

## Heurísticas de decomposição aplicadas à um problema em dois estágios e estoque intermediário

Talita Mariana Pinho Schimidt, Cassius Tadeu Scarpin, Gustavo Valentim Loch, Cleder Marcos Schenekemberg

**Resumo:** Este trabalho aborda o problema de produção em dois estágios com máquinas paralelas. Apresenta-se uma formulação matemática que considera a produção de diferentes produtos, com dois estágios de produção em máquinas paralelas e estoque intermediário entre os estágios. A formulação proposta considera tempo mínimo e máximo de permanência dos lotes em estoque intermediário. Propõe-se também diversas diferentes estratégias de solução, compostas pela obtenção de uma solução inicial pela heurística *Enhanced Relax and Fix* e da heurística de melhoria *Fix and Optimize*. Em geral, os resultados mostram que as estratégias de solução aplicadas podem alcançar soluções competitivas, uma vez que foi possível encontrar soluções melhores em qualidade e em tempo computacional quando comparadas as soluções obtidas por um solver de otimização.

**Palavras chave:** Problemas multiestágios; estoque intermediário, máquinas paralelas, heurísticas de relaxação, *Fix and Optimize*.

## Decomposition heuristics applied to a two stage problems and intermediate inventory

**Abstract:** This paper address the two-stage lot sizing and scheduling problem considering the production environment with parallel machines. We present a mathematical model that considers different items production and two productive stages in parallel machines and, an intermediate inventory between then. The mathematical model considers some characteristics about the time of permanence of the items in the intermediate inventory. Besides, we propose several solution strategies using the enhanced relax and fix to get an initial solution and different strategies of the fix and optimize heuristic improve the solution. The results showed that our heuristic strategies can achieve competitive solutions in short computational time, outperforming the solutions provided by the optimization solver.

**Keywords:** Intermediate inventory, parallel machines, relax heuristics, fix and optimize.

### 1. Introdução

O Planejamento e a Programação da Produção são constituídos de atividades industriais complexas de se realizar, dentre estas pode se citar o dimensionamento e o sequenciamento dos lotes. Estas duas atividades podem ser realizadas separadamente, ou ainda, de forma integrada, fator que pode aumentar sua complexidade. Assim, entre diversas características, ambientes em que se encontra muitas aplicações do dimensionamento e sequenciamento realizados simultaneamente são aqueles que possuem mais de um estágio produtivo. Para essa classe de problemas, segundo Meyr (2002) encontrar soluções factíveis é uma difícil tarefa.

O problema de dimensionamento e sequenciamento da produção em multiestágio surge em aplicações reais onde pode ocorrer dependência entre as atividades realizadas nos diferentes estágios da produção. De modo geral, essa dependência exige que haja sincronia entre os

estágios, tal que as decisões de dimensionamento e o sequenciamento dos lotes devam ser tomadas de forma integrada.

Um recente trabalho de revisão e classificação que leva em conta a integração dos problemas de dimensionamento e sequenciamento pode ser encontrado em Copil et al. (2016). Neste trabalho os autores destacam algumas aplicações que realizam as duas atividades e que possuem mais de um estágio. Os trabalhos de Ferreira (2009), Ferreira et al. (2012) e Ferreira et al. (2010) consideram um caso real de uma indústria de refrigerantes, em que o primeiro estágio é responsável pelo preparo das bebidas, enquanto no segundo estágio ocorre o envase e embalagem final dos produtos. Também, o trabalho de Baldo et al. (2014) apresenta um estudo de caso para a indústria cervejeira, que possui dois estágios, os lotes preparados no primeiro estágio permanecem em tanques de retenção por um tempo mínimo determinado, para que sejam realizados os processos de fermentação e maturação, antes de serem envasados no último estágio.

Além disso, o trabalho de Toscano et al. (2017) também apresenta um processo produtivo composto por dois estágios: preparo e envase. Este trabalho considera o processo de pasteurização das bebidas entre os dois estágios produtivos, bem como a necessidade de limpezas temporais programadas para manutenção dos tanques. Ademais, é possível encontrar diversas aplicações em ambientes fabris: indústria química, têxtil, de placas eletrônicas, indústria de papel, entre outras (TRANSCHEL et al., 2011), (CAMARGO; TOLEDO; ALMADA-LOBO, 2012), (FURLAN et al., 2015).

Este trabalho aborda um ambiente produtivo que possui dois estágios constituídos por máquinas paralelas. Nos trabalhos citados, o envase é realizado no segundo estágio por máquinas paralelas dedicadas a cada tanque do primeiro estágio, ou seja, já se conhece a priori a máquina que realizará o envase. No caso abordado por este trabalho, o número de máquinas do segundo estágio pode ser diferente do primeiro, sendo assim, deve ocorrer a designação da máquina que pode realizar o processo de envase. De acordo com Seanner e Meyr (2012), este tipo de problema possui complexidade NP-Hard, sendo assim, são propostas abordagens de soluções baseadas em estratégias de decomposição do problema.

Além desta seção de introdução e contextualização, apresenta-se uma descrição do problema na seção 2 e na terceira seção a formulação proposta. Em seguida apresentam-se os métodos de solução utilizados e posteriormente, na seção 5 os testes computacionais e resultados obtidos. Na última seção encontram-se as conclusões do trabalho.

## 2. Descrição do Problema

Considera-se que existe um espaço físico entre os estágios e que a produção ocorre ao longo de um horizonte de planejamento de cinco dias, que existem máquinas paralelas distribuídas em dois estágios e que esses estágios possuem dependência entre si, isto é, o processo do segundo estágio só pode ocorrer caso o lote do item já tenha sido produzido no primeiro. O número de máquinas por estágio pode variar e estas podem ser idênticas ou distintas. Ainda, são permitidos atrasos e estocagem dos lotes no final do segundo estágio, que incorrem em custos adicionais. A Figura 1 ilustra o ambiente produtivo abordado e as possibilidades de transição dos lotes entre os dois estágios.

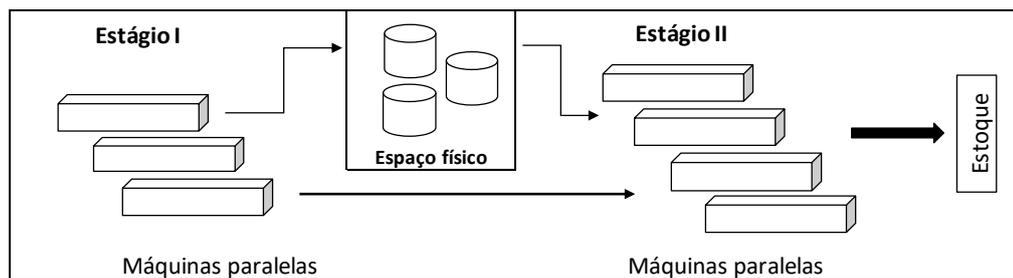


Figura 1 – Ilustração do ambiente produtivo em estudo.

Considera-se que os itens ao passarem pelo espaço físico intermediário devem respeitar algumas condições, descritas abaixo:

1) Tempo mínimo: são considerados ambientes produtivos onde é necessária a realização de um processo antes que o produto seja encaminhado para o estágio posterior. Por exemplo, a indústria de placas eletrônicas, que realiza o processo de secagem das placas após o primeiro estágio, antes do processo de soldagem que ocorre no segundo, como no trabalho de Ulbricht (2015); ou então indústria de cerveja, onde as bebidas precisam passar por um processo de fermentação e maturação antes do envase, apresentado por Baldo et al. (2014) e também a indústria de refrigerantes em que ocorre a pasteurização entre os dois estágios como no trabalho de Toscano et al. (2017).

2) Tempo máximo: considera-se os casos em que os itens possuem um tempo de validade, ou seja, há um tempo limite permitido de permanência do produto fora da embalagem primária, como produtos perecíveis, por exemplo. Neste caso, se as máquinas do segundo estágio estiverem disponíveis, permite-se que os itens semiacabados sejam processados no segundo estágio imediatamente após a finalização da produção no primeiro. Caso contrário, os itens podem ficar armazenados no estoque intermediário até um tempo máximo permitido.

### 3. Modelo matemático para dois estágios com intervalo de tempo de permanência em estoque intermediário (MMTPEI)

O modelo considera a divisão de macro períodos em micro períodos de tamanhos variáveis, característica presente no Problema Geral de Dimensionamento e Sequenciamento de Lotes em Máquinas Paralelas (GLSPPL), proposto por Meyr (2002). Considera-se também demanda determinística e horas extras, propriedades presentes no Problema Geral de Dimensionamento e Sequenciamento de Lotes para Múltiplos Estágios (GLSPMS) (SEEANNER; MEYR, 2013).

Ainda, a formulação proposta considera as características de tempos mínimos e/ou máximos de permanência dos itens em estoque intermediário apresentados na seção 2, representa ambientes que possuem dois estágios com máquinas paralelas heterogêneas, sendo aplicáveis também para máquinas paralelas idênticas ou uma única máquina disponível por estágio, características estas que podem ser adaptadas de acordo com as necessidades práticas do problema.

Define-se os índices do modelo como, conjunto de estágios produtivos  $\Theta = \{I, II\}$  e o número

de máquinas por estágio como  $K^\theta$ . São definidos  $N$  como o número de itens,  $T$  o número de macro períodos e  $W$  o número de micro períodos. Os respectivos índices são definidos como:  $i, j \in \{1, \dots, N\}$ ,  $t \in \{1, \dots, T\}$ ,  $s \in \{1, \dots, W\}$ ,  $\theta \in \Theta = \{I, II\}$ ,  $k \in \{1, \dots, K^\theta\}$ . Apresentam-se nos Quadros 1 e 2 os parâmetros e as variáveis utilizadas nas duas formulações matemáticas apresentadas neste trabalho.

Parâmetro	Descrição
$\alpha_{k\theta}$	Conjunto de itens que podem ser produzidos na máquina $k$ no estágio $\vartheta$
$S_t$	Conjunto de micro períodos pertencentes ao macro período $t$
$CA_{kt}^\theta$	Capacidade de produção disponível (em minutos) na máquina $k$ pertencente ao estágio $\vartheta$ no macro período $t$
$CP_{ik}^\theta$	Custo de produção para produzir o item $i$ na máquina $k$ no estágio $\vartheta$
$CH_k^\theta$	Custo em minutos extras do funcionamento de cada máquina $k$ no estágio $\vartheta$
$CS_{ijk}^\theta$	Custo de <i>setup</i> para produzir o item $j$ imediatamente após o item $i$ na máquina $k$ no estágio $\vartheta$
$ST_{ijk}^\theta$	Tempo de <i>setup</i> para produção do item $j$ imediatamente após o item $i$ na máquina $k$ no estágio $\vartheta$
$ST_{oik}^\theta$	Tempo de <i>setup</i> para produzir o item $i$ na máquina $k$ no estágio $\vartheta$ no início do horizonte de planejamento
$TP_{ik}^\theta$	Tempo consumido para produção de uma unidade do item $i$ na máquina $k$ no estágio $\vartheta$
$LM_{ik}^\theta$	Lote mínimo do item $i$ que poderá ser produzido na máquina $k$ no estágio $\vartheta$
$x_{ik0}^\theta$	É igual a 1 se a máquina $k$ do estágio $\vartheta$ está preparada para produzir o item $i$ no início do horizonte de planejamento e 0 caso contrário
$QE_{kt}^\theta$	Quantidade máxima permitida em minutos extras para produção na máquina $k$ do estágio $\vartheta$ no macro período $t$
$I_{i,0}^{-II}$	Quantidade do item $i$ com demanda não atendida no estágio II no início do horizonte de planejamento
$I_{i0}^+$	Quantidade do item $i$ , existente no estoque intermediário no início do horizonte de planejamento
$Q_{it}^+$	Quantidade máxima permitida de estoque intermediário do item $i$ no macro período $t$
$Q_{it}^{-II}$	Quantidade máxima permitida de demanda não atendida no estágio II do item $i$ no macro período $t$
$D_{it}$	Demanda do item $i$ no macro período $t$
$TMax_i$	Tempo máximo de permanência em estoque intermediário de um lote do item $i$
$TMin_i$	Tempo mínimo de permanência em estoque intermediário de um lote do item $i$
$CE_i$	Custo por período para manter uma unidade do item $i$ em estoque intermediário
$G_i$	Custo por período do atraso de entrega do lote do item $i$ no estágio II;
$M$	Número suficientemente grande.

Quadro 1 – Parâmetros utilizados nas formulações matemáticas

Variável	Descrição
$q_{iks}^\theta$	Quantidade do item $i$ produzido na máquina $k$ do estágio $\theta$ no micro período $s$
$qe_{it}$	Quantidade do item $i$ enviada ao estoque intermediário no macro período $t$
$x_{iks}^\theta$	É igual a 1 se a máquina $k$ do estágio $\theta$ está preparada para produzir o item $i$ no micro período $s$ e 0 caso contrário
$z_{iks}^\theta$	É igual a 1, quando o item $i$ é produzido na máquina $k$ do estágio $\theta$ no micro período $s$ e 0 caso contrário
$ze_{it}^I$	É igual a 1, quando o item $i$ é produzido no estágio I, no macro período $t$ em alguma das máquinas e 0 caso contrário
$y_{ijks}^\theta$	É igual a 1, se há <i>setup</i> do item $i$ para o item $j$ na máquina $k$ do estágio $\theta$ no micro período $s$ e 0 caso contrário
$hm_{ikt}^\theta$	Instante de término (em minutos) do lote do item $i$ em cada macro período $t$ para cada máquina $k$ do estágio $\theta$

$ht^1_{it}$	Instante de término (em minutos) do lote do item $i$ em cada macro período $t$ em todas as máquinas (estágio I)
$he^1_{it}$	Instante de término (em minutos) do lote do item $i$ em cada macro período $t$ (estágio I), somado ao tempo mínimo em que o lote deve permanecer em estoque intermediário
$hi^{II}_{ikt}$	Instante (em minutos) em que o item $i$ inicia o processamento no estágio II na máquina $k$ no período $t$
$e^\theta_{kt}$	Quantidade em minutos extra para produção na máquina $k$ do estágio $\theta$ no período $t$
$I^+_{it}$	Quantidade do item $i$ armazenada no estoque intermediário no final do período $t$
$I^-_{it}$	Quantidade do item $i$ com demanda não atendida no final do período $t$ no estágio II.

Quadro 2 –Variáveis utilizadas nas formulações matemáticas

$$\min Z = \sum_{\theta} \sum_{i \in \alpha_{K^\theta}} \sum_{j \in \alpha_{K^\theta}} \sum_{k=1}^{K^\theta} \sum_{s=1}^W CS^\theta_{ijk} \cdot y^\theta_{ijks} + \sum_{\theta} \sum_{i \in \alpha_{K^\theta}} \sum_{k=1}^{K^\theta} \sum_{s=1}^W CP^\theta_{ik} \cdot q^\theta_{iks} + \sum_{\theta} \sum_{k=1}^{K^\theta} \sum_{t=1}^T CH^\theta_k \cdot e^\theta_{kt} + \sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^T (G_i \cdot I^-_{it} + CE_t \cdot I^+_{it}) \quad (1)$$

$$TP^\theta_{ik} \cdot q^\theta_{iks} \leq (CA^\theta_{kt} + ME^\theta_{kt}) \cdot x^\theta_{iks} \quad \forall \theta, i \in SP_{K^\theta}, k, s \in W_t \quad (2)$$

$$q^\theta_{iks} \geq LM^\theta_{ik} \cdot (x^\theta_{iks} - x^\theta_{ik,s-1}) \quad \forall \theta, i \in SP_{K^\theta}, k, s \quad (3)$$

$$\sum_{i \in \alpha_{K^\theta}} x^\theta_{iks} = 1 \quad \forall \theta, i, j, k, s \quad (4)$$

$$y^\theta_{ijks} \geq x^\theta_{ik,s-1} + x^\theta_{jks} - 1 \quad \forall \theta, i, j, k, s \quad (5)$$

$$LM^\theta_{ik} \cdot z^\theta_{iks} \leq q^\theta_{iks} \leq \sum_{t=1}^T D_{it} \cdot z^\theta_{iks} \quad \forall \theta, i, k, s \quad (6)$$

$$\sum_{s \in W_t} z^\theta_{iks} \leq 1 \quad \forall \theta, i, k, t \quad (7)$$

$$\sum_{i \in \alpha_{K^\theta}} z^\theta_{ik(s-1)} \geq \sum_{i \in \alpha_{K^\theta}} z^\theta_{iks} \quad \forall \theta, k, t; s \in W_t \quad (8)$$

$$hi^\theta_{jkt} \geq hi^\theta_{ikt} + TP^\theta_{ik} \cdot \sum_{s \in W_t} q^\theta_{iks} + ST^\theta_{ijk} + M \cdot \sum_{s \in W_t} y^\theta_{ijks} - M \quad \forall \theta, k, i \neq j, t \quad (9)$$

$$hi^\theta_{ikt} \leq M \cdot \sum_{s \in W} z^\theta_{iks} \quad \forall \theta, i, k, t \quad (10)$$

$$hi^\theta_{ik1} \geq ST^\theta_{0ik} z^\theta_{ik} \quad \forall \theta, i, k, t \quad (11)$$

$$hm^\theta_{ikt} = hi^\theta_{ikt} + TP^\theta_{ik} \cdot \sum_{s \in W_t} q^\theta_{iks} \quad \forall \theta, i, k, t \quad (12)$$

$$e^\theta_{kt} \geq hm^\theta_{ikt} - CA^\theta_{kt} \quad \forall \theta, i \in SP_{K^\theta}, k, t \quad (13)$$

$$e^\theta_{kt} \leq QE^\theta_{kt} \quad \forall \theta, k, t \quad (14)$$

$$ht^1_{it} \geq hm^1_{ikt} \quad \forall i, k = 1, \dots, K^I, t \quad (15)$$

$$ht^1_{it} \leq M \cdot ze_{it} \quad \forall i, t \quad (16)$$

$$qe_{it} = \sum_{k=1}^{K^I} \sum_{s \in W_t} q^1_{iks} \quad \forall i \in SP_{K^\theta}, k \quad (17)$$

$$ze_{it}^l \leq \sum_{k=1}^{K^I} \sum_{s \in W_t} q_{iks}^l \leq M \cdot ze_{it}^l \quad \forall i, t \quad (18)$$

$$he_{it}^l \leq ht_{it}^l + TMax_i \cdot ze_{it}^l \quad \forall i, t \quad (19)$$

$$he_{it}^l \geq ht_{it}^l + TMin_i \cdot ze_{it}^l \quad \forall i, t \quad (20)$$

$$he_{it}^l \geq ht_{it}^l \quad \forall i, t \quad (21)$$

$$\sum_{k=1}^{K^{II}} \sum_{s \in W_t} q_{iks}^{II} = qe_{it} + I_{i,t-1}^+ - I_{it}^+ \quad \forall i, t \quad (22)$$

$$I_{it}^+ \leq Q_{it}^+ \quad \forall i, t \quad (23)$$

$$\sum_{k=1}^{K^{II}} \sum_{s \in W_t} q_{iks}^{II} - I_{i,t-1}^{-II} + I_{it}^{-II} = D_{it} \quad \forall i, t \quad (24)$$

$$I_{it}^{-II} \leq Q_{it}^{-II} \quad \forall i, t \quad (25)$$

$$hi_{ikt}^{II} \geq he_{it}^l \quad \forall i, t \quad (26)$$

$$\begin{aligned} q_{iks}^\theta, \quad I_{it}^+, I_{it}^{-II} \in Z^+ \quad \forall \theta, k \in K^\theta, i, t, s \\ x_{iks}^\theta, z_{iks}^\theta, \quad ze_{it} \in \{0,1\} \quad \forall \theta, k \in K^\theta, i, t, s \\ y_{ijks}^\theta, \quad hm_{ikt}^\theta, e_{kt}^\theta, qe_{it}, \quad ht_{it}^l, he_{it}^l, \\ hi_{ikt}^{II} \geq 0 \quad \forall \theta, k \in K^\theta, i, j, t, s \end{aligned} \quad (27)$$

A Função Objetivo (1) busca minimizar a soma total dos custos de *setup*, produção, horas extras de trabalho, atraso e estoque. As restrições (2) garantem que a utilização de cada máquina é dada pela capacidade diária somada ao tempo permitido de horas extras. A restrições (3) determina o lote mínimo de produção e o (4) garante que cada máquina esteja pronta para produzir um tipo de item por micro período. As restrições (5) controlam a troca de lotes. Já as restrições (6) e (7) garantem que a quantidade produzida no micro período será maior ou igual que o lote mínimo e menor ou igual à demanda do macro período.

O conjunto de restrições (8) garantem que cada máquina pode produzir somente um lote de um item por micro período e (9) ordena a produção em micro períodos consecutivos, e caso haja mais micro períodos que itens no macro período, os micro períodos ociosos ficam no final do macro período. As restrições (10), (11) e (12) são responsáveis por calcular o instante de início de cada lote. O conjunto de restrições (13) determina o instante de término de processamento de um lote do item *i* em cada máquina. Já as expressões (14) e (15) representam as quantidades extras em minutos, necessárias para cada máquina no macro período.

As expressões (16) e (17) se referem ao término de processamento do lote no estágio *l*, o que indica que o lote foi produzido no estágio *l* ( $ze_{it} = 1$ ). O conjunto de restrições (18) determina que todos os itens processados no estágio *l* durante o macro período *t* sejam enviados para o estoque intermediário.

O conjunto de restrições (19) e (20) estabelecem um limite entre tempo mínimo e máximo de permanência em estoque intermediário para o item *i*. Se o tempo mínimo de permanência for zero, o conjunto (20) é igual ao conjunto (21), o que assegura que o instante de término de processamento do lote do item *i* no período *t* no estágio *l*, somado ao tempo que o item

permaneceu no estoque intermediário seja maior ou igual (quando  $TMin_i$  for zero) ao instante de término do processamento no primeiro estágio. Sendo assim, o item pode seguir diretamente do primeiro para o segundo estágio, caso haja máquina disponível.

As restrições (23) garantem a quantidade máxima permitida em estoque no final da produção em cada macro período e as expressões (24) são responsáveis pelo balanceamento da quantidade processada no primeiro e segundo estágio, o que assegura que a demanda do macro período seja atendida. Já (25) garantem a quantidade máxima permitida de atraso por macro período no estágio II e (26) controla o início do processamento no segundo estágio depois que o lote deixar o estoque intermediário. Por fim, em (27) definem-se os domínios das variáveis de decisão.

#### 4. Método de Solução

As abordagens de solução foram implementadas na linguagem de programação VB.Net e utilizou-se o solver *Gurobi Optimization* versão 7.0.1.

##### 4.1 Solução Inicial

A heurística *Relax and Fix* (RF) consiste em decompor o problema original em  $k$  partições e relaxar as variáveis inteiras e/ou binárias do subproblema. De acordo com Escudero e Salmeron (2005) a heurística RF pode gerar soluções infactíveis, dependendo das variáveis que se encontram fixas em alguma iteração. Com o objetivo de evitar este tipo de problema utilizou-se como método para encontrar uma solução inicial a heurística *Enhanced Relax and Fix* (ERF) proposta por Escudero e Salmeron (2005), apresentada na Figura 2. Considerando  $IP$  o problema original para minimização,  $V^{IP}$  o limitante superior,  $V_{IP}$  o limitante inferior e  $V(IP^k)$  a solução ótima para o problema  $IP$ .

```

Entrada: Partição  $V_1, \dots, V_k$ , para um dado numero de
partições  $k \geq 1$  e uma tolerância de Gap  $\varepsilon > 0$ .;
Entre com  $r = 1$ ;
Passo 1: Resolva  $IP^1$ ;
if  $IP^1$  é infactível then
    | PARE: Problema  $IP$  é infactível;
    | Caso contrário, faça  $V^{IP} = V(IP^1)$ ;
end
Passo 2: if  $r = k$  then
    | faça  $V_{IP} = V(IP^k)$  e PARE: Problema  $IP$  é factível;
    | Caso contrário, aumente  $r$  em 1;
end
Passo 3: Resolva  $IP^r$ ;
if  $IP^r$  é factível e  $(V^{IP} - V_{IP})/V_{IP} \leq \varepsilon$  then
    | volte ao Passo 2
end
Passo 4: (Agrupando do fim para o inicio): Redefina a
estrutura de partição

$$\begin{cases} V_{r-1} \leftarrow V_{r-1} \cup V_r \\ V_i \leftarrow V_{i+1}, \forall i = r, \dots, k-1 \\ k \leftarrow k-1 \end{cases} \quad \text{Diminua } r \text{ em } 1;$$

if  $r = k$  then
    | volte ao Passo 1;
    | Caso contrário, volte ao Passo 3
end
    
```

Figura 2 – Algoritmo *Enhanced Relax and Fix*.

A estratégia de ERF para obtenção de uma solução inicial, aplicada neste trabalho considera os itens como as partições que geram os subproblemas.

### 4.2 Heurística Fix and Optimize

Após encontrar uma solução inicial pela heurística ERF aplicou-se estratégias de *Fix and Optimize* (F&O) com o objetivo de melhorar a solução. Este método foi proposto por Helber e Sahlin (2010) e tem sido utilizado com objetivo de melhorar soluções (SEL; BILGEN, 2014), (LI; SONG; WU, 2015) e (LI et al., 2017). A estratégia F&O *Forward* consiste em dividir o problema original em subproblemas e resolvê-los em ordem cronológica. Em cada iteração um subproblema com as variáveis da partição corrente é resolvido, enquanto as variáveis dos outros subproblemas são determinadas como parâmetros. Se a solução factível encontrada na iteração atual é melhor que as soluções anteriores, esta passa a ser a solução atual.

### 4.3 Random Fix and Optimize Forward

A estratégia *Random Fix and Optimize Forward* (RFOF) baseia-se na heurística F&O *Forward* e tem por objetivo explorar um espaço de busca maior a cada iteração do método, permitindo também realizar a diversificação deste espaço de busca. A Figura 3 ilustra o funcionamento de três iterações do método.

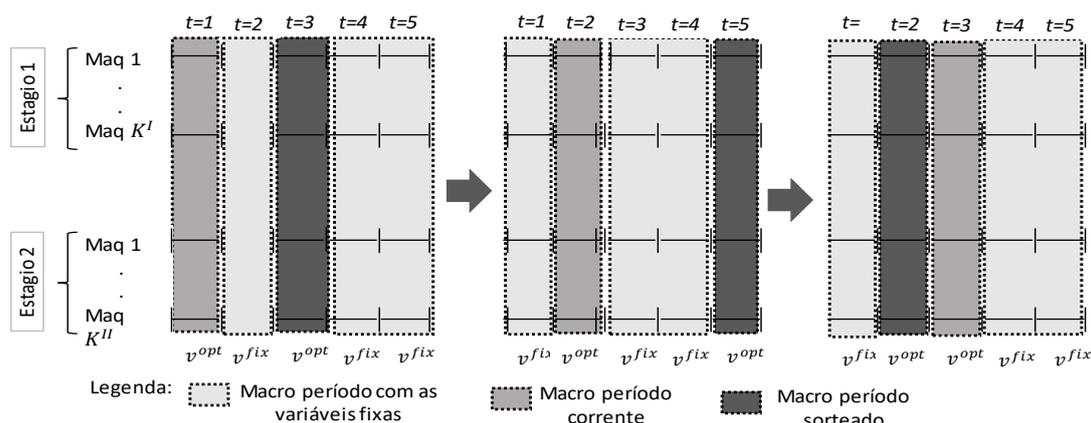


Figura 3 – Funcionamento da estratégia RFOF. Fonte: Os autores (2019).

Diversas estratégias foram aplicadas na solução dos problemas. Variou-se as estratégias quanto às partições, deixando a variável que determina o tamanho dos lotes ( $q_{iks\theta}$ ) livre a cada iteração e mantendo as demais variáveis inteiras e binárias fixas, como apresentado na Tabela 1.

Estratégia	Partição	Variáveis fixas
F1	Macro período	$x_{iks\theta}, z_{iks\theta}, z_{e_{it}}$
F2	Macro período + macro período randômico	$x_{iks\theta}, z_{iks\theta}, z_{e_{it}}$
F3	Item	$x_{iks\theta}, z_{iks\theta}, z_{e_{it}}$
F4	Item + item randômico	$x_{iks\theta}, z_{iks\theta}, z_{e_{it}}$
F5	Máquina	$x_{iks\theta}, z_{iks\theta}, z_{e_{it}}$
F6	Máquina + máquina randômica	$x_{iks\theta}, z_{iks\theta}, z_{e_{it}}$
F7	Estágio I/macro período e estágio II/macro período	$x_{iks\theta}, z_{iks\theta}, z_{e_{it}}$
F8	Estágio I/item e estágio II/item	$x_{iks\theta}, z_{iks\theta}, z_{e_{it}}$

Tabela 1 – Estratégias F&O aplicadas

## 5. Testes e resultados computacionais

### 5.1 Testes Computacionais

Os testes computacionais foram divididos em dois grupos: problema com dois estágios, máquinas paralelas idênticas com tempos de *setup* dependentes e não dependentes da sequência. As instâncias foram geradas baseadas em dados reais decorrentes de uma indústria brasileira de placas eletrônicas. Foram adicionados os tempos de permanência em estoque intermediário, que foram gerados de acordo com o método proposto por Taillard (1993).

Foram realizados testes computacionais para as instâncias com dez itens diferentes, produção em um horizonte de planejamento de cinco dias com oito horas de trabalho diárias e permissão de no máximo duas horas extras, variando-se a quantidade de máquinas disponíveis por estágio. Sendo assim, os conjuntos de dados gerados possuem as seguintes características: problemas A1, com duas máquinas por estágio e tempos de *setup* não dependentes da sequência; a nomenclatura A2 representa os problemas com duas máquinas por estágio e tempos de *setup* dependentes da sequência. Já os problemas B1 e B2 representam os casos em que se tem três máquinas paralelas no estágio 1 e quatro no segundo; com tempos de *setup* não dependentes e dependentes da sequência, respectivamente.

### 5.2 Resultados e Discussões

Para fins de comparação e validação dos métodos propostos, os problemas gerados foram resolvidos pelos modelos matemáticos propostos e pelos métodos heurísticos apresentados. A solução dos modelos realizada pelo solver teve como critério de parada 24 horas de solução, ou até provar a otimalidade do problema.

Para as estratégias heurísticas propostas, os subproblemas foram resolvidos por 600 segundos após a primeira solução factível atingida pelo solver e uma hora sem melhoria da solução corrente Z. Apresenta-se na Tabela 2 os resultados obtidos na seguinte ordem: Melhor Limitante Inferior Conhecido (MLIC), Solução encontrada pelo solver em 24 horas, Solução inicial da heurística ERF, Solução atingida pela heurística F&O partindo da solução inicial, os tempos despendidos por cada método e GAP.

O MLIC foi coletado de acordo com os testes realizados pelo solver durante as 24 horas de solução, para calcular o GAP utilizou-se a expressão (28):

$$GAP (\%) = \frac{(Z - MLIC)}{Z} \times 100 \quad (28)$$

Problema	Abordagem Heurística							
	Solver		Solução Inicial		Melhoria da Solução			
	MLIC	Z	ZERF	Time (s)	Estratégia F&O	ZF&O	Tempo F&O	GAP (%)
A1					F1	2744	11556,4	11,8
					F2	2747	9811,68	11,9
					F3	3415	3600,00	29,2
	2419	2715	3415	4901	F4	3415	3778,03	29,2
					F5	3415	11166,9	29,2
					F6	3415	57503,8	29,2
					F7	2828	7222,45	14,5

					F8	2950	3601,06	18,0
					F1	2759	9635,81	15,4
					F2	2839	3810,94	17,8
					F3	4582	3604,68	49,1
A2	2333	2778	4582	2407	F4	2767	3706,69	15,7
					F5	2853	9415,20	18,2
					F6	2895	3600,00	19,4
					F7	2806	6061,51	16,9
					F8	2830	3609,18	17,6
					F1	3825	14084,0	34,7
					F2	3270	6318,8	23,6
					F3	3489	3600,0	28,4
B1	2497	3081	3343	4480	F4	3039	3739,5	17,8
					F5	3304	7059,2	24,4
					F6	3340	7426,0	25,2
					F7	3340	3600,0	25,2
					F8	3423	3600,0	27,1
					F1	3032	10008,6	21,7
					F2	4948	3669,73	52,0
					F3	3551	3600,00	33,1
B2	2374,38	-	4153	20835	F4	3069	3765,74	22,6
					F5	4153	3600	42,8
					F6	4262	3600	44,3
					F7	4153	3600,00	42,8
					F8	3363	3600,00	29,4

Tabela 2 – Resultados

De acordo com os resultados apresentados, observa-se que apenas para a instância A1 as estratégias heurísticas não apresentam soluções melhores que as atingidas pelo solver. Já para as outras instâncias, ao menos em um caso há solução melhor em qualidade. Em todos os casos as abordagens heurísticas aplicadas despendem menor tempo computacional que a solução do solver. Em alguns casos, como A2 e B2, mais de uma estratégias heurística proposta apresenta solução com menor custo operacional além de tempo computacional de solução inferior. Por exemplo, para a instância B2, que dentre as testadas pode ser considerada a mais complexa devido à configuração do ambiente produtivo, somente a solução do modelo matemática não é capaz de encontrar nenhuma solução factível durante 24 horas, enquanto que a ERF já encontra uma solução viável para o problema em menos de 6 horas.

Cabe observar a viabilidade da heurística de melhoria F&O a partir de uma solução inicial, uma vez que, na maior parte dos casos há melhoria significativa da solução em pouco tempo computacional, quando comparado ao tempo testado pelo solver. Dentre as estratégias aplicadas, a estratégia que utiliza o macro período como partição obteve melhores resultados comparado as outras estratégias em três dos quatro ambientes testados, exceto para o problema B1, que teve esse resultado para a estratégia que utiliza a estratégia RFOF com os itens como partição.

## 6. Conclusões

Neste trabalho foi proposta uma formulação matemática para o problema em dois estágios com máquinas paralelas, abordou-se situações como tempo de permanência dos lotes em um espaço físico entre os estágios por diferentes razões. Além disso, aplicou-se para a solução dos modelos, métodos heurísticos baseados na decomposição e relaxação do problema.

Diversas estratégias de solução foram aplicadas, de acordo com as variáveis e partições dos problemas a serem fixas e livres por iteração. Realizou-se testes com a heurística ERF para obtenção da solução inicial utilizando os itens como partição e a partir da solução inicial obtida aplicou-se diversas estratégias de F&O.

Dentre as estratégias de F&O apresentadas, variando as na decomposição do problema, para a maior parte as instâncias foi possível encontrar ao menos uma solução melhor em relação em qualidade, e em todos os casos obteve-se melhor resultado em relação a tempo de computacional. Além disso, a heurística F&O se mostrou viável para o problema abordado, uma vez que há melhoria significativa da solução inicial em pouco tempo de solução em todas as instâncias testadas. Ademais, para o problema B2 o solver não foi capaz de encontrar uma solução factível em 24 horas, enquanto a todas as estratégias heurísticas aplicadas encontraram soluções viáveis em tempo inferior.

### Referências

- BALDO, T. A. et al. An optimization approach for the lot sizing and scheduling problem in the brewery industry. **Computers and Industrial Engineering**, v. 72, n. 1, p. 58–71, 2014.
- CAMARGO, V. C. B.; TOLEDO, F. M. B.; ALMADA-LOBO, B. The Journal of the Operational Research Society,. **The Journal of the Operational Research Society**, v. 63, n. 11, p. 1613–1630, 2012.
- COPIE, K. et al. Simultaneous lotsizing and scheduling problems : a classification and review of models. **OR Spectrum**, 2016.
- ESCUDEIRO, L. F.; SALMERON, J. On a fix-and-relax framework for a class of project scheduling problems. **Annals of Operations Research**, v. 140, n. 1, p. 163–188, 2005.
- FERREIRA, D. et al. Single-stage formulations for synchronised two-stage lot sizing and scheduling in soft drink production. **International Journal of Production Economics**, v. 136, n. 2, p. 255–265, 2012.
- FERREIRA, D.; MORABITO, R.; RANGEL, S. Solution approaches for the soft drink integrated production lot sizing and scheduling problem. **European Journal of Operational Research**, v. 196, n. 2, p. 697–706, 2009.
- FERREIRA, D.; MORABITO, R.; RANGEL, S. Computers & Operations Research Relax and fix heuristics to solve one-stage one-machine lot-scheduling models for small-scale soft drink plants. **Computers and Operation Research**, v. 37, n. 4, p. 684–691, 2010.
- FURLAN, M. et al. Author 's Accepted Manuscript. **Computers and Operation Research**, v. 59, p. 33–50, 2015.
- HELBER, S.; SAHLING, F. Int . J . Production Economics A fix-and-optimize approach for the multi-level capacitated lot sizing problem. **Intern. Journal of Production Economics**, v. 123, n. 2, p. 247–256, 2010.
- LI, L. et al. Fix-and-optimize and variable neighborhood search approaches for stochastic multi-item capacitated lot-sizing problems. **Mathematical Problems in Engineering**, v. 2017, 2017.
- LI, L.; SONG, S.; WU, C. Solving a Multi-Level Capacitated Lot Sizing Problem with Random Demand via a Fix-and-Optimize heuristic. **2015 IEEE Congress on Evolutionary Computation, CEC 2015 - Proceedings**, n. Liuxi Li, p. 2721–2728, 2015.

MEYR, H. Simultaneous lotsizing and scheduling on parallel machines. **European Journal of Operational Research**, v. 139, n. 2, p. 277–292, 2002.

SEEANNER, F.; MEYR, H. for flow line production. 2012.

SEEANNER, F.; MEYR, H. Computers & Operations Research Combining the principles of variable neighborhood decomposition search and the fix & optimize heuristic to solve multi-level lot-sizing and scheduling problems. **Computers and Operation Research**, v. 40, n. 1, p. 303–317, 2013.

SEL, Ç.; BILGEN, B. Hybrid simulation and MIP based heuristic algorithm for the production and distribution planning in the soft drink industry. **Journal of Manufacturing Systems**, v. 33, n. 3, p. 385–399, 2014.

TAILLARD, E. Benchmarks for basic scheduling problems. **European Journal of Operational Research**, v. 64, p. 278–285, 1993.

TOLEDO, C. F. M. et al. The Synchronized and Integrated Two-Level Lot Sizing and Scheduling Problem: Evaluating the Generalized Mathematical Model. **Mathematical Problems in Engineering**, v. 2015, n. 2009, 2015a.

TOSCANO, A.; FERREIRA, D.; MORABITO, R. A decomposition heuristic to solve the two-stage lot sizing and scheduling problem with temporal cleaning. **Flexible Services and Manufacturing Journal**, p. 1–32, 2017.

TRANSCHEL, S. et al. A hybrid general lot-sizing and scheduling formulation for a production process with a two-stage product structure. **International Journal of Production Research**, v. 49, n. 9, p. 2463–2480, 2011.

ULBRICHT, G. **Um Modelo De Planejamento Da Produção Multiestágio Com Estoques**. Curitiba, 140 p., 2015. Tese (Doutorado) – Universidade Federal do Paraná.