótimas próximas da ideal em menos de meio segundo no pior caso.

Agora com aplicação no setor eletrônico, uma aplicação de programação de máquina paralela não relacionada com configurações dependentes de sequência na *Vestel Electronics* foi estudada por Ekici et. al (2019). Busca tabu (TS) e particionamento aleatório foram utilizados para resolução e todas as abordagens propostas não apenas superam significativamente a prática atual, mas também fornecem soluções com cerca de 5% de otimização em comparação com um algoritmo de *benchmark* na literatura. Boyer et. al (2016) resolveram um problema de programação de lotes de máquinas paralelas em uma empresa de cerveja no México. Foi utilizado um Procedimento de Pesquisa Adaptativa Aleatória Gulosa (GRASP) levando em consideração tempo de *setup* dependente da sequência. As soluções obtidas para as instâncias reais mostram que o algoritmo proposto alcança melhores soluções do que as soluções atuais geradas pelo tomador de decisão na cervejaria, e o tempo de computação exigido por nosso algoritmo é drasticamente menor que o exigido pela empresa.

Em se tratando de aplicação no setor de energia, Haidong (2018) desenvolveram uma abordagem imune artificial anti-interferência para diagnóstico de vazamento de energia em oficinas de máquinas paralelas. Uma abordagem imunológica artificial anti-interferência combinado com o "modelo perigo" com uma rede imune é proposto neste estudo. A abordagem proposta envolve estratégias, nomeadamente uma estrutura inspirada no "modelo de perigo", um recurso antígeno anti-interferência e um algoritmo anti-interferência aiNet (AJ-aiNet), que são especificamente dedicados a superar os fatores de interferência. Para avaliar a abordagem proposta, várias experiências foram realizadas em uma oficina de vulcanização de pneus para diagnosticar o vazamento de vapor de armadilhas de vapor. Os resultados mostram que a abordagem proposta alcançou o

isolamento de máquinas com vazamento sem medições de consumo de energia no nível da máquina. Che et. al (2017) escreveram sobre programação de máquinas paralelas não-relacionadas com energia, sob tarifas de eletricidade no tempo de uso. Um modelo matemático de programação linear inteira mista (MILP) e uma heurística de duas fases foram utilizados pra resolução e os resultados computacionais em uma instância da vida real para instâncias de processo e teste aleatório demonstram que a abordagem MILP proposta é capaz de resolver problemas de tamanho pequeno, enquanto a heurística de dois estágios é apropriada para problemas de tamanho grande. O estudo de caso para o processo de torneamento também revela que as abordagens de otimização propostas podem contribuir para uma produção mais limpa.

Sotskov et. al (2017) desenvolveram um modelo de gráfico misto e algoritmos para problemas de agendamento de oficina de máquinas paralelas. Modelo de arcos misto foi feito e os algoritmos desenvolvidos foram testados nas instâncias de referência. Foi demonstrado como esses algoritmos podem ser usados para resolver um problema de cronograma de trens (aplicação em setor de transporte). Na construção civil, Kucharska et. al (2016) fizeram uma abordagem *Cellular Automata* para problemas de programação de máquinas paralelas, combinando a técnica *Cellular Automata* e algoritmos de otimização heurística. Implementaram o modelo e foram realizadas experiências usando diferentes instâncias do problema com diferentes números de túneis, células de túneis, cruzamentos e número de células representando máquinas. Os resultados obtidos mostraram que a abordagem proposta é muito promissora. Como síntese deste trabalho, apresenta-se a seguinte a Tabela 1 com os artigos selecionados e pontos importantes a serem considerados.

<b>Título</b>	<b>Setor de Aplicação</b>	<b>Autores/Ano</b>	<b>Variante do Problema</b>	<b>Método de Solução</b>
<i>Dynamic dispatching and preventive maintenance for parallel machines with dispatching-dependent deterioration</i>	PRODUÇÃO	Wu, C.-H., Yao, Y.-C., Dauzère-Pérés, S., Yu, C.-J. (2020)	Recursos	Modelo de despacho dinâmico e manutenção preventiva (DDPM) e Processos de decisão de Markov
<i>An application of unrelated parallel machine scheduling with sequence-dependent setups at Vestel Electronics</i>	ELETRÔNICO	Ali Ekici, Milad Elyasi, Okan Örsan Özener, Merve Burcu Sarıkaya (2019)	Tempo de <i>Setup</i> dependente da sequência	Busca tabu (TS) e particionamento aleatório
<i>Improved approximation algorithms for the combination problem of parallel machine scheduling and path</i>	PRODUÇÃO	Li Guan, Jianping Li, Weidong, Junran Lichen (2019)	Clássico	Algoritmo de tempo polinomial com razão de aproximação 1,5
<i>Decomposition heuristics for parallel-machine multiple orders per job scheduling problems with a common due date</i>	PRODUÇÃO	Rocholl, J., Mönch, L. (2019)	Restrição de data de vencimento	Modelo matemático de programação linear inteira mista (MILP) e algoritmo genético de chave aleatória (BRKGA)

<i>Parallel-machine scheduling with job-dependent cumulative deterioration effect and rejection</i>	PRODUÇÃO	Li, SS, Chen, RX, Feng, Q, Jiao, CW (2019)	Efeito de deterioração acumulada e rejeição dependente do trabalho	Algoritmo de programação dinâmica exato
<i>Improving effectiveness of parallel machine scheduling with earliness and tardiness costs: A case study</i>	PRODUÇÃO	Andres Muñoz-Villamizar, Javier Santos, Jairo Montoya-Torres, Maria Jesus Alvaréz (2019)	Custos de disponibilidade/atraso e tempos de <i>setup</i> variáveis	Método de métrica de produtividade Eficácia Geral do Equipamento (OEE)
<i>Parallel machine, capacitated lot-sizing and scheduling for the pipe-insulation industry</i>	PRODUÇÃO	Jesica de Armas & Manuel Laguna (2019)	Dimensionamento de Lotes Capacitados	Modelo de programação inteira mista (MIP) e Simulação de Monte Carlo
<i>Coke production scheduling problem: A parallel machine scheduling with batch pre-processings and location-dependent processing times</i>	PRODUÇÃO	Ming Liua, Feng Chubc, Junkai Hebd, Dapeng Yanga, Chengbin Chue (2019)	Tempos de processamento dependentes da localização	Modelo de programação inteira, algoritmo genético (GA) e heurística rápida
<i>An uncertain parallel machine problem with deterioration and learning effect</i>	PRODUÇÃO	Jiayu Shen (2019)	Deterioração de trabalho e efeito de aprendizado	Algoritmo híbrido combinado com regras de despacho baseadas em recursos estruturais
<i>A mathematical model and heuristic algorithms for an unrelated parallel machine scheduling problem with sequence-dependent setup times, machine eligibility restrictions and a common server</i>	PRODUÇÃO	Gulcin Tugba Bektur, Saraç (2018)	Tempo de <i>Setup</i> dependente da sequência	Modelo de programação linear inteira mista (MILP), Recozimento Simulado (AS) e Busca Tabu (TS)
<i>Reformulations and an exact algorithm for unrelated parallel machine scheduling problems with setup times</i>	PRODUÇÃO	Luis Fanjul-Peyro, Rubén Ruiz, Federico Perea (2018)	Tempo de <i>Setup</i>	Modelos de programação linear inteiros mistos e um algoritmo baseado em programação matemática
<i>An anti jamming artificial immune approach for energy leakage diagnosis in parallel-machine job shops</i>	ENERGIA	Jianhua Guo, Haidong Yang (2018)	Recursos	Abordagem imunológica artificial anti-interferência combinado com o "modelo perigo" com uma rede imune
<i>Including preventive maintenance activities in an unrelated parallel machine environment with</i>	PRODUÇÃO	Oliver Avalos-Rosales, Francisco Angel-Bello, Ada Álvarez, Yajaira	Tempo de <i>Setup</i>	Modelo de programação inteira mista e algoritmo metaheurístico (estratégia multi-start)

<i>dependent setup times</i>		Cardona-Valdés (2018)		
<i>Parallel machine scheduling with speed-up resources</i>	PRODUÇÃO	Chen, Lin; Ye, Deshi; Zhang, Guochuan (2018)	Recursos	Algoritmo de aproximações e PTAS 2
<i>Application of hybrid force/position control on parallel machine for mechanical test</i>	PRODUÇÃO	Le Flohic, Julien; Paccot, Flavien; Bouton, Nicolas; et al. (2018)	Recursos	Algoritmo híbrido de controle de força / posição
<i>Mixed graph model and algorithms for parallel-machine job-shop scheduling problems</i>	TRANSPORTE	Yuri N. Sotskov & Omid Gholami (2017)	<i>Timetabling</i>	Modelo de arcos misto
<i>Energy-conscious unrelated parallel machine scheduling under time-of-use electricity tariffs</i>	ENERGIA	Ada Che, Shibohua Zhang, Xueqi Wu (2017)	Restrição de Custo	Modelo matemático de programação linear inteira mista (MILP) e uma heurística de duas fases
<i>A branch and bound algorithm to minimize total tardiness of jobs in a two identical-parallel-machine scheduling problem with a machine availability constraint</i>	PRODUÇÃO	Ju-Yong Lee & Yeong-Dae Kim (2017)	Restrição de disponibilidade da máquina	Algoritmo branch-and-bound (B&B) e algoritmo heurístico
<i>A parallel machine batch scheduling problem in a brewing company</i>	ALIMENTÍCIO	César A. Sáenz-Alanís, Jobish V.D., M. Angélica Salazar-Aguilar, Vincent Boyer (2016)	<i>Setup</i> dependente da sequência	Procedimento de Pesquisa Adaptativa Aleatória Gulosa (GRASP)
<i>Cellular Automata approach for parallel machine scheduling problem</i>	CONSTRUÇÃO CIVIL	Edyta Kucharska, Katarzyna Grobler-Debska, Krzysztof Raczka and Lidia Dutkiewicz (2016)	Tempo de <i>Setup</i> dependente do estado do processo	Método que combina a técnica <i>Cellular Automata</i> e algoritmos de otimização heurística
<i>A branch-and-bound algorithm for identical parallel-machine total completion time scheduling problem with preemption and release times</i>	PRODUÇÃO	Ching-Fang Liaw (2016)	Preempção e "tempo de liberação"	Heurística e algoritmo <i>branch-and-bound</i> (B&B)
<i>Minimizing the total completion time on a parallel machine system with tool changes</i>	PRODUÇÃO	A. Costa, F.A. Cappadonna, S. Fichera (2016)	Recursos e <i>Setup</i> para troca de ferramentas	Modelo de programação linear inteira mista (MILP) e Algoritmo Genético (GA)

<i>Multi-objective optimization of parallel machine scheduling integrated with multi-resources preventive maintenance planning</i>	PRODUÇÃO	Shijin Wang, Ming Liu (2015)	Recursos	Método de otimização integrado multi-objetivo com adaptação do NSGA-II
<i>An ant colony optimization approach for the parallel machine scheduling problem with outsourcing allowed</i>	PRODUÇÃO	Roberto Fernandes Tavares Neto, Moacir Godinho Filho, Fabio Molina da Silva (2015)	Recursos	Modelo de programação matemática e algoritmo de Colônia de Formigas (ACO)
<i>The Distributed Parallel Machine and Assembly Scheduling Problem with eligibility constraints</i>	PRODUÇÃO	Sara Hatamia, Rubén Ruizb and Carlos Andrés-Romanoa (2015)	Restrição de fábricas	Modelo matemático de programação linear inteira mista (MILP) e duas heurísticas construtivas: <i>Shortest Processing Time Heuristic</i> (SPTH) e o segundo que classifica os produtos em ordem crescente do tempo de montagem

Fonte: Elaboração do autor (2019)

Tabela 1 – Síntese dos trabalhos analisados

#### 4. Conclusão

Este artigo teve por objetivo apresentar uma perspectiva sobre as pesquisas existentes sobre máquinas paralelas. Foi realizada uma revisão sistemática da literatura sobre as áreas de aplicação do tema. As bases de dados utilizadas foram *Web of Science* e *Scopus*. Após refinado para os últimos 5 anos, restaram 197 artigos no *web of science* e 20 artigos no *scopus*. Foram selecionados 25 artigos para a realização da revisão sistemática do tema proposto.

Os artigos foram classificados de acordo com o setor de aplicação sendo divididos em: produção (19), eletrônico (1), alimentício (1), energia (2), transporte (1) e construção civil (1). Sobre os artigos aplicados a produção, pode-se afirmar que é um ambiente com diversas sub-aplicações, como dimensionamento de lotes, programação de máquinas paralelas de acordo com tempo de setup, ao planejamento de custos de produção, efeito de deterioração e manutenção das máquinas, sequência da linha de produção, gerenciamento de recursos, preempção, troca de ferramentas. No setor eletrônico e alimentício com aplicações envolvendo o tempo de *setup* dependente da sequência; o setor de energia envolvendo recursos e custos; setor de transporte levando em consideração *timetabling* e na construção civil o tempo de *setup* dependente do estado do processo. Verifica-se que esse problema pode ser aplicado em diversas outras áreas apesar da fraca literatura, e que aumentando-se o período de tempo, outras aplicações serão encontradas. As abordagens de solução ainda são em torno de métodos exatos, como a programação linear inteira mista com o uso de metaheurísticas, muitos deles usando abordagens híbridas.

## Referências

- AVALOS-ROSALES, O.; ANGEL-BELLO, F.; ÁLVAREZ, A.; CARDONA-VALDÉS, Y.. *Including preventive maintenance activities in an unrelated parallel machine environment with dependent setup times*. **Computers & Industrial Engineering**, 5 jul. 2018, 123 p. 364-377.
- BEKTUR, G.; SARAÇ, T.. *A mathematical model and heuristic algorithms for an unrelated parallel machine scheduling problem with sequence-dependent setup times, machine eligibility restrictions and a common server*. **Computers & Operations Research**, 12 out. 2018, 103 p. 46-63.
- CHE, A.; ZHANG, S.; WU, X.. *Energy-conscious unrelated parallel machine scheduling under time-of-use electricity tariffs*. **Journal of Cleaner Production**, 10 jul. 2017, 156 p. 688-697.
- CHEN, L.; YE, D.; ZHANG, G.. *Parallel machine scheduling with speed-up resources*. **European Journal of Operational Research**, 31 jan. 2018, 268 p. 101-112.
- CHENG, T. C. E.; SIN, C. C. S. *A state of the art of parallel-machine scheduling Research*. **European Journal of Operational Research**, North-Holland, 1990, 47 p. 271-292.
- COSTA, A.; CAPPADONNA, F. A.; FICHERA, S.. *Minimizing the total completion time on a parallel machine system with tool changes*. **Computers & Industrial Engineering**, 5 dez. 2015, 91 p. 290-301.
- DE ARMAS, J.; LAGUNA, M.. *Parallel machine, capacitated lot-sizing and scheduling for the pipe-insulation industry*. **International Journal of Production Research**, 8 abr. 2019.
- EKICI, A.; ELYASI, M.; ÖZENER O. O.; SARIKAYA M. B.. *An application of unrelated parallel machine scheduling with sequence-dependent setups at Vestel Electronics*. **Computers & Operations Research**, 21 jun. 2019, 111 p. 130-140.
- FANJUL-PEYRO, L.; RUIZ, R.; PEREA, F.. *Reformulations and an exact algorithm for unrelated parallel machine scheduling problems with setup times*. **Computers & Operations Research**, 8 ago. 2018, 101 p. 173-182.
- FLOHIC, J. L.; PACCOT, F.; BOUTON, N.; CHANAL, H.. *Application of hybrid force/position control on parallel machine for mechanical test*. **Mechatronics**, 5 jan. 2018, 49 p. 168-176.
- GRAHAM, R.L. *Bounds on multiprocessing timing anomalies*. **SIAM Journal on Applied Mathematics**, 1969, Vol. 17, p. 416-429.
- GUAN, L.; LI, J.; JUNRAN LICHEN, W.. *Improved approximation algorithms for the combination problem of parallel machine scheduling and path*. **Journal of Combinatorial Optimization**, 26 mar. 2019, 38 p.689-697.
- GUO, J.; YANG, H.. *An anti jamming artificial immune approach for energy leakage diagnosis in parallel-machine job shops*. **Computers in Industry**, 21 jun. 2018, 101 p.13-24.
- HATAMIA, S.; RUIZB, R.; ANDRÉS-ROMANO, C.. *The Distributed Parallel Machine and Assembly Scheduling Problem with eligibility constraints*. **International Journal of Production Management and Engineering**, 7 jan. 2014, 3(1) p. 13-23.
- KUCHARSKA, E.; GROBLER-DEBSKA, K.; RACZKA, K.; DUTKIEWICZ, L.. *Cellular Automata approach for parallel machine scheduling problem*. **Simulation: Transactions of the Society for Modeling and Simulation International**, 2016, Vol. 92(2) p. 165-178.
- LEE, J. -Y.; KIM, Y. -D.. *A branch and bound algorithm to minimize total tardiness of jobs in a two identical-parallel-machine scheduling problem with a machine availability constraint*. **Journal of the Operational Research Society**, 21 dez. 2017, 66:9 p. 1542-1554.
- LI, SS.; CHEN, RX.; FENG, Q.; JIAO, CW.. *Parallel-machine scheduling with job-dependent cumulative deterioration effect and rejection*. **Journal of Combinatorial Optimization**, 7 jun. 2019, 38 p.957-971.

- LIAW, C. F.. *A branch-and-bound algorithm for identical parallel-machine total completion time scheduling problem with preemption and release times*. **Journal of Industrial and Production Engineering**, 1 mar. 2016, Vol. 33, Issue 6, p. 426-434.
- LIUA, M.; CHUBC, F.; HEBD, J.; YANGA, D.; CHUE, C.. *Coke production scheduling problem: A parallel machine scheduling with batch preprocessings and location-dependent processing times*. **Computers & Operations Research**, abr. 2019, 104 p.37-48.
- MANNE, A. S. *On the job-shop scheduling problem*. **Operations Research**, 1960, 8 p. 219-223.
- MÜLLER F. M., DIAS O. B., ARAÚJO O. C. B. **Algoritmo para o problema de sequenciamento em máquinas paralelas não-relacionadas**. Revista Produção, v. 12 n. 2, 2002.
- MUÑOZ-VILLAMIZAR, A.; SANTOS, J.; MONTOYA-TORRES, J.; ALVARÉZ, M. J.. *Improving effectiveness of parallel machine scheduling with earliness and tardiness costs: A case study*. **International Journal of Industrial Engineering Computations**, 3 fev. 2019, 10 p. 375-392.
- NETO, R. F. T.; Moacir Godinho Filho, SILVA, F. M.. *An ant colony optimization approach for the parallel machine scheduling problem with outsourcing allowed*. **Journal of Intelligent Manufacturing**, 27 jul. 2013, 26 p. 527-538.
- PIMENTA, L. B. **Otimização no sequenciamento de produção em uma fábrica de materiais médico-hospitalares**. Juiz de Fora, 48 p., 2008. Trabalho de Conclusão de Curso – Universidade Federal de Juiz de Fora.
- PINEDO, M.. **Scheduling - Theory, Algorithms, and Systems**. 5. ed. New Jersey: Prentice-hall, 2016.
- ROCHA, P. L. **Um problema de sequenciamento em máquinas paralelas não-relacionadas com tempos de preparação dependentes de máquina e da sequência: modelos e algoritmo exato**. Belo Horizonte, 70 p., 2006. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Minas Gerais.
- ROCHOLL, J.; MÖNCH, L.. *Decomposition heuristics for parallel-machine multiple orders per job scheduling problems with a common due date*. **Journal of the Operational Research Society**, 23 ago. 2019.
- SÁENZ-ALANÍS, C. A.; JOBISH, V.D., SALAZAR-AGUILAR, M. A.; BOYER, V.. *A parallel machine batch scheduling problem in a brewing company*. **The International Journal of Advanced Manufacturing Technology**.
- SHEN, J.. *An uncertain parallel machine problem with deterioration and learning effect*. **Computational & Applied Mathematics**, 21 jan. 2019, 38:3.
- SLACK, N.; CHAMBERS, S.; JOHNSTON, R. **Administração da Produção**. 2. ed. São Paulo: Atlas, 2002.
- SOTSKOV, Y. N.; GHOLAMI, O.. *Mixed graph model and algorithms for parallel-machine job-shop scheduling problems*. **International Journal of Production Research**, 24 ago. 2015, Vol. 55, No. 6, p. 1549-1564.
- WANG, S.; LIU, M.. *Multi-objective optimization of parallel machine scheduling integrated with multi-resources preventive maintenance planning*. **Journal of Manufacturing Systems**, 7 ago. 2015, 37 p. 182-192.
- WU, C.-H., YAO, Y.-C., DAUZÈRE-PÉRÈS, S., YU, C.-J.. *Dynamic dispatching and preventive maintenance for parallel machines with dispatching-dependent deterioration*. **Computers and Operations Research**, 2020, 113, 104779.