

Comparação entre duas metodologias para a eliminação de sub rotas em um problema de Roteamento de Veículos com Entrega e Coleta Simultâneas de Múltiplos Produtos

Ruany Batista Leite Doehnert, Roza Maria Zoellner Lopes, Gustavo Valentim Loch, José Eduardo Pécora Junior, Cassius Tadeu Scarpin

Resumo: No problema de Roteamento de Veículos com Entrega e Coleta Simultâneas de Múltiplos Produtos (M-M-VRPSPD) os veículos realizam a rota passando apenas uma vez por cada ponto entregando e coletando diversas mercadorias. O presente artigo tem por objetivo comparar a utilização do recurso *Callback* para eliminação de subrotas em um M-M-VRPSPD com a resolução do modelo de programação inteira mista relaxado. Os resultados demonstram que a utilização do *Callback* é eficaz, obtendo melhores tempos computacionais em 25 das 38 instâncias apresentadas.

Palavras chave: *Callback, Problema de roteamento de veículos, Recebimento e coleta simultâneos, múltiplos produtos.*

Comparison between two methodologies for eliminating sub tours in a Vehicle Routing Problem with Simultaneous Delivery and Pickup of Multiple Products

Abstract: In the problem of multi-commodity many-to-many vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery (M-M-VRPSPD), vehicles perform deliveries passing only once at each point, delivering and collecting multiple goods. The aim of this paper is to compare the use of the *Callback* feature for sub tour elimination in an M-M-VRPSPD solving the relaxed mixed integer-programming model. The results show that *Callback* eliminates sub tours effectively, obtaining better computational time in 25 of the 38 instances presented.

Key-words: *Callback, Vehicle Routing Problem, Simultaneous Pickup and Delivery, Multi-commodities.*

1. Introdução

O roteamento de veículos com entregas e coletas simultâneas (VRPSPD) é uma variante do problema clássico de VRP onde os veículos saem de um único depósito e precisam realizar entregas e coletas simultâneas de produtos/serviços (MONTANÉ & GALVÃO, 2006). Durante a rota é possível a coleta de produtos em excesso de um cliente e entrega desse mesmo produto para o próximo cliente. Dessa forma decidir quanto de um determinado produto deve se levar ao sair do depósito é uma decisão que aumenta a complexidade do problema.

O presente artigo aborda o problema retirado de Zhang et al. (2019), o qual apresenta uma variante do VRPSPD, o roteamento de veículos com coleta e entrega simultânea de produtos diversificados (M-M -VRPSP) de uma empresa de fast fashion. Veículos com carga homogênea saem do depósito (armazém) percorrendo todos os pontos de venda apenas uma vez por rota, e voltando ao depósito ao fim do roteiro. O problema possui o diferencial de que os produtos retirados de um ponto de venda podem ser redistribuídos para atender a demanda dos outros clientes, tornando-o mais complexo de ser resolvido.

Nepomuceno et al. (2019) resolveram o VSPSPD com veículos de capacidade heterogênea. Foi proposto um algoritmo rápido randomizado baseado no vizinho mais próximo para resolver grandes instâncias. Com os resultados foi possível obter soluções satisfatórias em tempos computacionais menores.

Wang (2018), resolveu o problema para realizar entrega de refeições para diversos fornecedores, onde, o serviço de logística coleta os produtos nos fornecedores e entrega para os clientes, sendo definido um tempo máximo para a entrega. Os veículos saem de muitos pontos de depósito. A metodologia utilizada foi comparar a implementação de três serviços logísticos: exclusivo, onde cada veículo atende apenas um fornecedor; compartilhado, em que um veículo pode atender mais de um fornecedor após terminar a entrega do anterior; e compartilhado + serviços logísticos, onde cada veículo pode servir mais de um fornecedor enquanto ainda está na rota do anterior. O problema foi resolvido com o uso de duas heurísticas, uma de busca local e outra ALNS (*Iterated Local Search* e a *Adaptive Large Neighborhood Search* a partir de uma solução inicial obtida de uma heurística construtiva.

Bouanane et al. (2018) modelaram e resolveram o problema para realizar a entrega e coleta de produtos para diversos clientes com múltiplos depósitos, considerando o nível de estoque, visando minimizar o custo de viagem e de utilização de veículos, o problema foi resolvido através do desenvolvimento de um algoritmo genético (GA) híbrido.

Alshamrani et al. (2007) resolveram o VRPSD aplicado a um sistema de distribuição de sangue em hospitais. O sangue é entregue em caixas térmicas próprias para ser conservado, sendo essas caixas reaproveitadas. Por isso, o problema consiste em realizar a logística de entrega e coleta simultâneas das caixas com um veículo único que possui capacidade limitada; se ao realizar a entrega das caixas o veículo não possui capacidade suficiente para coletar caixas vazias, a coleta pode ser adiada, mas uma penalidade será adicionada ao sistema. O problema tem o objetivo de minimizar a rota e a penalidade por não conseguir retirar os compartimentos vazios na mesma viagem de entrega. É obtida uma solução composta por duas partes: primeiro é encontrada a solução para a rota por meio de um procedimento de inserção arbitrária sendo posteriormente utilizada uma heurística de nivelamento ponderado para considerar os custos de penalidades envolvidos.

Um problema que aborda o VRP com a utilização do recurso Callback é o resolvido por Li et al. (2018). O problema consiste em determinar a rota de tratores que carregam contêineres cheios até os clientes e os retornam vazios, considerando janelas de tempo e a minimização do custo total de funcionamento dos tratores. O problema inteiro misto (MIP) é formulado e resolvido utilizando a metodologia de decomposição de Benders e utilizando o CPLEX para pequenas instâncias, e a heurística de economia e de busca local para problemas maiores. Sendo a utilização do recurso de Callback para a definição dos cortes que devem ser realizados.

A função Callback possibilita realizar um retorno quando determinado evento acontece, é um recurso que permite ter mais controle durante a otimização, sendo muito conhecida na programação (WANG et al., 2018). Pode-se chamar a função Callback presente em alguns solucionadores MIP e adicionar lazy constraints, restrições que não fazem parte do escopo inicial do problema ao ser resolvido pelo solucionador, mas que são necessárias para a resolução do problema e adicionadas após determinada condição ocorrer (LUNDEL et al., 2019).

Portanto, o presente artigo tem por objetivo avaliar a utilização do recurso Callback

para a eliminação de sub rotas em um problema de M-M-VRPSPD retirado de Zhang et al. (2019) comparando os resultados dos tempos computacionais obtidos entre as duas metodologias.

O artigo está estruturado em quatro seções. Além desta seção contendo uma introdução sobre o tema, a seção 2 descreve o modelo a ser resolvido. A seção 3 é composta pela descrição do método utilizado apresentada a análise dos resultados obtidos. E por fim, na seção 4, apresentam-se as considerações finais do estudo.

2. Descrição do problema

O problema utilizado no presente artigo foi retirado de Zhang et al. (2019), e consiste em realizar a entrega de commodities em diversas lojas varejistas. Veículos com capacidade homogeneia saem do depósito e realizam a entrega e retirada simultâneas de múltiplos produtos solicitados pelas lojas. Os produtos retirados de um ponto de venda podem ser redistribuídos para atender a demanda de outro cliente. Os veículos possuem quantidade ilimitada e após o percurso, voltam ao depósito, sendo que podem visitar cada cliente apenas uma vez durante o percurso.

O modelo considera os custos de viagem e custos de saída e chegada do produto ao depósito. No presente artigo é realizada uma adaptação ao modelo apresentado por Zhang et al. (2019), são utilizadas distâncias euclidianas entre os pontos de venda, pois não foi possível obter as distâncias reais utilizadas.

2.1 Modelo Matemático

Índices

i – nó de partida

j – nó de chegada

h – tipo de produto

Parâmetros

n : número de pontos de venda.

m : número de tipos de produtos.

V : conjunto de pontos de venda mais o armazém; $V = \{0, 1, \dots, n\}$.

S : conjunto de pontos de pontos de venda; $S = \{1, 2, \dots, n\}$.

H : conjunto de produtos; $H = \{1, 2, \dots, m\}$.

$C_{i,j}$: custo de viagem de i para j .

w : custo de retirar/colocar produtos no armazém.

$d_{i,h}$: se $d_{i,h} < 0$ é a quantidade do produto h entregue no ponto i , se $d_{i,h} > 0$ é a quantidade de produto h retirado do ponto i ;

Cap: capacidade dos veículos;

Variáveis de decisão:

$x_{i,j}$: variável binária, 1 se o veículo atravessa o arco (i,j) , 0 caso contrário;

$Q_{i,j,h}$: quantidade do produto h entregue no arco (i,j) ;

B_i : variável auxiliar para eliminar sub rotas;

Função objetivo

$$\text{Min } W = \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} C_{i,j} x_{i,j} + \sum_{i \in S} \sum_{h \in H} W(Q_{0,i,h} + Q_{i,0,h}) \quad (1)$$

s.a.:

$$\sum_{j \in V \setminus \{i\}} x_{i,j} = 1, \quad \forall i \in S \quad (2)$$

$$\sum_{j \in V \setminus \{i\}} x_{j,i} = 1, \quad \forall i \in S \quad (3)$$

$$\sum_{j \in V \setminus \{i\}} Q_{j,i,h} + d_{i,h} = \sum_{j \in V \setminus \{i\}} Q_{i,j,h}, \quad \forall i \in S, h \in H \neq i \quad (4)$$

$$0 \leq \sum_{h \in H} Q_{i,j,h} \leq \text{Cap} x_{i,j}, \quad \forall i, j \in V, j \neq i \quad (5)$$

$$B_j \geq B_i + 1 - (1 - x_{i,j})M, \quad \forall i, j \in S, j \neq i \quad (6)$$

$$x_{i,j} \in \{0,1\}, \quad \forall i, j \in V \quad (7)$$

$$Q_{i,j,h} \in Z^+, \quad \forall i, j \in V, j \neq i, h \in H \quad (8)$$

$$B_i \geq 0, \quad \forall i \in S \quad (9)$$

A função objetivo (1) minimiza o custo das entregas. As restrições (2) e (3) garantem que cada nó seja visitado apenas uma vez. A restrição (4) assegura que tudo que precisa ser retirado e entregue de produto em cada nó seja satisfeito. A restrição (5) garante que a

capacidade do veículo não seja excedida. A restrição (6) elimina as sub rotas, onde o valor de M é igual a n . As restrições (7) a (9) delimitam os valores que as variáveis de decisão podem tomar.

2.2 Modelo matemático relaxado

Para acelerar o processo de resolução, Zhang et al. (2019) adicionaram algumas restrições ao problema para obter uma formulação do modelo relaxado. Com as restrições abaixo a variável Q passa a ser contínua.

$$d_{i,h} \leq \sum_{j \in V \setminus \{i\}} Q_{i,j,h} \leq Cap + d_{i,h}, \quad \forall i \in S, h \in H \quad (10)$$

$$-d_{j,h} X_{i,j} \leq Q_{i,j,h} \leq Cap - d_{j,h} X_{i,j}, \quad \forall i, j \in S, j \neq i, h \in H \quad (11)$$

$$\sum_{j \in V \setminus \{i\}} \sum_{h \in H} Q_{i,j,h} \leq Cap + \sum_{h \in H} d_{i,h}, \quad \forall i \in S \quad (12)$$

$$\sum_{h \in H} Q_{i,j,h} \leq Cap - X_{i,j} \sum_{h \in H} d_{j,h}, \quad \forall i, j \in S, j \neq i \quad (13)$$

2.3 Recurso de Callback

A metodologia proposta neste artigo consiste em utilizar o recurso *Callback* para a eliminação das sub rotas. Sendo assim, o modelo é resolvido sem a restrição que evita a formação de sub rotas e, quando uma sub rota é encontrada, uma *lazy constraint* é adicionada ao modelo, eliminando-a.

As adaptações realizadas no modelo para a utilização do *Callback* foram: a restrição (6) que evita a formação de sub rotas é retirada. As variáveis $X_{i,j}$ onde $i = j$ foram criadas, sendo necessário adicionar a restrição (14) para evitar que um nó seja designado para ele mesmo. E, a fim de guardar as sub rotas, cria-se um vetor com o nome de *Tour*.

Se o número de rotas encontradas for menor que n significa que houve a formação de uma sub rota e a *lazy constraint* é adicionada ao problema. Considere nt o tamanho do vetor *Tour*.

$$\sum_{i=0}^{nt} \sum_{j=0}^{nt} X_{i,j} \leq Tour - 1 \quad \forall X_{i,j} \in Tour \quad (14)$$

Restrição para que um nó não seja designado para ele mesmo:

$$X_{i,j} = 0 \quad \forall i = j \quad (15)$$

3. Resultados computacionais

Os testes de comparação entre as duas metodologias foram realizados em um computador Intel core i5-8250U, com 8Gb de memória ram, utilizando o solver Gurobi 8.1.1 em suas configurações padrões. Foi estipulado um tempo máximo de duas horas para a obtenção da solução.

Para validar o modelo, foi realizado um teste em duas pequenas instâncias, tanto para o modelo exato relaxado proposto no artigo de Zhang et al. (2019), quanto para o recurso de *Callback* implementando. Foram mantidos fixos a quantidade de mercadoria requerida/retirada dos pontos, o custo de ir de um ponto ao outro, custo de retirada da mercadoria do armazém e as coordenadas dos pontos. Os resultados dos testes estão na tabela abaixo:

instância	n	m	cap	Modelo Relaxado			Callback no Modelo Relaxado		
				FO	GAP	Tempo(s)	FO	GAP	Tempo(s)
1	2	2	15	698,6	0,00%	0,01	698,6	0,00%	0,01
2	3	2	15	1210	0,00%	0,14	1210	0,00%	0,04

Tabela 1 - Validação do Modelo

Rotas obtidas para as duas instâncias de validação:

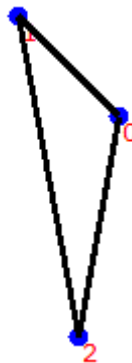


Figura 1- Rota instância 1

A rota ótima encontrada no teste foi: 0-2-1-0.

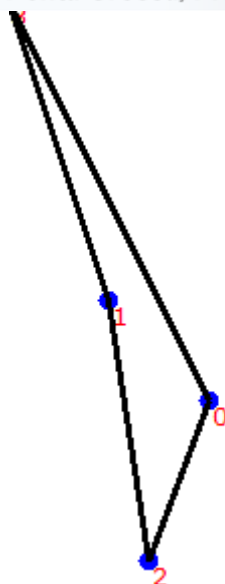


Figura 2 - Rota instância 2

A rota ótima obtida foi de 0-3-1-2-0.

Após esta validação, foram realizados testes com algumas instâncias para determinar se a utilização do recurso de Callback obtêm soluções com menor tempo computacional. Para tanto, os parâmetros de pontos de venda, tipos de mercadoria e capacidade foram alterados em cada instância, mantendo dois fixos enquanto outro varia, e replicados para 2 sementes distintas que determinam o sorteio dos parâmetros $d_{i,h}$ (quantidade de mercadoria que cada ponto de venda está necessitando e que precisa ser retirado) que varia de -5 até 10 e das coordenadas x e y dos pontos de venda que variam de 2 até 300.

Foram realizados teste com diversas capacidades dos veículos. Os resultados dos testes são apresentados na Tabela 2. As instâncias que não obtiveram resultado no tempo determinado apresentam um traço em suas linhas e o tempo computacional em destaque representa as instâncias em que a implementação do recurso Callback obteve melhor resultado. A coluna DT apresenta a diferença dos tempos computacionais entre as duas metodologias, sendo que os tempos negativos representam as instâncias onde a utilização do recurso Callback obteve a solução em maior tempo.

Instancia	Modelo Relaxado						CallBack no Modelo Relaxado			
	n	m	cap	FO	GAP	Tempo(s)	FO	GAP	Tempo(s)	DT
1	10	2	25	2,00E+03	0,00%	0,23	2,00E+03	0,00%	0,39	-0,16
2	20	2	25	2,52E+03	0,00%	25,47	2,52E+03	0,00%	14,31	11,16
3	30	2	25	3,54E+03	0,0061%	5179	3,52E+03	0,0052%	2291,05	2887,95
4	10	2	50	1,74E+03	0,00%	0,03	1,74E+03	0,00%	0,07	-0,04
5	20	2	50	2,20E+03	0,00%	1,35	2,20E+03	0,00%	1,38	-0,03
6	30	2	50	3,01E+03	0,00%	323,79	3,01E+03	0,00%	310,66	13,13
7	10	2	100	1,74E+03	0,00%	0,1	1,74E+03	0,00%	0,14	-0,04
8	20	2	100	2,20E+03	0,00%	5,5	2,20E+03	0,00%	3,04	2,46
9	30	2	100	2,80E+03	0,00%	2,18	2,80E+03	0,00%	3,62	-1,44
10	40	2	100	3,38E+03	0,00%	369,36	3,38E+03	0,00%	310,46	58,9
11	50	2	100	-	-	-	6,90E+03	0,075	6494,37	-
12	10	4	25	4,91E+03	0,00%	0,19	4,91E+03	0,00%	0,2	-0,01
13	20	4	25	6,60E+03	0,00%	90,84	6,60E+03	0,00%	82,01	8,83
14	10	4	50	3,54E+03	0,00%	1,17	3,54E+03	0,00%	1,22	-0,05
15	10	4	100	3,03E+03	0,00%	0,22	3,03E+03	0,00%	0,32	-0,1
16	20	4	100	4,34E+03	0,00%	4	4,34E+03	0,00%	3	1
17	10	4	100	2950	0,00%	0,31	2950	0,00%	0,45	-0,14
18	10	4	100	3006	0,00%	25,78	3006	0,00%	33,09	-7,31
19	20	4	100	4610	0,03%	5808,99	4610	0,00%	130,75	5678,24
20	30	4	100	4700	0	1692,99	4700	0,00%	2535,92	-842,93
21	30	4	100	8920	0,00%	43,99	8920	0,00%	27,01	16,98
22	10	2	200	1670	0,00%	0,18	1670	0,00%	0,12	0,06
23	10	2	200	1600	0,00%	0,53	1600	0,00%	0,66	-0,13
24	20	2	200	2110	0,00%	0,95	2110	0,00%	0,69	0,26
25	20	2	200	2700	0,00%	5,91	2700	0,00%	7,53	-1,62
26	30	2	200	2730	0,00%	10,56	2730	0,00%	5,99	4,57
27	30	2	200	5080	0,00%	17,79	5080	0,00%	7,88	9,91
28	40	2	200	3310	0,00%	46,4	3310	0,00%	15,03	31,37
29	50	2	200	6830	0,0068	245,68	6830	0,00%	98,44	147,24
30	60	2	200	-	-	-	5120	0,01%	1331,89	-
31	10	4	200	2860	0,00%	0,39	2860	0,00%	0,14	0,25
32	10	4	200	2750	0,00%	0,43	2750	0,00%	0,21	0,22
33	20	4	200	4340	0,00%	4	4340	0,00%	3	1
34	20	4	200	3890	0,00%	17,74	3890	0,00%	5,78	11,96
35	30	4	200	4400	0,00%	44,81	4400	0,00%	25,6	19,21
36	30	4	200	-	-	-	8570	0,00%	599,6	-
37	40	4	200	-	-	-	5390	0,00%	866,51	-
38	40	4	200	-	-	-	1150	0,01%	1389,27	-

Tabela 2- Resultados Computacionais

A tabela apresenta os resultados computacionais para 38 instâncias, sendo que destas,

em 25 a utilização do recurso *Callback* apresentou melhor desempenho. É possível observar também que ao calcular a diferença entre o tempo de resolução das duas metodologias, que apenas na instância 20 o *Callback* perdeu por um valor significativo e que na instância 19 o tempo ganho foi de 5678,24. Destaca-se também que o recurso *Callback* obteve um desempenho melhor nas instâncias com capacidade maior. Nas instâncias 11, 30, 36, 37 e 38 o modelo exato relaxado não conseguiu obter uma solução no tempo estipulado.

Para melhor identificar os resultados dos tempos computacionais, foi elaborado um gráfico de linhas relacionando os resultados obtidos nos casos em que ambas metodologias apresentaram resultados.

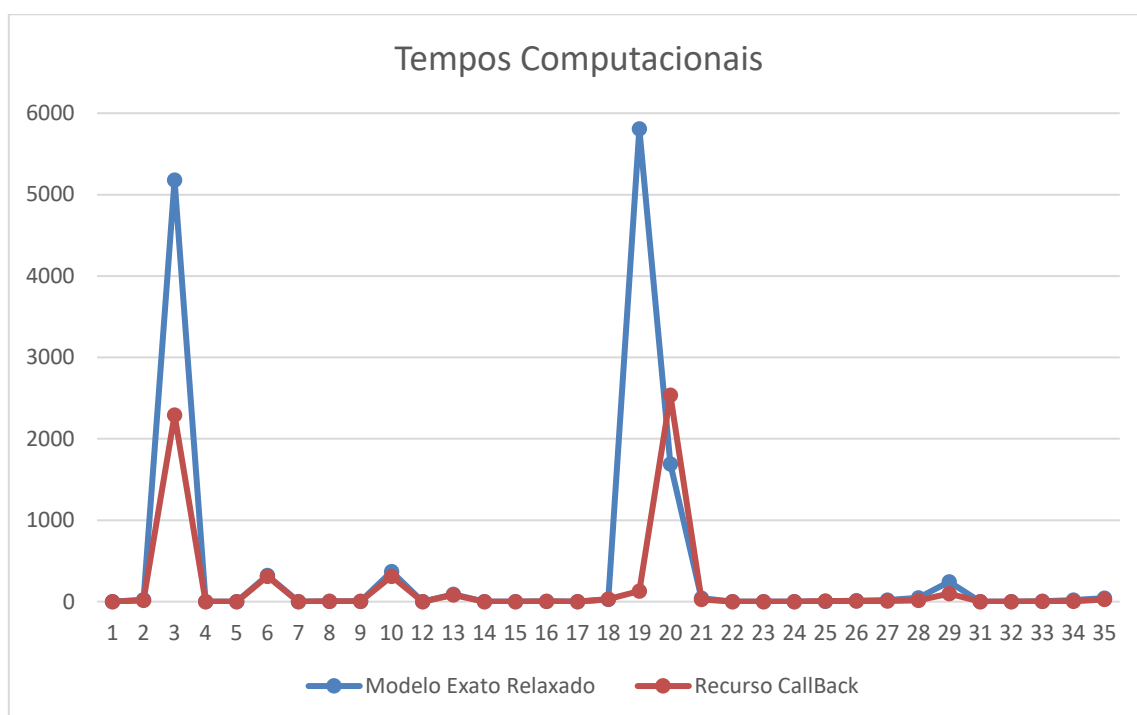


Gráfico 1- Comparação entre os tempos computacionais

É possível constatar que na maioria das instâncias os tempos computacionais são próximos, mas que nas instâncias 3 e 19 o tempo do modelo exato relaxado apresenta uma grande diferença.

4. Considerações finais

O artigo teve como objetivo realizar a comparação dos tempos computacionais entre duas metodologias para a eliminação de sub rotas no problema de roteamento de veículos com coleta e entrega simultânea de produtos variados.

Com os resultados obtidos foi possível observar que o recurso *Callback* obteve soluções em tempos inferiores em 65,8% das instâncias apresentadas, sendo que em algumas instâncias o modelo exato relaxado não conseguiu obter a solução para o problema no tempo estipulado.

A aplicação do recurso de *Callback* proposto para esse problema se mostrou satisfatória para eliminação de sub rotas. No entanto, para instâncias maiores, devido à alta complexidade do problema, somente a relaxação do modelo exato não forneceu resultados em tempos viáveis. Uma sugestão para trabalhos futuros é a utilização de heurísticas que proporcionem uma solução em melhores tempos computacionais.

Referências

Alshamrani, Ahmad, Kamlesh Mathur, and Ronald H. Ballou. 2007. "Reverse Logistics: Simultaneous Design of Delivery Routes and Returns Strategies." **Computers and Operations Research** 34(2): 595–619.

Bouanane, Khaoula, Youssef Benadada, and Ghizlane Bencheikh. 2018. "Application of a Hybrid Genetic Algorithm to Solve the Multi-Depots Vehicle Routing Problem with Simultaneous Delivery and Pickup and Inventory Restrictions." **Proceedings - GOL 2018: 4th IEEE International Conference on Logistics Operations Management**: 1–9.

Li, Hongqi, Xiaorong Jian, Xinyu Chang, and Yingrong Lu. 2018. "The Generalized Rollon-Rolloff Vehicle Routing Problem and Savings-Based Algorithm." **Transportation Research Part B: Methodological** 113: 1–23. <https://doi.org/10.1016/j.trb.2018.05.005>.

Lundel, Andreas, and Kroqvist, Jan. 2019. "Integration of Polyhedral Outer Approximation Algorithms with MIP Solvers Through Callbacks And Lazy Constraints". **AIP Conference Proceedings**. Vol. 2070. No. 1. AIP Publishing.

Montané, Fermín Alfredo Tang, and Roberto Diéguez Galvao. "A tabu search algorithm for the vehicle routing problem with simultaneous pick-up and delivery service." **Computers & Operations Research** 33.3 (2006): 595-619.

Nepomuceno, Napoleão, Ricardo Barboza Saboia, and Plácido Rogério Pinheiro. "A Fast Randomized Algorithm for the Heterogeneous Vehicle Routing Problem with Simultaneous Pickup and Delivery." **Algorithms** 12.8 (2019): 158.

Wang, Fei, Decker, James, Wu, Xilun, Essertel, Gregory, and Rompf, Tiark. 2018. "Backpropagation with Continuation Callbacks: Foundations for Efficient and Expressive Differentiable Programming". **Proceedings of the 32nd International Conference on Neural Information Processing Systems** (pp. 10201-10212). Curran Associates Inc.

Wang, Zheng. 2018. "Delivering Meals for Multiple Suppliers: Exclusive or Sharing Logistics Service." **Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review** 118(November 2017): 496–512. <https://doi.org/10.1016/j.tre.2018.09.001>.

Yousefikhoshbakht, Majid, Frazad Didehvar, and Farhad Rahmati. 2015. "A Mixed Integer Programming Formulation for the Heterogeneous Fixed Fleet Open Vehicle Routing Problem." **Journal of Optimization in Industrial Engineering** 18: 37–46.

Zhang, Zhenzhen, Brenda Cheang, Chongshou Li, and Andrew Lim. 2019. "Computers and Operations Research Multi-Commodity Demand Fulfillment via Simultaneous Pickup and Delivery for a Fast Fashion Retailer." **Computers and Operations Research** 103: 81–96. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2018.10.020>.