

Problemas de Agendamento de Múltiplos Serviços Multi-Período - PAMSM

Jailson Domingos de Oliveira, Arinei Carlos Lindbeck da Silva, Cassius Tadeu Scarpin

Resumo: É abordado nesse trabalho uma categoria nova de problemas de agendamento, os Problemas de Agendamento de Serviços Multi-Períodos - PASM. Pesquisas sobre os PASM's são ainda embrionárias e recentes, nessa classe de problemas, um conjunto de clientes possui serviços periódicos a serem atendidos, um número finito de vezes dentro de um horizonte de planejamento. O objetivo é determinar para cada cliente uma agenda ótima de atendimento, na qual suas demandas e periodicidades sejam respeitadas. Com a finalidade de aproximar os modelos já descritos na literatura de aplicações mais reais e complexas, é proposto nesse trabalho um PASM com múltiplos serviços, o qual foi denominado Problema de Agendamento de Múltiplos Serviços Multi-Período – PAMSM e para validar o modelo proposto é criado um conjunto de 30 instâncias. O modelo PAMSM proposto pode modelar diversas aplicações em diferentes áreas.

Palavras chave: Agendamento, Serviços Periódicos, Problemas de Múltiplos Serviços

Multi-Period Multi-Service Scheduling Problem - MMSSP

Abstract: In this work we deal with a specific category of scheduling problems, to know, periodic scheduling problems, specifically Multi-period Service Scheduling Problem - MSSP. Researches concerning MSSP's are much recent and embryonic, and in this class of problems, a set of customers have periodic services to be fulfilled, in a finite time within a planning horizon. The aim is to establish for each customer an optimal service scheduling, for which its demands and periodicities must be respected. For the purpose of approximating existing models in the literature for a more realistic and complex applications, we propose in this article a MSSP with multiple services, which is known as Multi-Period Multi-Service Scheduling Problem – MMSSP and to validate the proposed model, a set of 30 instances is created. The proposed MMSSP model can be used for modelling several applications, in different fields.

Key-words: Scheduling, Multi-Period Problems, Multi-Service Problems

1. Introdução

Os grandes avanços tecnológicos, crescimento da oferta e demanda de serviços juntamente com as exigências do mercado durante as últimas décadas tem ocasionado um aumento na competitividade entre as empresas pelo mercado. O que provoca uma preocupação constante das empresas em melhorar não somente seu processo produtivo, mas também o processo de gerenciamento, responsável por administrar as demandas dos clientes e também os recursos disponíveis. Kolen *et al.* (2007) destaca que ocorreu uma transição nos últimos decênios da logística orientada a recursos para a logística orientada à demanda, que foi ocasionada pelo aumento da concorrência e pela necessidade de aperfeiçoar o atendimento aos clientes. Neste contexto, os problemas de agendamento de serviços desempenham um papel importante na maioria dos sistemas de produção, em ambientes de processamento de informações, sistemas administrativos e sistemas de transportes (PINEDO, 2012).

O agendamento é um procedimento de tomada de decisão utilizado com regularidade por empresas de manufatura ou prestadoras de serviços. Baker e Trietsch (2009) e Maccarthy e Liu (1993) definem o agendamento como uma atividade de alocação de recursos ao longo do tempo para execução de um conjunto de tarefas.

Pinedo (2012), destaca que as tarefas e recursos podem assumir diferentes formas em aplicações reais. Por exemplo, os recursos podem ser associados a um conjunto de máquinas em uma indústria, operários em uma obra, carros de coleta ou entrega, técnicos de manutenção, enfermeiros e médicos em um hospital, CPU's e assim por diante. Já as tarefas podem corresponder a operações em uma linha de montagem, etapas em uma construção, posto de recolhimento de resíduos ou reabastecimento de produtos, manutenção em estruturas e/ou equipamentos de uma empresa, atividades de enfermeiros e médicos em um hospital, execução de programas de computadores, entre outras (PINEDO, 2012; LEUNG, 2004).

Para Baker e Trietsch (2009) “resolver” um problema de agendamento equivale a responder dois tipos de perguntas: Quais recursos são necessários para efetivação de cada tarefa? e, em que momento cada tarefa deve ser executada? Dessa forma, um problema de agendamento da origem a dois tipos de decisões: decisões de alocação e decisões de sequenciamento. Para Núñez-del-Toro (2015), os problemas de agendamentos podem ser decompostos ainda em dois subgrupos, os problemas de agendamento puro, que tem por objetivo determinar a data de início e término de cada tarefa e problemas de sequenciamento, onde o objetivo é determinar a ordem em que cada tarefa deve ser realizada, nesse último as tarefas competem pelo uso do mesmo recurso.

Os problemas de agendamento frequentemente trabalham com tarefas/atividades que possuem relação de precedência, nível de prioridade, horários de início e data de vencimento (LEUNG, 2004). Utopicamente, a função objetivo deve ser formada por todos os custos envolvidos no processo de agendamento, o que é inviável na prática, pois, esses custos costumam ser difíceis de serem medidos ou até mesmo de serem identificados completamente (BAKER & TRIETSCH, 2009). Os objetivos mais frequentes na literatura, são minimizar o tempo de conclusão da última tarefa (*makespan*), minimizar o tempo médio de fluxo, ou ainda, minimizar o número de tarefas atrasadas. Objetivos esses, tratados nos trabalhos de planejamento da produção de: Yoshida e Hitomi (1979), Khurana e Bagga (1985), Bagga e Khurana (1986), Koulamas (1994), Reza Hejazi e Saghafian (2005), Moccellini e Nagano (2007), Ruiz-Torres e Centeno (2008), Li e Yang (2009), Drwal (2018), Ramazani *et al.* (2018), Cheng *et al.* (2019), Chung *et al.* (2019) e outros.

Billaut *et al.* (2013) salientam que, quase todos os setores estão preocupados com problemas de agendamento: nos sistemas de produção o agendamento surge no agendamento de máquinas, despacho de veículos, escalonamento de guindastes/operários e gerenciamento de cadeia de suprimentos; nos sistemas de transportes, surge em problemas de roteamento de veículos, coletas de resíduos, entrega de suprimentos, problemas de vendedores ambulantes, etc.; nos sistemas administrativos, surge no agendamento de horários, agendamento de consultas, agendamento de visitas e designação de recursos; e nos sistemas de computadores, por exemplo, surge no aproveitamento ao máximo dos processadores e transmissões de dados (BILLAUT ET AL., 2013).

Esse trabalho concentrou-se em uma categoria particular de problemas de agendamento, os problemas de agendamento com serviços recorrentes (periódicos), especificamente os Problemas de Agendamento de Serviços Multi-Períodos – PASM (*Multi-period Service Scheduling Problem - MSSP*). Nessa classe de problemas, os recursos são designados para servir tarefas/serviços recorrentes em um horizonte de planejamento (NÚÑEZ-DEL-TORO, 2015). Os problemas periódicos se caracterizam por espaçamentos fixos entre atendimentos sucessivos ao mesmo cliente, após o agendamento do primeiro atendimento o próximo será programado na data de vencimento. Existe uma série de aplicações reais com origens diferentes que podem ser modeladas com essa classe de problemas. Por exemplo, agendamento de serviços de manutenção recorrentes, reabastecimento de estoque, coleta de resíduos, agendamento de horários, agendamento de visitas do serviço social, transmissão de dados através de canais de comunicação, entre outras.

Em muitas aplicações reais os clientes podem requerer mais de um serviço recorrente. Por exemplo, o cliente pode possuir demandas de serviços de reabastecimento de estoque e manutenção, coleta de resíduos e jardinagem, transmissão de dados e manutenção ou até mesmo diversas atividades concomitantemente. Nesse sentido, faz-se necessário aproximar os modelos PASM de aplicações reais e complexas. O objetivo desse trabalho é propor uma nova formulação para o modelo PASM descrito em Núñez-del-Toro (2015), esse novo modelo considera a demanda de múltiplos serviços e operadores com diferentes qualificações e/ou capacidades.

2. Problemas de Agendamento de Serviços Multi-Período - PASM

Os PASM's foram introduzidos por Núñez-del-Toro (2015), nessa classe de problemas é dado um conjunto de clientes que, periodicamente, possuem demandas (serviços) a serem atendidas ao longo de um horizonte de tempo, particionado em um número finito de períodos de igual duração. O autor destaca que os serviços são vistos como visitas, podendo ser visitas para coleta, entrega ou manutenção. Nenhum cliente possui mais de uma demanda por período e, nenhum serviço excede mais de um período. É dado, ainda, um conjunto de operadores para satisfazer as demandas de serviços dos clientes, os operadores possuem capacidades fixas para cada período, onde estas são relacionadas com o tempo de duração dos serviços, por conseguinte, a capacidade refere-se ao número de clientes que um operador pode atender em um único período. O tempo de duração de cada serviço é considerado homogêneo, ou seja, todas as demandas possuem tempo de duração igual. Toda vez que um operador é acionado para atender um ou mais serviços (respeitando sua capacidade), é acompanhado de um custo fixo de operação. O objetivo é determinar para cada cliente os períodos nos quais ele terá sua demanda atendida por um operador (período de serviço), de tal forma que todas as demandas dos clientes sejam satisfeitas e, que, o número total de operadores utilizados ao longo do horizonte de tempo, seja mínimo (FERNÁNDEZ ET AL., 2017).

Destaca-se que pesquisas sobre os PASM's são ainda embrionárias e muito recentes, o problema é descrito pela primeira vez em Núñez-del-Toro (2015) e posteriormente explorado nos trabalhos de Núñez-del-Toro *et al.* (2016) e Fernández *et al.* (2017). Com o objetivo de aproximar os modelos já descritos na literatura de aplicações mais reais e complexas, é proposto nesse trabalho um PASM com múltiplos serviços, o qual foi denominado Problema de Agendamento de Múltiplos Serviços Multi-Período – PAMSM (*Multi-Period Multi-Service*

Scheduling Problem - MMSSP). O agendamento de vários serviços é mais complexo em comparação ao agendamento de um único serviço, uma vez que a resolução de um PAMSM equivale a resolução de múltiplos PASM's.

O problema de agendamento de múltiplos serviços multi-período, envolve a atribuição de um conjunto de operadores (recursos) para atender um conjunto de atividades requeridas periodicamente por um cliente, dentro de um horizonte de planejamento. Neste trabalho, considerou-se que os operadores possuem diferentes qualificações e capacidades para atender os clientes, a execução de um serviço não excede um período do horizonte de tempo e, sendo assim, um cliente pode possuir mais de uma demanda por período.

O PAMSM é um problema prático, especialmente no contexto de empresas prestadoras de serviços terceirizados. A terceirização de serviços frequentemente faz parte das estratégias corporativas, pois, ela permite que os gestores permaneçam focados na atividade principal da empresa. Em alguns casos uma única empresa pode prestar diversos serviços para seus clientes, por exemplo, serviços de manutenção, limpeza, jardinagem, recepção, portaria, segurança, serviços de recursos humanos, reabastecimento e/ou coleta, entre outros. Dessa forma, a terceirização de serviços pode garantir que a empresa alcance melhor produtividade na sua área de atuação. Marcelino (2007) salienta que a terceirização de serviços nos últimos anos se tornou um importante recurso estratégico para a gestão dos custos. Outras aplicações para o PAMSM surgem em problemas de agendamento de múltiplas consultas em hospitais, agendamento de vários processadores e agendamento de serviços de atendimento social.

3. Modelos Matemáticos

Dado um horizonte de tempo T , $|T|$ expressa a duração do horizonte de tempo. O conjunto de clientes é denotado por I e $t_i \in \mathbb{N}$ indica a duração máxima entre duas visitas consecutivas ao cliente i . O conjunto de operadores é representado por K , onde Q é a capacidade dos operadores. Assim, Q expressa o número de clientes que o operador k pode atender em um período t . Essa capacidade é considerada idêntica para todos os operadores nos modelos propostos em Núñez-del-Toro (2015), Núñez-del-Toro *et al.* (2016) e Fernández *et al.* (2017). Já nos modelos propostos nessa trabalho, as capacidades podem ser distintas para cada operador, podendo variar de acordo com o tipo de serviço prestado pelo mesmo. Pressupõem-se que todos os clientes i foram atendidos antes do início do horizonte de tempo T .

O objetivo no PASM é definir uma agenda de serviços de custo mínimo, onde para cada cliente i , é determinada uma sequência ordenada de visitas tal que, o período entre duas visitas consecutivas, não exceda o intervalo de serviço t_i . Essa sequência é denominada calendário de visitas do cliente i ($C_i \subset T$). O atendimento de um cliente i por um operador k , incorre em um custo de operação. Um conjunto de clientes i , servidos pelo operador k , em um período t , é chamado de *cluster* de serviço, e, o tamanho dos *clusters* não devem exceder a capacidade Q do operador k .

Os modelos matemáticos são baseados em intervalos cuja duração entre dois atendimentos sucessivos para um cliente, é conhecida a priori e denominada periodicidade de atendimento. Não ocorre hierarquia entre os serviços e, um cliente pode ser visitado por operadores distintos em cada período de serviço, respeitando a capacidade do operador.

Núñez-del-Toro (2015) destaca que as decisões tomadas pelos modelos PASM's consistem em: para cada cliente determine um calendário de visitas, indicando o período em que cada cliente será visitado. Estabelecendo assim, uma agenda de serviços (cronograma) $S = \{C_i: i \in I\}$; Atribuindo um conjunto de clientes a um operador, respeitando a capacidade Q . A seguir é descrito a formulação proposta por Núñez-del-Toro (2015) e uma generalização para o modelo.

3.1 Modelo PASM

Núñez-del-Toro (2015) propõe a seguinte formulação para o PASM:

Variáveis de decisão:

$\forall i \in I, t \in T,$

$$x_i^t = \begin{cases} 1, & \text{se o cliente } i \text{ é visitado no período } t \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$\forall i \in I, k \in K, t \in T,$

$$y_{ik}^t = \begin{cases} 1, & \text{se o cliente } i \text{ é visitado pelo operador } k \text{ no período } t \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$\forall k \in K, t \in T,$

$$z_k^t = \begin{cases} 1, & \text{se o operador } k \text{ é utilizado no período } t \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Modelo PASM:

$$\min \sum_{t \in T} \sum_{k \in K} z_k^t \quad (1)$$

Sujeito à:

$$\sum_{t=1}^{t_i} x_i^t = 1 \quad i \in I \quad (2)$$

$$x_i^t = x_i^{t+t_i} \quad i \in I, t \in \{1, \dots, |T| - t_i\} \quad (3)$$

$$x_i^t = \sum_{k \in K} y_{ik}^t \quad i \in I, t \in T \quad (4)$$

$$\sum_{i \in I} y_{ik}^t \leq Qz_k^t \quad k \in K, t \in T \quad (5)$$

$$Qz_k^t \leq \sum_{i \in I} y_{i,k-1}^t \quad k \in K \setminus \{1\}, t \in T \quad (6)$$

$$x_i^t, y_{ik}^t, z_k^t \in \{0, 1\} \quad i \in I, k \in K, t \in T \quad (7)$$

No modelo matemático acima, a equação (1) descreve a função objetivo, que consiste em minimizar o número total de operadores utilizados, no horizonte de tempo T . A restrição (2), garante que a primeira visita deva ocorrer até t_i , já as visitas consecutivas, são asseguradas em (3). A restrição (4) garante que, se um cliente é visitado em um período t , sua visita é atribuída a um operador k . A restrição (5), é referente a capacidade dos operadores, que deve ser respeitada em todos os períodos de tempos $t \in T$. A restrição (6), impõem que, o operador k só será acionado no período t , se os operadores $1, \dots, k - 1$, tiverem suas capacidades esgotadas no período t . E por fim (7), define as variáveis como binárias.

Se, empregado um número pequeno de operadores $|K|$ com capacidades $Q < |I|$, possivelmente será gerado problemas infactíveis. Para tanto, a condição necessária para garantir problemas factíveis, é garantir que o número de operadores seja $|K| \geq \left\lceil \frac{|I|}{Q} \right\rceil$ (NÚÑEZ-DEL-TORO, 2015).

3.2 Nova Formulação para o PASM

Dado um horizonte de tempo T , $|T|$ expressa a duração do horizonte de tempo. O conjunto de clientes é denotado por I e J indica o conjunto de atividades/serviços, $t_{ij} \in \mathbb{N}$ indica a duração máxima entre duas visitas consecutivas ao cliente i para ser atendido o serviço j . O conjunto de operadores é representado por K , onde Q_{kj} é a capacidade do operador k para atender a atividade j , Q_{kj} expressa o número de clientes que o operador k pode atender em um período $t \in T$, podendo variar de acordo com o tipo de serviço atendido pelo operador. Pressupõem-se que todos os clientes i foram atendidos antes do início do horizonte de tempo T .

O objetivo é definir uma agenda de serviços, onde para cada cliente i é determinado um sequência ordenada de visitas, tal que o período entre duas visitas consecutivas não exceda o intervalo de serviço t_{ij} , essa sequência é denominada calendário de visitas do cliente i para a atividade j ($C_{ij} \subset T$). Um *cluster* de serviços é um conjunto de clientes visitados pelo mesmo operador k no período t para ser atendido na atividade j . Assim como no modelo anterior o tamanho dos *clusters* não devem exceder a capacidade do operador para aquela atividade.

A decisão tomada pelo modelo PAMSM é determinar para cada cliente i um calendário de visitas para cada atividade j requerida. Estabelecendo assim uma agenda de serviços/cronograma $S = \{C_{ij}: i \in I, j \in J\}$; atribuindo um conjunto de clientes a um operador, respeitando a capacidade Q_{ij} .

Para o modelo PAMSM são necessários definir quatro novos conjuntos, sendo eles:

- A_i : representa o conjunto de atividades j demandadas pelo cliente i , $\forall i \in I$;
- B_j : conjunto de operadores k que podem atender ao serviço j , $\forall j \in J$;
- C_k : é o conjunto de atividades j servidas pelo operador k , $\forall k \in K$;
- D_j : conjunto de clientes i que requerem a atividade j , $\forall j \in J$.

As variáveis para o Problema de Agendamento de Múltiplos Serviços Multi-Períodos (P-PAMSM), são:

$$\forall i \in I, j \in J, t \in T,$$

$$x_{ij}^t = \begin{cases} 1, & \text{se o cliente } i \text{ tem a atividade } j \text{ servida no período } t \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$\forall i \in I, k \in K, j \in J, t \in T,$$

$$y_{ikj}^t = \begin{cases} 1, & \text{se o cliente } i \text{ é visitado pelo operador } k \text{ para atender a atividade } j \text{ no período } t \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$\forall k \in K, j \in J, t \in T,$$

$$z_{kj}^t = \begin{cases} 1, & \text{se o operador } k \text{ é utilizado para realizar a atividade } j \text{ no período } t \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$\forall k \in K, t \in T,$$

$$O_k^t = \begin{cases} 1, & \text{se operador } k \text{ é utilizado no tempo } t \text{ para realizar qualquer atividade } j \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Modelo PAMSM:

$$\min \sum_{t \in K} \sum_{t \in T} O_k^t \quad (8)$$

Sujeito à:

$$\sum_{t=1}^{t_{ij}} x_{ij}^t = 1 \quad i \in I, j \in A_i \quad (9)$$

$$x_{ij}^t = x_{ij}^{t+t_{ij}} \quad i \in I, j \in A_i, t \in \{1, \dots, |T| - t_{ij}\} \quad (10)$$

$$x_{ij}^t = \sum_{k \in B_j} y_{ikj}^t \quad i \in I, j \in A_i, t \in T \quad (11)$$

$$\sum_{i \in D_j} y_{ikj}^t \leq Q_{kj} z_{kj}^t \quad k \in K, j \in C_k, t \in T \quad (12)$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in A_i} y_{ikj}^t \leq M O_k^t \quad k \in K \setminus \{1\}, t \in T \quad (13)$$

$$x_i^t, y_{ik}^t, z_k^t, O_k^t \in \{0,1\} \quad i \in I, j \in J, k \in K, t \in T \quad (14)$$

Na formulação proposta acima, a equação (8), descreve a função objetivo, que consiste em minimizar o número total de operadores, utilizados no horizonte de tempo T . A restrição (9), garante que a primeira visita deve ocorrer até t_{ij} para cada cliente i atividade j , as visitas

consecutivas, são asseguradas pela restrição (10). A restrição (11) garante que, se um cliente i é visitado em um período t para ter sua atividade j servida, algum operador k deve realizar a tarefa. A restrição (12), é referente a capacidade dos operadores que deve ser respeitada. A restrição (13), aciona a utilização do operador k , se o operador k , realizou o atendimento de qualquer atividade j , no período t , será acionado na função objetivo. E, por fim, (14), define as variáveis x, y, z, o como binárias.

A restrição (6) do modelo P-PASM apresentado por Núñez-del-Toro (2015), é excluída no modelo proposto. Uma vez que, em algumas instâncias faz-se necessário o uso de um operador k , antes mesmo da capacidade do operador $k - 1$ ser toda utilizada. Por exemplo, dado uma instância onde o operador $k - 1$ não atende a atividade j , logo é necessário acionar um operador k ($k, k + 1, \dots, K$) para atender a atividade j .

4. Testes para validação do modelo proposto

Os experimentos computacionais realizados nesse trabalho, foram codificados em *Microsoft Visual Studio 2015*, utilizando pacote de otimização *Gurobi 7.0*. Os experimentos, foram executados em um processador *Intel Core i7-5500U*, 2.4GHz, 8 GB de RAM, sobre sistema operacional *Windows 10*.

O modelo proposto, PAMSM possui uma formulação mais genérica e realista para os problemas de agendamento, o que os tornam modelos de maior complexidade. A fim de validar a formulação e evidenciar a generalização do modelo proposto por Núñez-del-Toro (2015), utilizou-se um conjunto de 30 instâncias, geradas de forma aleatória, uma vez que não se tem conhecimento de instâncias na literatura.

Para o número de clientes, foi determinado $I \in \{10, 30, 50\}$. O horizonte de tempo está relacionado a um mês, ou seja, $|T| = 30$. Para os possíveis intervalos de atendimentos t_i dos clientes, estabeleceu-se $t_i \in \{4, 5, 7\}$. Utilizaram-se duas capacidades distintas para os operadores, $Q \in \{5, 10\}$. Com o objetivo de realizar uma comparação com o modelo PASM, considerou-se o número de atividades $j = 1$.

A Tabela 1 expõe os resultados numéricos para os modelos PASM e PAMSM, para cada conjunto de instâncias. A coluna Z exibe o número de operadores utilizados em cada caso. Os tempos de CPU, em segundos, são apresentados na coluna T , os testes foram limitados em 3600 segundos. A coluna G , por sua vez, exprime o GAP determinado pelo solver *Gurobi 7.0*.

(Continua)

Instância		PASM			PAMSM		
I	Q	Z	T	G	Z	T	G
		12	1.00	0.00	12	1.00	0.00
		11	1.20	0.00	11	1.00	0.00
	5	11	0.80	0.00	11	1.00	0.00
		12	0.90	0.00	12	0.70	0.00
10		11	1.30	0.00	11	1.00	0.00
		10	0.40	0.00	10	0.60	0.00
		10	0.80	0.00	10	0.70	0.00

10	10	0.20	0.00	10	0.20	0.00
	10	1.00	0.00	10	1.00	0.00
	10	0.20	0.00	10	0.20	0.00
5	26	280.00	0.00	26	3600.00	4.00
	31	494.00	0.00	31	3600.00	10.00
	22	121.00	0.00	22	3600.00	9.00
	24	3600.00	4.00	24	3600.00	4.00
	28	249.00	0.00	28	3600.00	7.00
30	15	18.00	0.00	15	16.00	0.00
	15	3.00	0.00	15	6.00	0.00
	16	44.00	0.00	16	63.00	0.00
50	15	24.00	0.00	15	25.00	0.00
	14	4.00	0.00	14	5.00	0.00
	46	3600.00	4.00	46	3600.00	4.00
	48	3600.00	4.00	48	3600.00	4.00
	44	3600.00	2.00	44	3600.00	2.00
	43	3600.00	2.00	43	3600.00	2.00
	40	3600.00	5.00	40	3600.00	5.00
10	25	3600.00	4.00	25	3600.00	4.00
	24	429.00	0.00	24	3600.00	4.00
	24	192.00	0.00	24	712.00	0.00
	25	645.00	0.00	25	3600.00	8.00
	24	519.00	0.00	24	3600.00	4.00
Média	21.86	940.99	1.00	21.86	1707.81	2.00

FONTE: O Autor (2019)

Tabela 1 – Comparação modelos PASM e PAMSM

O Gurobi foi capaz de determinar solução viável, para as 30 instâncias propostas, para ambas as formulações dentro do limite de tempo de 3600 s. A formulação PASM, determinou solução ótima para 76,66% instâncias, em um tempo médio de 940,99 segundos. A formulação PAMSM, apresenta não somente um número menor de instâncias otimamente resolvidas, mas também, tempo de computação maior, conseguiu resolver 53,33% das instâncias em um tempo médio de 1707,81 segundos.

Observa-se que para as 30 instâncias, ambas as formulações obtiveram o mesmo valor para a função objetivo, mas, o modelo PAMSM, apresentou maior dificuldade em provar a óptimalidade, como pode ser observado nos conjuntos de instâncias 30 clientes capacidade 5 e 50 clientes capacidade 10. Fato esperado, uma vez que o modelo PAMSM possui um número maior de variáveis e restrições operacionais.

5. Considerações Finais

Os Problemas de Agendamento de Serviços Multi-Período representam uma nova classe de problemas na literatura, são tratados pela primeira vez no trabalho seminal de Núñez-del-Toro (2015) e posteriormente explorado nos trabalhos de Núñez-del-Toro *et al.* (2016) e Fernández *et al.* (2017). Os PASM's surgem em uma série de aplicações reais com origens

diferentes, desde o agendamento de entregas até transmissão de dados através de canais de comunicação e, carecem de literatura específica.

Essa investigação teve como objetivo propor uma generalização para PASM, um modelo que considerasse a execução de múltiplos serviços periódicos (PAMSM). Os PAMSM's são problemas práticos, especialmente no contexto de empresas prestadoras de serviços terceirizados, no agendamento de múltiplas consultas em hospitais, agendamento de vários processadores, agendamento de serviços de atendimento social entre outros.

A resolução do modelo com agendamento de vários serviços é mais complexa que a resolução do PASM, uma vez que a resolução de um PAMSM equivale a resolução de múltiplos PASM's como pode ser evidenciado nos testes computacionais. Para a validar o modelo PAMSM proposto e evidenciar a generalização do PASM foram geradas 30 instâncias de forma aleatória e para as todas as instâncias, ambas as formulações obtiveram o mesmo valor para a função objetivo. Futuramente, pretende-se testar o modelo proposto em um conjunto de instâncias maiores e propor métodos de resolução, tendo em vista que para 46,67% dos problemas o *solver* Gurobi 7.0 não foi capaz de determinar a solução ótima dentro do limite de tempo de 3600 segundos.

Referências

- BAKER, K. R.; TRIETSCH, D. **Principles of Sequencing and Scheduling**. New York: Wiley, 2009.
- BILLAUT, J. C.; MOUKRIM, A.; SANLAVILLE, E. **Flexibility and Robustness in Scheduling**. John Wiley & Sons, 2013.
- CHENG, C.; YING, K.; LI, S. HSIEH, Y. Minimizing makespan in mixed no-wait flowshop with sequence-dependent setup times. **Computers & Industrial Engineering**, n. 130, p. 338-347, 2019.
- CHUNG, T.; GUPTA, J. N. D.; ZHAO, H.; WERNER, F. Minimizing the makespan on two identical parallel machines with mold constraints. **Computers & Operations Research**, v. 105, p. 141-155, 2019.
- DRWAL M. Robust scheduling to minimize the weighted number of late jobs interval due-data uncertainty. **Computers & Operations Research**, v. 91, p. 13-20, 2018.
- FERNÁNDEZ, E.; KALCSICS, J.; NÚÑEZ-DEL-TORO, C. A branch-and-price Algorithm for the Aperiodic Multi-Period Service Scheduling Problem. **European Journal of Operational Research**, v. 263, p. 805-814, 2017.
- LEUNG, J Y-T. **Handbook of Scheduling: Algorithms, Models and Performance Analysis**. Boca Raton: Chapman and Hall/CRC, 2004.
- KHURANA, K. & BAGGA, P.C. Scheduling of job-block with deadline in $n \times 2$ flowshop problem with separated setup times. **Indian Journal of Pure Applied Mathematics**, v. 16, p. 213-224, 1985.
- KOLEN, A. W. J.; KROON, L. G. On the computational complexity of (maximum) class scheduling. **European Journal of Operational Research**, v. 54, p. 23 – 38, 1991.
- KOULAMAS, C. The Total Tardiness Problem: Review and Extensions. **Operations Research**, v. 42, n. 6, p. 1025-1041, 1994.
- LI, K.; YANG, S-L. Non-identical parallel-machine scheduling research with minimizing total weighted completion times: Models, relaxations and algorithms. **Applied Mathematical Modelling**, v. 33, n. 4, p. 2145-2158, 2009.

- MACCARTHY, B.L.; LIU, J.Y. Addressing the gap in scheduling research: a review of optimization and heuristic methods in production scheduling. **International Journal of Production Research**, v. 31, n. 1, p. 59-79, 1993
- MARCELINO, P. Afinal, o que é terceirização? Em busca de ferramentas de análise e de ação política. **Pegada**, v. 8, n. 2, p. 55 – 71, 2007.
- MOCCELLIN, J. V.; NAGANO, M. S. Uma propriedade estrutural do problema de programação da produção flow shop permutacional com tempos de setup. **Pesquisa Operacional**, v. 27, n. 3, p. 487-515, 2007.
- NÚÑEZ-DEL-TORO, C. **Scheduling Policies for Multi-Period Services**. Catalunya, p. 108, 2015. Tese (PhD). Universitat Politècnica de Catalunya.
- NÚÑEZ-DEL-TORO, C.; FERNÁNDEZ, E.; KALCSICS, J.; NICKEL, S. Scheduling policies for multi-period services. **European Journal of Operational Research**, v. 251, p. 751-770, 2016.
- PINEDO, M. **Scheduling: Theory, Algorithms and Systems**. 4. ed. New York: Springer, 2012.
- RAMAZANI, R.; SEDAGHT, Y.; NAGHIBZADEH, M.; CLEMENTE, J. A decomposition-based reliability and makspan optimization technique for hardware task graphs. **Reliability Engineering and System Safety**, n.180, p.13-24, 2018.
- REZA HEJAZI, S.; SAGHAFIAN S. Flowshop-scheduling problems with makespan criterion: a review. **International Journal of Production Research**, v. 43, n. 14, p. 2895-2929, 2005.
- RUIZ-TORRES, A. J., CENTENO, G. Minimizing the number of late jobs for the permutation flowshop problem with secondary resources. **Computers & Operations Research**, v. 35, p. 1227-1249, 2008.
- YOSHIDA, T. & HITOMI, K. Optimal two-stage production scheduling with setup times separated. **AIEE Transactions**, v. 11, p. 261-263, 1979.