

## Aplicação de Cadeias de Markov na Avaliação da Transição do Clima na Cidade de São Paulo

Bruna Gabriele de Matos<sup>1</sup>, Lucas de Carvalho Borella<sup>2</sup>, Bruna Caroline Orlandin<sup>3</sup>, Nathalia Tessari Moraes<sup>4</sup>, Leandro Luis Corso<sup>5</sup>

**Resumo:** Atualmente, o país tem passado por mudanças climáticas, onde percebe-se alterações da temperatura. Por isso, este estudo tem como objetivo analisar a forma de transição da temperatura na cidade de São Paulo por se localizar quase no centro do país. Além, da escolha da cidade focou-se nas estações do ano, para isso, aplicou-se Cadeias de Markov visando obter probabilidade de estado estável de cada estação do ano. A base de dados contempla valores diários da temperatura no período de 20 anos (1998 a 2018), vindo do Banco de Dados Meteorológicos para Ensino e Pesquisa do Instituto Nacional de Meteorologia. Verifica-se que a probabilidade de aumento de temperatura para cidade de São Paulo em cada estação do ano varia entre 77% e 83%, evidenciando as probabilidades de aumento.

**Palavras chave:** Cadeias de Markov, Temperatura, Clima.

## Application of Markov Chains in the Assessment of Climate Transition in Sao Paulo City

**Abstract:** Nowadays, Brazil's weather has been facing major changes in its climate, and it is evident that the country's temperature is changing because of that. In light of the fact of these temperature's change, the purpose of this article is to analyze how the São Paulo city temperature is changing. In addition, this work focus state probability of each season. The database that was used contains the daily temperature values, of each season, of the city between 1998 until 2018. These data was collected in the Brazil's National Institute of Meteorology. Finally, in this work's results, the probability of the temperature of São Paulo city to increase in each season varies between 77% until 83%. Then, in the next years, the temperature of the city tends to increase.

**Key-words:** Markov Chains, Temperature and Climate

### 1. Introdução

Este trabalho propõe uma análise da variação da temperatura para cada estação do ano na cidade de São Paulo capita. Analisando-se dados de temperatura dentro do período de 1998 a 2018 e utilizando Cadeias de Markov para prever as probabilidades de variações de temperatura para os próximos anos na cidade de São Paulo.

---

<sup>1</sup> (Universidade de Caxias do Sul), [bgmatos@ucs.br](mailto:bgmatos@ucs.br).

<sup>2</sup> (Universidade de Caxias do Sul), [lcborella@ucs.br](mailto:lcborella@ucs.br).

<sup>3</sup> (Universidade de Caxias do Sul), [bcorlandin@ucs.br](mailto:bcorlandin@ucs.br).

<sup>4</sup> (Universidade de Caxias do Sul), [ntmoraes1@ucs.br](mailto:ntmoraes1@ucs.br).

<sup>5</sup> Autor, correspondente, (Universidade de Caxias do Sul), [lcorso@ucs.br](mailto:lcorso@ucs.br).

Conforme Moraes et al. (2019) “as condições de tempo de clima sempre influenciaram de maneira direta e indireta na natureza, nas atividades e na vida cotidiana do homem”. Contudo, a dinâmica climática, ambiental e as condições socioeconômicas modificam-se pelo rápido processo de urbanização e o crescimento das cidades.

Cada região possui um tipo de clima devido as variações dos fatores climáticos, latitudes, altitudes, relevo, continentalidade e maritimidade, correntes marítimas e circulação geral da atmosfera e massa de ar, modificam-se os elementos, temperatura, radiação solar, ventos, umidade de ar, precipitação e pressão atmosférica (FIORIN & ROSS, 2015).

Nas grandes cidades, tanto a poluição do ar, tempo e clima são condições ambientais que mais sofrem transformação. Estas podendo ser percebidas na qualidade do ar e nos efeitos térmicos, tendo que os efeitos da ilha de calor ficam mais intensos e as frequências de eventos externos de aumento de temperatura e excessiva emissão de poluentes. Esses efeitos, junto a desigualdade social e ambiental pode afetar a qualidade de vida e saúde da população (MORAES et al., 2019)

Para analisar a variação de temperatura na cidade de São Paulo, utiliza-se os conceitos de Cadeias de Markov, que fazem parte da área de Pesquisa Operacional (PO), baseado no conceito de que o estado futuro depende apenas do estado atual (CECHIN et al., 2019). Portanto, o objetivo deste trabalho é calcular a probabilidade do estado estável da variação de temperatura para os próximos anos, considerando a variação por estação do ano.

## 2. Referencial teórico

Nesta seção será contextualizado a teoria base que dará suporte à aplicação desenvolvida, a base conceitual das Cadeias de Markov e como é o clima na cidade de São Paulo.

### 2.1 Cadeias de markov

Segundo Hoyos (1980), a definição dos estados do sistema e a matriz de transição probabilística são pontos mais importantes na montagem de Cadeias de Markov. Para garantir a condição de regime estacionário, a cadeia deve ser ergódica, ou seja, um processo no qual é possível ir de um estado para outro, não sendo necessário que seja feito em apenas um passo de tempo, porém que seja possível atingir qualquer estado independente do presente (SHAMBLIN & STEVENS, 1979).

De acordo com Taha (2008), a família de variáveis aleatórias  $\{X_{tn}\} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ . Que descreve o estado do sistema em pontos discretos no tempo  $t$ , forma um processo estatístico. Também comenta que a probabilidade de ocorrência de um estado futuro depende apenas do estado presente, e é independente dos eventos passados. A probabilidade condicional  $P$  é apresentada nas Equações 1 e 2, onde mostra-se a dependência do estado futuro tal que existe a ocorrência de um estado presente.

$$p_{ij} = P\{X_{t+1} = j | X_t = i\} \quad (1)$$

$$p_{ij}^n = P\{X_{t+n} = j | X_t = i\} \quad (2)$$

Onde,  $X_t$  representa o estado do processo no tempo  $t$ , e  $p_{ij}^n$  como sendo a probabilidade de que um processo passa do estado  $i$  para o estado  $j$  em  $n$  passos de tempo. A Matriz de Transição entre os estados é ilustrada na Equação 3.

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} & \cdots & p_{1m} \\ p_{21} & p_{22} & p_{23} & \cdots & p_{2m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ p_{n1} & p_{n2} & p_{n3} & \cdots & p_{nm} \end{bmatrix} \quad (3)$$

O cálculo da probabilidade de estado estável ( $\pi_j$ ), apresentadas por Hiller e Liebermann (2013) são mostradas na Equação 4, e sua propriedade na Equação 5.

$$\pi_j = \sum_{i=0}^M \pi_i p_{ij}, \text{ para } j = 0, 1, \dots, M \quad (4)$$

$$\sum_{j=0}^M \pi_j = 1 \quad (5)$$

Desta forma, com a solução de sistema linear formado pelo conjunto de equações, é possível calcular os valores dos  $\pi_j$ .

## 2.2 Previsão climática

A cidade de São Paulo conta com uma área de 1.521,110 km<sup>2</sup>, onde distribui-se uma população estimada de 12.176.866 habitantes (IBGE, 2018) possuindo uma concentração de 7.398,26 habitantes/km<sup>2</sup> (IBGE, 2010).

Sobre o clima na cidade de São Paulo, é caracterizado por faixas zonais e regiões climáticas, ficando entre o clima tropical úmido, com períodos secos, e subtropical tendo a alternância das estações do ano como principal aspecto (MORAES et al., 2019).

Em São Paulo, o verão é morno, abafado, com precipitação e céu quase encoberto, já o inverno é curto, ameno e com céu parcialmente encoberto (WEATHER SPARK, 2019). Conforme Tarifa e Azevedo (2001) principalmente em janeiro a variação da temperatura máxima é de 30°C a 32°C, enquanto no inverno a variação da temperatura mínima é de 6°C a 20°C. Anualmente, a precipitação é superior a 1.500 mm, sendo os períodos menos chuvosos no inverno, enquanto as chuvas iniciam no mês de dezembro e finalizam em março.

## 3. Metodologia

Nesta seção apresenta-se a metodologia e aplicação de Cadeias de Markov para temperatura dos próximos anos para cidade de São Paulo. Ou seja, analisa-se a probabilidade de ocorrerem variações de temperatura nos próximos anos. Com este objetivo, dividiu-se em três macro etapas, como mostra a Figura 1. Cada uma das etapas está detalhada nas subseções seguintes.



FIGURA 1 – Etapas da metodologia

### 3.1 Coleta e organização dos dados

Os dados foram coletados no *website* do Instituto Nacional de Meteorologia (INMET),

selecionado os dados históricos de temperatura (°C) do período de 1998 a 2018, contemplando 20 anos, da cidade de São Paulo. Na Figura 2 mostra-nos o *website* que foi coletado os dados.



FIGURA 2 – *Website* do INMET para coleta de dados

No *website* do INMET os dados estão disponíveis para *download* no formato de texto (txt.), tendo a possibilidade de conversão em planilha compatível com *software* Excel (xls.), tem-se a opção de obtê-los os dados horários, diários e mensais. Neste trabalho foram utilizados os dados diários, ou seja, as temperaturas diárias da cidade de São Paulo.

Organizou-se os dados coletados separando-os por estação do ano dentro do período de 1998 até 2018. Após organização dos dados, criaram-se as faixas nas quais os dados serão distribuídos de acordo com o seu valor. A divisão das faixas ocorre conforme a variação da temperatura a ser analisada, ou seja, no intervalo dos dados identifica-se o menor e o maior valor e dividiu-se em cinco partes iguais cada intervalo de faixas, caso altere-se o método de divisão dos dados os resultados mudam.

### 3.2 Matriz somas e transição

Com as faixas definidas, analisa-se os dados verificando a quantidade de vezes que um evento sai de uma faixa para outra ou permanece na mesma em um único passo de tempo. Para esta etapa se consideram os dados de temperatura das quatro estações do ano e período de 1998 a 2018 da cidade de São Paulo. A Tabela 1 mostra-nos a matriz de somas, ou seja, quantas vezes um evento passou de um estado para outro, sendo o  $X_{ij}$  a posição do valor desta soma.

De / Para	A	B	C	D	E	Soma
A	$X_{11}$	$X_{12}$	$X_{13}$	$X_{14}$	$X_{15}$	Linha A
B	$X_{21}$	$X_{22}$	$X_{23}$	$X_{24}$	$X_{25}$	Linha B
C	$X_{31}$	$X_{32}$	$X_{33}$	$X_{34}$	$X_{35}$	Linha C
D	$X_{41}$	$X_{42}$	$X_{43}$	$X_{44}$	$X_{45}$	Linha D
E	$X_{51}$	$X_{52}$	$X_{53}$	$X_{54}$	$X_{55}$	Linha E

Fonte: Os autores (2019)

Tabela 1 – Matriz de Somas

A Matriz de Somas é composta pela quantidade de vezes que uma faixa passa para outra, ou permanece na mesma, em um passo de tempo. Nesta análise utilizou-se as temperaturas

diárias, separadas por estações do ano e foram comparados os dados com o ano seguinte, sendo assim o passo de tempo futuro para este estudo é anual.

Após obter-se a Matriz de Somas, calcula-se a Matriz Transição que possui a probabilidade de uma faixa sair para outra ou permanecer na mesma, em um passo de tempo. A Tabela 2 ilustra a matriz de transição, que é composta pela probabilidade de o estado em questão ir para outro em passos futuros, sendo que o  $Y_{ij}$  é a posição que consta a probabilidade de troca de faixas.

De / Para	A	B	C	D	E	Soma
A	$Y_{11}$	$Y_{12}$	$Y_{13}$	$Y_{14}$	$Y_{15}$	1
B	$Y_{21}$	$Y_{22}$	$Y_{23}$	$Y_{24}$	$Y_{25}$	1
C	$Y_{31}$	$Y_{32}$	$Y_{33}$	$Y_{34}$	$Y_{35}$	1
D	$Y_{41}$	$Y_{42}$	$Y_{43}$	$Y_{44}$	$Y_{45}$	1
E	$Y_{51}$	$Y_{52}$	$Y_{53}$	$Y_{54}$	$Y_{55}$	1

Fonte: Os autores (2019)

Tabela 2 – Matriz de Transição

### 3.3 Probabilidade de estado estável

Com a matriz de transição obtém-se a probabilidade do estado estável, pois multiplica-se a matriz de transição por ela mesma até as probabilidades se estabilizarem. Este processo foi realizado para as estações do ano, primavera, verão, outono e inverno para cidade de São Paulo no período de 1998 a 2018.

### 4. Discussão dos resultados

Estes dados separados considerando o período de 1998 a 2018 e nas quatro estações do ano, primavera, verão, outono e inverno. Na Figura 3 mostra um exemplo de como foi organizado os dados.

Primavera SP 98-18		Verão SP 98-18		Outono SP 98-18		Inverno SP 98-18	
Data	Temperatura	Data	Temperatura	Data	Temperatura	Data	Temperatura
21/09/1998	15,76	01/01/1998	25,82	21/03/1998	23,54	21/06/1998	13,82
22/09/1998	15,2	02/01/1998	27	22/03/1998	23,84	22/06/1998	15,1
23/09/1998	15,3	03/01/1998	25,46	23/03/1998	22,9	23/06/1998	18,62
24/09/1998	17,36	04/01/1998	25,34	24/03/1998	23,8	24/06/1998	17,12
25/09/1998	19,36	05/01/1998	24,84	25/03/1998	21,78	25/06/1998	12,46
26/09/1998	20,18	06/01/1998	26,84	26/03/1998	19,44	26/06/1998	13,28
27/09/1998	22,02	07/01/1998	24,1	27/03/1998	19,74	27/06/1998	14,74
28/09/1998	19,6	08/01/1998	18,74	28/03/1998	22,76	28/06/1998	15,26
29/09/1998	17,96	09/01/1998	17,82	29/03/1998	22,5	29/06/1998	16,34
30/09/1998	16,66	10/01/1998	19,36	30/03/1998	24,74	30/06/1998	16,18
01/10/1998	16,56	11/01/1998	21,08	31/03/1998	22,94	01/07/1998	18,18
02/10/1998	17,04	12/01/1998	25,74	01/04/1998	20,6	02/07/1998	18,46
03/10/1998	18,8	13/01/1998	24,28	02/04/1998	17,88	03/07/1998	16,9
04/10/1998	21,5	14/01/1998	25,72	03/04/1998	17,08	04/07/1998	15,94
05/10/1998	19,06	15/01/1998	25,76	04/04/1998	16,92	05/07/1998	16,76

FIGURA 3 – Organização dos dados coletados

Após a organização dos dados analisa-se os intervalos dividindo-os em partes iguais. Na Tabela 3 apresenta-se as faixas geradas.

Estação do Ano / Período	Faixas	Temperatura Menor (°C)	Temperatura Maior (°C)
Primavera 1998-2018	A	11,40	14,90
	B	14,91	18,50

<b>Verão</b> <b>1998-2018</b>	C	18,51	22,10
	D	22,11	25,60
	E	25,61	29,20
	A	16,60	19,10
	B	19,11	21,50
<b>Outono</b> <b>1998-2018</b>	C	21,51	24,00
	D	24,01	26,40
	E	26,41	28,90
	A	9,94	13,30
	B	13,31	16,70
<b>Inverno</b> <b>1998-2018</b>	C	16,71	20,20
	D	20,21	23,60
	E	23,61	27,00
	A	7,62	11,70
	B	11,71	15,80
C	15,81	19,90	
D	19,91	24,00	
E	24,01	28,10	

Fonte: Os autores (2019)

Tabela 3 – Matriz de Faixas de Temperatura São Paulo

Com as faixas definidas, cria-se a matriz de somas, que é a soma das transições de faixas em passos futuros, ou seja, quantas vezes um evento sai de uma faixa e vai para outra em um passo de tempo. Na Tabela 4 apresenta-nos um exemplo de matriz de somas, escolheu-se a matriz da primavera.

De / Para		A (°C)	B (°C)	C (°C)	D (°C)	E (°C)	Soma	
		11,40	14,91	18,51	22,11	25,61		
		14,90	18,50	22,10	25,60	29,20		
A (°C)	11,40	14,90	18	22	2	0	0	42
B (°C)	14,91	18,50	15	200	139	10	0	364
C (°C)	18,51	22,10	8	106	440	227	4	785
D (°C)	22,11	25,60	1	33	190	346	60	630
E (°C)	25,61	29,20	0	2	14	47	23	86

Fonte: Os autores (2019)

Tabela 4 – Matriz de Somas Temperatura São Paulo – Primavera 1998-2018

A Matriz de Somas apresenta a quantidade de vezes que uma faixa passa para outra em um passo de tempo. Como exemplo, o valor 106, na posição  $X_{21}$ , na Tabela 4, mostra a quantidade de vezes que o evento saiu da faixa “C” e foi para faixa “B” em um passo de tempo nos dados analisados. Este processo repetiu-se nas demais estações do ano para cidade de São Paulo.

A partir da matriz de somas, obteve-se a Matriz de Transição, que possui a probabilidade de uma faixa ir para outra, ou permanecer nela mesma, em passos futuros. A Tabela 5 mostra-nos um exemplo de matriz de transição, neste caso da estação primavera.

De / Para		A (°C)	B (°C)	C (°C)	D (°C)	E (°C)	Soma	
		11,40	14,91	18,51	22,11	25,61		
		14,90	18,50	22,10	25,60	29,20		
A (°C)	11,40	14,90	43%	52%	5%	0%	0%	100%
B (°C)	14,91	18,50	4%	55%	38%	3%	0%	100%
C (°C)	18,51	22,10	1%	14%	56%	29%	1%	100%
D (°C)	22,11	25,60	0%	5%	30%	55%	10%	100%
E (°C)	25,61	29,20	0%	2%	16%	55%	27%	100%

Fonte: Os autores (2019)

Tabela 5 – Matriz de Transição Temperatura São Paulo – Primavera 1998-2018

Os valores que compõe a matriz de transição, na Tabela 5, correspondem a probabilidade de uma faixa passar para outra em um passo de tempo. Como exemplo, o valor de 38%, na posição Y<sub>23</sub>, nos mostra que a probabilidade de o evento sair da faixa “B” e ir para a faixa “C” em um passo de tempo. Este processo repetiu-se para as demais estações do ano.

Tendo as matrizes de transição multiplica-se a matriz por ela mesma até as probabilidades se estabilizarem, obtendo-se a probabilidade de estado estável. Na Tabela 6 apresenta-se as probabilidades de estado estável de cada estação.

Estação do ano	A	B	C	D	E
<b>Primavera</b>	2,17%	18,85%	41,12%	33,24%	4,62%
<b>Verão</b>	3,69%	16,72%	40,76%	31,36%	7,47%
<b>Outono</b>	1,55%	15,63%	33,87%	38,66%	10,29%
<b>Inverno</b>	2,15%	20,51%	49,01%	25,94%	2,39%

Fonte: Os autores (2019)

Tabela 6 – Probabilidade de estado estável Temperatura 1998-2018

Analisando-se a probabilidade de estado estável para cidade de São Paulo, observa-se que na primavera tem-se 41,12% de que a temperatura varie de 18,51 a 22,10°C, no verão com 40,76% de variar entre 21,51 a 24,00°C, no outono tem-se 38,66% de ficar entre 20,21 a 23,60°C e no inverno com 49,01% da temperatura variar entre 15,81 a 19,90°C.

Conforme a análise nas probabilidades do estado estável de cada estação do ano, observa-se que 75% dos resultados ficaram na faixa “C” e 25% na faixa “D”. Portanto, com esta análise tem-se que a temperatura irá variar pelos intervalos das faixas “C” de cada estação, com exceção do Outono que irá variar no intervalo de faixa “D”.

Com as probabilidades de estado estável obteve-se a probabilidade de aumento e redução da temperatura para cada estação do ano. Ou seja, somou-se a probabilidade das faixas “A” e “B” resultando na probabilidade de redução da temperatura e somou-se a probabilidade das faixas “C”, “D” e “E” resultando no aumento ou permanência da temperatura. Na Figura 4, ilustra o gráfico com as probabilidades de aumento e redução da temperatura.

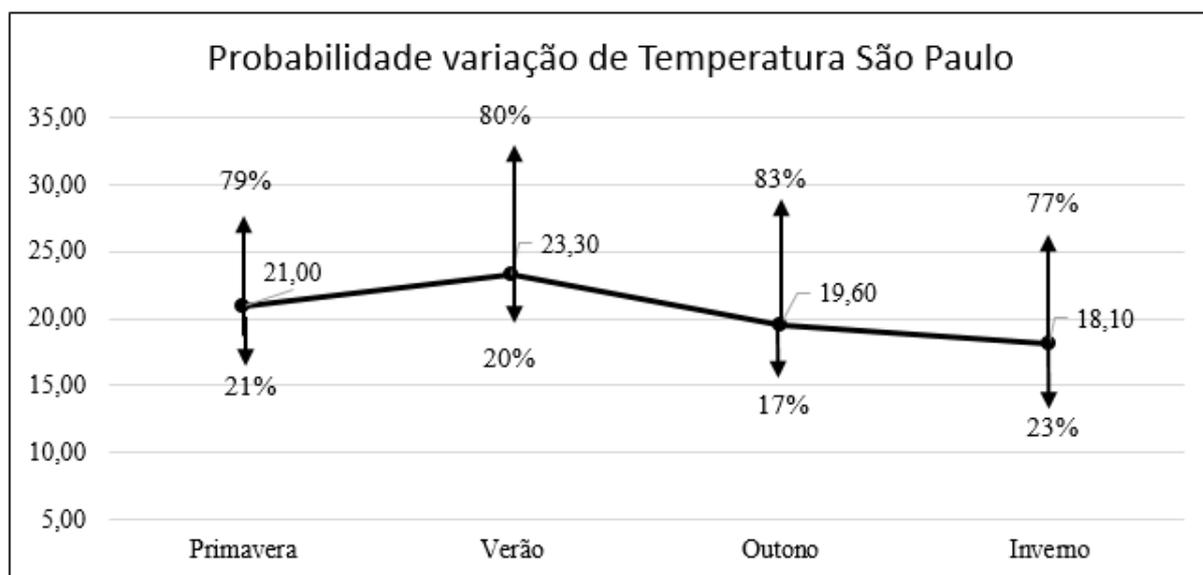


FIGURA 4 – Gráfico probabilidade aumento e redução da temperatura 1998-2018

Na Figura 4 apresenta-se as probabilidades de aumento e redução da temperatura para cidade de São Paulo e cada estação do ano. Por meio desta análise, verifica-se, por meio de Cadeias de Markov que, independente da estação do ano o aumento da temperatura possui probabilidade mais elevada, ficando em torno de 77% a 83% de aumento para as estações do ano.

## 5. Considerações finais

Após a análise de 7.562 dados de temperatura coletados dentro de 20 anos, estes referentes a cidade de São Paulo e divididos nas quatro estações do ano (primavera, verão, outono e inverno). Desenvolveram-se 4 matrizes de transições e gráficos apresentando as probabilidades de estado estável, por meio de Cadeias de Markov.

Analisado os resultados das matrizes de transição da temperatura em cada estação do ano, observando que há probabilidade de a temperatura aumentar no decorrer dos anos com base no período estudado (1998 a 2018). Também, se analisou a probabilidade do estado estável de cada estação do ano, identificando que a temperatura terá variação de 75% na faixa “C” e 25% na “D” representando um aumento.

Avaliando os resultados obtidos, sugere-se o uso de Cadeias de Markov para este tipo de análise. E com a análise das probabilidades de estado estável observa-se que o aumento da temperatura é maior do que a redução, ou seja, em todas as estações do ano a probabilidade de aumento é maior que de redução para os próximos anos na cidade de São Paulo. Como sugestões de outros trabalhos futuros, se pode comparar a metodologia apresentada a outras existentes.

## Referências

CECHIN, Rafaela Boeira; CORSO, Leandro Luis. Previsão da variação do preço da soja, utilizando cadeias de markov. In: VII CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO. Ponta Grossa-PR, 2017.

HILLER, Frederick S.; LIEBERMANN, Gerard J. **Introdução a Pesquisa Operacional**. 9ed. Porto Alegre: Angh p. 1005, 2013.

HOYOS, A. Processos estocásticos e previsão. In: SIMPÓSIO NACIONAL DE PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA, Rio de Janeiro. **Anais** 1980.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. Disponível em: <<https://cidades.ibge.gov.br/brasil/sp/sao-paulo/panorama>>. Acesso em: 19 ago 2019.

MORAES, Sara Lopes; ALMEIDA, Ricardo; SANTANA, Paula; GALVANI, Emerson. **Variáveis meteorológicas e poluição do ar e sua associação com internações respiratórias em crianças: estudo de caso em São Paulo, Brasil**. Cadernos de Saúde Pública, 2019.

SHAMBLIN, J.E.; STEVENS JUNIOR, G.T. Pesquisa operacional – uma abordagem básica. São Paulo, Atlas, 1979.

TAHA, Handy A. **Pesquisa operacional: uma visão global**. 8ed. São Paulo: Pearson Prentia Hall, 2008.

TARIFA, J. R.; AZEVEDO, T. R. **Os climas na cidade de São Paulo: teoria e prática**. São Paulo, GEOUSP (Coleção Novos Caminhos, 4), p. 199, 2001.

WEATHER SPARK. Disponível em: <<https://pt.weatherspark.com/y/30268/Clima-caracter%3%ADistico-em-S%3%A3o-Paulo-Brasil-durante-o-ano>>. Acesso em 19 ago. 2019.